

1. 100 이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

18, 36, 54, 72, 90 이므로 5개이다.

2. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

3. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5 의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

4. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.
1 2 5 9 13 15 19 26 52

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

5. 다음 중 약수의 개수가 나머지와 다른 것은?

① 12

② 18

③ 32

④ 36

⑤ 75

해설

① $12 = 2^2 \times 3$

$\therefore (2+1) \times (1+1) = 6(\text{개})$

② $18 = 2 \times 3^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

③ $32 = 2^5$

$\therefore (5+1) = 6(\text{개})$

④ $36 = 2^2 \times 3^2$

$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$

⑤ $75 = 3 \times 5^2$

$\therefore (1+1) \times (2+1) = 6(\text{개})$

6. 다음 수 중에서 8 과 서로소인 것을 모두 골라라.

2, 3, 4, 5, 6, 7

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

8 과 2 의 최대공약수는 2 , 8 과 4 의 최대공약수는 4 , 8 과 6 의 최대공약수는 2 이므로 2,4,6 은 8 과 서로소가 아니다.
따라서 8 과 서로소인 수는 3,5,7 이다.

7. 다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

24, 42, 60

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 42 \quad 60} \\ 3 \overline{) 12 \quad 21 \quad 30} \\ \quad 4 \quad 7 \quad 10 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 3 = 6$

8. 다음 중 6의 배수이면서 동시에 8의 배수가 되는 수는?

① 2의 배수

② 4의 배수

③ 12의 배수

④ 24의 배수

⑤ 48의 배수

해설

6의 배수이면서 동시에 8의 배수가 되는 수는 6과 8의 공배수이고 6과 8의 최소공배수는 24이다.

9. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

10. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때, a 를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$ 이다. 따라서 나머지는 3 이다.

11. 25의 소인수의 개수와 156의 소인수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

$25 = 5^2$, $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로

25의 소인수는 5, 156의 소인수는 2, 3, 13

$\therefore 1 + 3 = 4$

12. 720 을 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 나눌 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로
나눌 수 있는 가장 작은 자연수는 5이다.

13. 다음에서 $2^4 \times 3^2$ 의 약수가 아닌 것은?

① 2^4

② $2^2 \times 3^2$

③ 2×3^2

④ 3^3

⑤ 1

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고

3^2 의 약수는 1, 3, 3^2 이므로

$2^4 \times 3^2$ 의 약수는 다음과 같다.

$\times$	1	2	2^2	2^3	2^4
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3	1×2^4
3	3	3×2	3×2^2	3×2^3	3×2^4
3^2	3^2	$3^2 \times 2$	$3^2 \times 2^2$	$3^2 \times 2^3$	$3^2 \times 2^4$

14. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수 :

$$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

15. 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} \square \overline{) 18 \quad 54} \\ \square \overline{) \quad 9 \quad 27} \\ \square \overline{) \quad \square \quad 9} \\ \quad \square \quad \square \end{array}$$

▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 54} \\ 3 \overline{) \quad 9 \quad 27} \\ 3 \overline{) \quad 3 \quad 9} \\ \quad 1 \quad 3 \end{array}$$

$$\text{최소공배수} : 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$$

16. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 83 은 소수이다.

② 모든 합성수는 약수가 2 개이다.

③ 1 은 소수이다.

④ 15 이하의 소수의 개수는 6 개이다.

⑤ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.

해설

② 모든 합성수는 약수가 3 개 이상이다.

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

⑤ 소수가 아닌 자연수는 1 , 합성수이다.

17. 140 을 소인수분해하면 $2^a \times 5^b \times 7^c$ 일 때, 세 수 a, b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

140 을 소인수분해하면 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

18. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 4

② 8

③ 9

④ 25

⑤ 49

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$$\square = 2^6 = 64$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2 + 1) \times (a + 1) \times (1 + 1)$

$a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

19. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로

$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.

같은 방식으로

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로

$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.

또한,

$3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로

$3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$

$$a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$$

20. 다음은 가람이와 다솜이의 대화이다. 안에 알맞은 말이나 수를 차례대로 써넣어라.

가람 : 드디어 구했어! 다솜아!

다솜 : 무엇을 구했는데?

가람 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 50이 답이야.

다솜 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

가람 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

다솜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

가람 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같지!

다솜 : 맞아!

가람 : 공약수의 개수는 개야.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최대공약수

▷ 정답 : 6

해설

가람 : 드디어 구했어! 다솜아!

다솜 : 무엇을 구했는데?

가람 : 두 수의 최대공약수를 구했어. 50이 답이야.

다솜 : 그럼 그 두 수의 공약수의 개수도 구할 수 있겠네?

가람 : 잠깐만, 아까 두 수가 뭐였더라.

다솜 : 최대공약수만 알면 두 수를 몰라도 공약수를 구할 수 있잖아.

가람 : 그럼, 의 약수의 개수와 두 수의 공약수의 약수의 개수도 같지!

다솜 : 맞아!

가람 : 공약수의 개수는 개야.

50을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)이다.

21. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때,
 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 4$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$$

22. 사과 24 개와 배 36 개를 가능한 한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명

② 11 명

③ 12 명

④ 13 명

⑤ 14 명

해설

24 와 36 의 최대공약수를 구한다.

$$2 \overline{) 24 \quad 36}$$

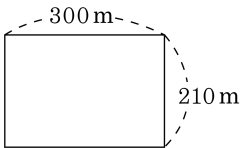
$$2 \overline{) 12 \quad 18}$$

$$3 \overline{) 6 \quad 9}$$

$$2 \quad 3$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$$

23. 다음 그림과 같이 가로 길이가 300 m, 세로 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

24. 가로 길이가 16cm, 세로 길이가 24cm, 높이가 10cm 인 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?

① 120cm, 1800 개

② 120cm, 3000 개

③ 200cm, 3600 개

④ 240cm, 3600 개

⑤ 360cm, 1800 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 16, 24, 10 의 최소공배수이므로 240 이다.

한 모서리의 길이는 240cm 이고,

필요한 벽돌의 개수는

$(240 \div 16) \times (240 \div 24) \times (240 \div 10) = 15 \times 10 \times 24 = 3600$ (개)
이다.

25. 두 자연수 12, 16 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 두 자리의 자연수들의 합을 구하면?

① 28

② 48

③ 96

④ 144

⑤ 150

해설

12, 16으로 나누면 3이 남는 어떤 수를 x 라 하면 $x-3$ 은 12, 16의 공배수이다.

12, 16의 최소공배수는 48이므로 $x-3$ 은 48, 96, 144, ... 이다.
이 중 두 자리의 자연수는 48, 96 이다.

따라서 x 는 51, 99이므로 합은 $51 + 99 = 150$

26. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 12, 126

② 14, 42

③ 6, 126

④ 18, 42

⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$) 라 하면

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) \begin{array}{cc} A & B \\ a & b \end{array}} \end{array}$$

$$\text{최소공배수 } 126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$$

$$a \times b = 21 \quad (a < b, a, b \text{ 는 서로소})$$

$$\therefore (a, b) = (1, 21), (3, 7)$$

$$\text{따라서 } A = 6, B = 126 \text{ 또는 } A = 18, b = 42$$

27. 어떤 수 a 와 21 의 최소공배수는 84 이고 최대공약수는 7 이다. 정수 a 는?

① 28

② 21

③ 12

④ 4

⑤ 14

해설

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) \quad a \quad 21} \\ \quad b \quad 3 \end{array} \quad (b \text{와 } 3 \text{은 서로소})$$

a 와 21 의 최소공배수가 84 이므로

$$7 \times b \times 3 = 84$$

$$21b = 84$$

$$b = 4$$

$$\therefore a = 7b = 7 \times 4 = 28$$

28. 두 분수 $\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}$, $\frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

29. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33

② 40

③ 51

④ 65

⑤ 71

해설

$$\frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} = \frac{56}{39} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(26\text{과 } 39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 } 56\text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7}$$

$$\therefore a - b = 78 - 7 = 71$$

30. 학생들에게 검정 펜 50 자루, 빨강 펜 24 자루, 파랑 펜 100 자루를 똑같이 나누어줄 때, 검정 펜과 빨강 펜은 각각 6 개, 4 개가 부족하고, 파랑 펜은 2 개가 남는다. 이때, 최대 학생 수는 몇 명인지 구하여라.



답 :

명



정답 : 14명

해설

검정 펜 50 자루를 나누면 6 개가 부족하다. : $(50 + 6)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

빨강 펜 24 자루를 나누면 4 개가 부족하다. : $(24 + 4)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

파랑 펜 100 자루를 나누면 2 개가 남는다. : $(100 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수 중 가장 큰 수는 56, 28, 98 의 최대공약수인 14 이다.
따라서 최대 학생 수는 14 명이다.