

1. 다음을 만족하는  $a, b$  의 값을 각각 구하면?

$$5^3 = a, 7^b = 49$$

- ①  $a = 25, b = 1$                       ②  $a = 25, b = 2$   
③  $a = 125, b = 1$                     ④  $a = 125, b = 2$   
⑤  $a = 125, b = 3$

해설

$5^3 = 125, 7^2 = 49$  이므로  $a = 125, b = 2$  이다.

2. 다음 수의 소인수의 합을 구하여라.

60

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$  이므로  
소인수는 2, 3, 5 이다.  
따라서 소인수의 합은  $2 + 3 + 5 = 10$  이다.

3. 84의 약수이고 동시에 120의 약수가 되는 수는  $\square$ 의 약수일 때,  $\square$ 에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$ ,  $120 = 2^3 \times 3 \times 5$  이므로

84와 120의 최대공약수는  $2^2 \times 3 = 12$

$\therefore \square = 12$

4. 두 자연수  $15 \times x$ ,  $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때,  $x$ 의 값으로 옳은 것은?

① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$ ,  $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는  $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$   
따라서  $x = 2$  이다.

5. 현근이네 반 남학생 30 명과 여학생 24 명은 이어달리기경주를 하기 위해 조를 짜기로 하였다. 각 조에 속하는 여학생의 수와 남학생의 수가 같고 가능한 많은 인원으로 조를 편성하려고 할 때, 몇 조까지 만들어지는가?

① 7조    ② 6조    ③ 5조    ④ 4조    ⑤ 3조

해설

남학생 수와 여학생 수의 최대 공약수는 6 이다.  
따라서 6 조까지 만들어진다.



7. 어떤 자연수  $x$  는 9 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지는 6 보다 큰 소수였다. 자연수  $x$  의 값은?

① 40      ② 42      ③ 44      ④ 50      ⑤ 52

해설

$x = 9 \times 5 + y$  ( $0 \leq y < 9$ ) 이고  $y$  는 6 보다 큰 소수이므로  $y = 7$  이 되어  $x = 9 \times 5 + 7 = 52$  이다.

8. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉡, ㉣    ④ ㉡, ㉤    ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

9. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉣  $a, b$  가 소수이면  $a \times b$  도 소수이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
  - ㉡ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
  - ㉣  $a, b$  가 소수일 때,  $a \times b$  의 약수는 1,  $a, b, a \times b$  이므로  $a \times b$  는 소수가 아니다.
- 따라서 옳은 것은 ㉡이다.

10. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

- ① 1      ② 5      ③ 10      ④ 15      ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는  $2 \times 5 = 10$  이다.

11. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35

② 88

③  $2 \times 3^3$

④  $3^2 \times 7^3$

⑤  $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

①  $35 = 5 \times 7$ ,

$(1+1) \times (1+1) = 2 \times 2 = 4$  (개)

②  $88 = 2^3 \times 11$ ,

$(3+1) \times (1+1) = 8$  (개)

③  $(1+1) \times (3+1) = 2 \times 4 = 8$  (개)

④  $(2+1) \times (3+1) = 3 \times 4 = 12$  (개)

⑤  $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$  (개)

12. 자연수 864의 약수의 개수와  $2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수가 개수가 같을 때,  $n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$864 = 2^5 \times 3^3$  이므로

약수의 개수는  $(5+1) \times (3+1) = 24$  (개)

$2^2 \times 3 \times 5^n$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) \times (n+1) = 6 \times (n+1)$  (개)

$6 \times (n+1) = 24$  이므로  $n+1 = 4$

$\therefore n = 3$

13. 15 이하의 자연수 중에서 12와 서로소인 자연수의 개수는?

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

**해설**

15 이하의 자연수 중에서 12와 최대공약수가 1인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13의 5개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12와 서로소인 자연수는 모두 5개이다.

14. 다음 중 최대공약수를 구했을 때, 최대공약수가 가장 큰 것은 어느 것인가?

① 12, 18

② 24, 32

③ 14, 20

④  $2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^2 \times 5$

⑤  $2^3 \times 3, 2^2 \times 3^2, 2 \times 3^2 \times 7$

해설

① 6

② 8

③ 2

④ 30

⑤ 6

이므로 가장 큰 것은 ④

15. 240과  $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개    ② 8개    ③ 9개    ④ 10개    ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로  
(최대공약수)  $= 2^3 \times 3^1 \times 5$   
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는  
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로  
 $(3+1) \times (1+1) = 8(\text{개})$

16. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 12, 10, 4 의 최소공배수는 60 이다.
- ② 4, 5, 10 의 최소공배수는 20 이다.
- ③ 2, 3, 6 의 최소공배수는 6 이다.
- ④ 12, 24, 6 의 최소공배수는 24 이다.
- ⑤ 14, 6, 8 의 최소공배수는 100 이다.

해설

$$\begin{array}{r} 2) \ 14 \ 6 \ 8 \\ \underline{\phantom{2} 7 \ 3 \ 4} \end{array}$$

∴ 최소공배수는  $2 \times 7 \times 3 \times 4 = 168$ 이다.

17. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 12 와 C 의 최소공배수는 24 이다. 세 수 A , B , C 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 12      ② 24      ③ 36      ④ 48      ⑤ 60

**해설**

A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 두 수의 최소공배수인 12 과 C 의 최소공배수가 24 이므로, 세 수 A , B , C 의 최소공배수는 24 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 24 의 배수이다.

18. 두 자연수  $A, B$ 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의  $A, B$ 의 공배수의 개수는?

- ① 4 개    ② 5 개    ③ 6 개    ④ 7 개    ⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16의 배수 중 100보다 작은 자연수의 개수를 구한다.  $100 \div 16 = 6.25$  따라서 200보다 작은 자연수의 개수는 6개이다.

19. 가로와 세로의 길이가 각각 120cm, 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개 사용되는가?

- ① 18cm, 35 개      ② 24cm, 35 개      ③ 18cm, 40 개  
④ 24cm, 40 개      ⑤ 28cm, 40 개

**해설**

타일의 한 변의 길이를  $x$ cm 라 하면,  
 $120 = x \times \square$ ,  $168 = x \times \triangle$   
 $x$  는 120 과 168 의 최대공약수  
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ ,  $168 = 2^3 \times 3 \times 7$   
 $\therefore x = 2^3 \times 3 = 24$  (cm)  
 $120 = 24 \times 5$ ,  $168 = 24 \times 7$ 이므로  
필요한 타일의 개수는  $\therefore 5 \times 7 = 35$  (개)

20. 가로, 세로, 높이가 각각 6, 12, 10 인 벽돌이 있다. 이 벽돌을 쌓아 가장 작은 정육면체를 만들 때, 필요한 벽돌의 개수를 구하여라.

▶ 답:                       개

▷ 정답: 300 개

**해설**

정육면체의 한 모서리의 길이는 6, 12, 10 의 최소공배수이므로 60 이다.

필요한 벽돌의 개수는

$$(60 \div 6) \times (60 \div 12) \times (60 \div 10) = 10 \times 5 \times 6 = 300(\text{개}) \text{ 이다.}$$

21. 두 수의 곱이  $2^3 \times 3^5 \times 7^2$  이고, 최대공약수가  $2 \times 3^2 \times 7$  일 때, 두 수의 최소공배수는?

- ①  $2 \times 3 \times 7$       ②  $2^2 \times 3^3 \times 7$       ③  $2 \times 3^2 \times 7$   
④  $2 \times 3^3 \times 7$       ⑤  $2 \times 3 \times 7^2$

**해설**

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로  
 $2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$   
최소공배수는  $2^2 \times 3^3 \times 7$  이다.

22. 두 분수  $\frac{1}{16}, \frac{1}{6}$  중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는?

- ① 16      ② 32      ③ 48      ④ 96      ⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.  
16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48 의 배수이므로  
48, 96, 144, ... 이다.

23. 자연수  $x, y$  에 대하여  $\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$  을 만족하는  $x$  의 값을 모두 구하면?

- ① 1, 4                      ② 4, 5                      ③ 5, 20  
④ 4, 5, 20                      ⑤ 1, 2, 4, 5, 20

해설

$\frac{2^2 \times 5}{x} = y^2$  을 만족하는 자연수  $x$  는  $5 \times 2^2$  이다.

24. 45에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

따라서 제곱이 되려면 5를 곱해야 한다.

25.  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가질 때, 세 자연수  $a, b, c$  의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

132 를 소인수분해하면  $132 = 2^2 \times 3 \times 11$  이다. 한편  $2^a \times 3^b \times 11^c$  이 132 를 약수로 가지므로  $a$  는 2 보다 크거나 같고,  $b$  는 1 보다 크거나 같다. 또한  $c$  도 1 보다 크거나 같다. 따라서  $a, b, c$  의 최솟값은 각각 2, 1, 1 이므로 구하는 합은  $2 + 1 + 1 = 4$  이다.



27. 자연수  $N$  을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다. 이것을 만족하는  $N$  중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는 수는  $840 \times 2 + 1 = 1681$  이다.

28. 세 수  $3 \times 5^2$ ,  $c^3 \times 3^a \times 5^2$ ,  $2 \times 3 \times 5^b \times 7$  의 최대공약수가  $d \times 5$  이고,  
최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$  일 때,  $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$  의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 5      ④ 9      ⑤ 12

해설

최대공약수가  $d \times 5$ ,  
최소공배수가  $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$  이므로  
 $a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$   
 $\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

29. 다섯 자리의 수 5□142 은 2 의 배수이면서 3 의 배수이다.

□ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 9

해설

2 의 배수이면서 3 의 배수인 수는 50142, 53142, 56142, 59142 이다.

30. 두 자연수  $84 \times a$  와  $2^2 \times 7 \times 10 \times a$  의 공약수가 12 개일 때 최소의  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$84 \times a = 2^2 \times 3 \times 7 \times a$ ,  $2^2 \times 7 \times 10 \times a = 2^3 \times 5 \times 7 \times a$   
두 수의 최대공약수는  $2^2 \times 7 \times a$ ,  
공약수의 개수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로  
최대공약수는  $2^3 \times 7^2$  또는  $2^2 \times 7^3$  또는  $2^2 \times 7 \times x$  (단,  $x$  는 2, 7  
이 아닌 소수)이다.  
최소의  $a$  값이므로  $a = 3$  이다.