

1. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \textcircled{㉠} \text{ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \textcircled{㉡} \text{ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \textcircled{㉢} \text{ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \textcircled{㉣} \text{ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \textcircled{㉤} \text{ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

2. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 10$ 일 때, $a^5 + b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$$a + b = 4, a^2 + b^2 = 10$$

$$ab = \frac{1}{2}((a + b)^2 - (a^2 + b^2)) = 3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$\begin{aligned}\therefore a^5 + b^5 &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - a^2b^2(a + b) \\ &= 28 \times 10 - 9 \times 4 \\ &= 244\end{aligned}$$

3. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

4. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^{11} + x = a_0 + a_1(x+3) + a_2(x+3)^2 + \cdots + a_{11}(x+3)^{11}$ 이 성립할 때, $a_1 + a_3 + \cdots + a_{11}$ 의 값은?

- ① $2^{22} - 2^{11} + 2$ ② $2^{22} + 2^{11} - 2$ ③ $2^{21} - 2^{10} + 1$
④ $2^{21} + 2^{10} - 1$ ⑤ $2^{21} + 2^{10} + 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = -2$, $x = -4$ 를 각각 대입하면

$$-2^{11} - 2 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{11} \cdots \textcircled{1}$$

$$-2^{22} - 4 = a_0 - a_1 + a_2 + \cdots - a_{11} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } 2(a_1 + a_3 + \cdots + a_{11}) = 2^{22} - 2^{11} + 2$$

$$\therefore a_1 + a_3 + \cdots + a_{11} = 2^{21} - 2^{10} + 1$$

5. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2-x+3)f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10 ② 6 ③ 0 ④ 30 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x) + R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

6. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$$\therefore \text{상수항은 } -1$$

7. 다음 중 $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x + y$

② $-x - y$

③ $x + y - 2$

④ $x - y$

⑤ $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\&= (x + y)^2 - 2(x + y) \\&= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\&= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

8. $\sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1}$ 은 자연수이다. 이 때, 각 자리의 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} & x = 21 \text{ 이라 하면} \\ & \sqrt{21 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 24 + 1} \\ &= \sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3) + 1} \\ &= \sqrt{\color{red}{x}(x+3))(x+1)(x+2) + 1} \\ &= \sqrt{(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1} \\ &= \sqrt{(x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) + 1} \\ &= \sqrt{\color{red}{[(x^2 + 3x) + 1]^2}} \\ &= x^2 + 3x + 1 \quad (\because (x^2 + 3x) + 1 > 0) \\ &= 21^2 + 3 \cdot 21 + 1 = 505 \\ & \text{각자리 숫자의 합은 } 5 + 0 + 5 = 10 \end{aligned}$$

9. $16x^4 - 625y^4$ 을 옳게 인수분해한 것은?

① $(x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

② $(2x + y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

③ $(2x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

④ $(x + 5y)(x - 5y)(4x^2 + 25y^2)$

⑤ $(2x + 5y)(x - y)(4x^2 + 25y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (4x^2)^2 - (25y^2)^2 \\ &= (4x^2 + 25y^2)(4x^2 - 25y^2) \\ &= (2x + 5y)(2x - 5y)(4x^2 + 25y^2)\end{aligned}$$

10. $3x^2 + 2xy - y^2 - x + 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $2x + y + 1$

② $x + y + 1$

③ $2x - y + 1$

④ $3x - y + 2$

⑤ $3x + y + 2$

해설

준 식을 내림차순으로 정리하면

$$3x^2 + 2xy - x - y^2 + 3y - 2$$

$$= 3x^2 + (2y - 1)x - (y - 1)(y - 2)$$

$$\text{인수분해하면 } (x + y - 1)(3x - y + 2)$$

11. $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$ 을 인수분해하면?

- ① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $-(a+b+c)(a-b-c)$
③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$ ④ $(a+b)(b+c)(c+a)$
⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

12. 다음 중 $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$ 를 인수분해 하였을 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x + 3$ ④ $x + 4$ ⑤ $x - 4$

해설

$f(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$ 라 하면

$f(1) = f(2) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x - 1, x - 2$ 를 인수로 갖는다.

조립제법을 해 보면 즉,

$$x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$$

$$= (x - 1)(x - 2)(x^2 - x - 12)$$

$$= (x - 1)(x - 2)(x - 4)(x + 3)$$

13. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0 \\ & (x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0 \\ & \therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0 \\ & \text{그런데 } x, y, z \text{가 서로 다른 세 실수 } (x \neq y \neq z) \text{이므로} \\ & x + y + z = 0 \end{aligned}$$

14. a, b, c 가 삼각형의 세변의 길이를 나타내고 $ab(a+b) = bc(b+c) + ca(c-a)$ 인 관계가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① $a = b$ 인 이등변 삼각형 ② $a = c$ 인 이등변 삼각형
③ 정삼각형 ④ a 가 빗변인 직각 삼각형
⑤ b 가 빗변인 직각 삼각형

해설

$$\begin{aligned} ab(a+b) &= bc(b+c) + ca(c-a) \\ a^2b + ab^2 - bc(b+c) - ac^2 + a^2c &= 0 \\ (b+c)a^2 + (b^2 - c^2)a - bc(b+c) &= 0 \\ (b+c)\{a^2 + (b-c)a - bc\} \\ &= (b+c)(a+b)(a-c) = 0 \end{aligned}$$

15. 인수분해 공식 $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ 을 이용하여 $\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10000

해설

$9999 = a$ 라 하면

$$\begin{aligned}\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{(a - 1)a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 10000\end{aligned}$$

16. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

17. 임의의 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 $*$ 를 $A * B = A^2 + B^2 - A - B$ 라 할 때, 다음 중 $(x+1) * X = 2(x+1)^2$ 을 만족하는 다항식 X 는?

① $x - 1$

② $x + 2$

③ $2(x - 2)$

④ $2(x + 3)$

⑤ $(x + 1)(x - 2)$

해설

주어진 조건에 의해, 식을 전개하면 다음과 같다.

$$x^2 + x + X^2 - X = 2x^2 + 4x + 2$$

$$X^2 - X = x^2 + 3x + 2,$$

$$[X - (x + 2)][X + (x + 1)]$$

따라서 $X = x + 2$ 또는 $X = -x - 1$

18. 두 다항식 $2x^2 + 2x - 4$ 와 $4x^3 - 4$ 에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?
- ① 두 다항식은 $(x - 1)$ 로 나누어 떨어지므로, $(x - 1)$ 은 두 다항식의 공약수이다.
 - ② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
 - ③ $4(x - 1)^3(x + 2)^2(x^2 + x + 1)$ 은 두 다항식의 공배수이다.
 - ④ 두 다항식의 최대공약수는 $2(x - 1)$ 이다.
 - ⑤ 두 다항식의 최소공배수는 $(x + 2)(x - 1)^2(x^2 + x + 1)$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2x - 4 &= 2(x - 1)(x + 2) \\ 4x^3 - 4 &= 4(x - 1)(x^2 + x + 1) \\ \text{최대공약수} &: 2(x - 1) \\ \text{최소공배수} &: 4(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 1) \end{aligned}$$

19. n 개의 수 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ 는 $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 0$, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = 0$ 이라고 할 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

① 300 ② 303 ③ 305 ④ 308 ⑤ 310

해설

$a_1, a_2, \cdots, a_n$ 중 1이 a 개, -1 이 b 개, $\sqrt{2}i$ 가 c 개, $-\sqrt{2}i$ 가 d 개 있다고 하면, a, b, c, d 는 음이 아닌 정수

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 \times a + (-1) \times b + (\sqrt{2}i) \times c + (-\sqrt{2}i) \times d$$

$$= a - b + \sqrt{2}i(c - d) = 0$$

a, b, c, d 는 실수이므로 $a - b, c - d$ 도 실수

복소수의 상등에 의해 $a = b, c = d \cdots$ ①

$$a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 = 1^2 \times a + (-1)^2 \times b + (\sqrt{2}i)^2 \times c + (-\sqrt{2}i)^2 \times d$$

$$= a + b - 2c - 2d = (a + b) - 2(c + d) = 0$$

$$a + b = 2(c + d)$$

$$2a = 4c(\because \text{①})$$

$$\therefore a = 2c$$

$$\therefore a : b : c : d = 1 : 1 : 2 : 2$$

$$\therefore n = a + b + c + d = 6a, n \text{ 은 } 6 \text{ 의 배수}$$

20. $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$) 일 때, $\alpha' = b + ai$ 라 한다.
 $\alpha = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$ 일 때, $2\alpha^5(\alpha')^4$ 을 간단히 하면?

- ① $1 + i$
- ② $1 - i$
- ③ $2 + i$
- ④ $2 - i$
- ⑤ $\sqrt{3} + i$

해설

$\alpha = a + bi, \alpha' = b + ai$ 이므로
 $\alpha\alpha' = (a + bi)(b + ai) = (a^2 + b^2)i$
그런데 $\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = a + bi$ 에서
 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}, b = \frac{1}{2} \quad \therefore \alpha\alpha' = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right)i = i$
 $\therefore$ (준식) $= 2\alpha(\alpha \cdot \alpha')^4 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3} + i}{2} \cdot i^4 = \sqrt{3} + i$

21. 방정식 $|x-3|+|x-4|=2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x < 3$ 일 때,
 $-(x-3)-(x-4)=3, -2x=-5$
 $\therefore x=\frac{5}{2}$
ii) $3 \leq x < 4$ 일 때
 $(x-3)-(x-4)=2, 0 \cdot x=1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $x \geq 4$ 일 때
 $x-3+x-4=2, 2x=9$
 $\therefore x=\frac{9}{2}$
따라서 $x=\frac{5}{2}, \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

22. 방정식 $x^2+x+2=0$ 의 한 해근을 ω 라 할 때, $f(x)=ax^2+bx+12(a \neq 0)$ 에 대하여 $f(\omega)=3\omega$ 를 만족한다. 이 때, 실수 a, b 의 합은?

① 12 ② -12 ③ 15 ④ -15 ⑤ 18

해설

$x^2+x+2=0$ 의 한 해근이 ω 이므로
 $\omega^2+\omega+2=0 \quad \therefore \omega^2=-\omega-2$
 $f(\omega)=a\omega^2+b\omega+12=a(-\omega-2)+b\omega+12$
 $= (b-a)\omega+(12-2a)$
 $f(\omega)=3\omega$ 이므로
 $(b-a)\omega+(12-2a)=3\omega$
 $b-a=3, 12-2a=0 \quad (\because \omega \text{는 허수})$
 $\therefore a=6, b=9$

23. 방정식 $x^2 + 2(k+a)x + k^2 + k + b = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a + 2b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\text{준식에서 } \frac{D}{4} = (k+a)^2 - (k^2 + k + b)$$

$$= (2a-1)k + a^2 - b = 0$$

이것이 k 에 대한 항등식이 되어야 하므로

$$2a-1=0, \quad a^2-b=0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a + 2b = 1$$

24. x 에 관한 다음 이차방정식이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 또 음근의 절댓값이 양근 보다 크기 위한 m 의 범위를 구하면?

$(m+3)x^2 - 4mx + 2m - 1 = 0$

- ① $-2 < m < 0$

② $-3 < m < 0$

③ $-2 < m < 1$
- ④ $-2 < m < 2$

⑤ $-2 < m < 3$

해설

음근의 절댓값이 양근보다 크기 위한 조건은

$\alpha + \beta < 0, \alpha\beta < 0$

$\alpha + \beta = \frac{4m}{m+3} < 0$

$\therefore 4m(m+3) < 0$

$\therefore -3 < m < 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$

$\alpha\beta = \frac{2m-1}{m+3} < 0$

$\therefore (2m-1)(m+3) < 0$

$\therefore -3 < m < \frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 동시에 만족하는 m 의 범위는

$-3 < m < 0$

25. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a + b$ 의 값을 구하면?

$$y + (x + y)x + (a - 1)x - b^2 = 0$$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y = 0$ 일 때, 얻어지는 방정식 $x^2 + (a - 1)x - b^2 = 0$ 의 중근이다.
 $\therefore D = (a - 1)^2 + 4b^2 = 0$
 a, b 는 실수이므로 $a = 1, b = 0$
 $\therefore a + b = 1$

26. 원점을 지나고 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 2b$ 에 접하는 두 개의 직선이 서로 직교할 때, 점 (a, b) 의 자취를 나타내는 방정식은? (단, $b > 0$ 이다.)

① $b = \frac{1}{2}(a+1)$ ② $b = \frac{1}{8}(a^2+1)$ ③ $b = \frac{1}{4}a^2$
④ $b = \frac{1}{6}(a-3)^2$ ⑤ $b = \frac{1}{12}a^2 - 4$

해설

원점을 지나는 직선 $y = mx$ 라 두면,

$$x^2 + ax + 2b = mx$$

$$x^2 + (a-m)x + 2b = 0$$

$$D = (a-m)^2 - 8b = 0$$

$$= m^2 - 2am + a^2 - 8b = 0$$

두 직선이 직교할 때, 기울기의 곱은 -1 이므로,

근과 계수의 관계에서

$$a^2 - 8b = -1$$

$$\therefore b = \frac{1}{8}(a^2 + 1)$$

27. 이차함수 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$ 의 그래프와 직선 $y = x + 12 - a^2$ 이 서로 다른 두 점에서 만나고, 두 교점이 원점에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

이차함수 $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x$ 의 그래프와 직선 $y = x + 12 - a^2$ 의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 - (a^2 - 4a + 3)x = x + 12 - a^2$ 즉, $x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 - 12 = 0$ 의 두 근이다.
그런데 두 교점이 원점에 대하여 대칭이므로 위의 이차방정식의 두 근의 합은 0이고, 두 근의 곱은 음이다.
따라서, 근과 계수의 관계에 의하여
 $a^2 - 4a + 4 = 0$ 에서 $(a - 2)^2 = 0 \quad \therefore a = 2$
 $a^2 - 12 < 0$ 에서 $-2\sqrt{3} < a < 2\sqrt{3}$
 $\therefore a = 2$

28. 이차함수 $y = 2x^2 - 6x - 4$ 는 $x = a$ 일 때 최솟값 b 를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하면?

① -8

② -4

③ 6

④ 10

⑤ 20

해설

$$y = 2x^2 - 6x - 4 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - \frac{9}{2} - 4 = -2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{2}$$

아래로 볼록하고 꼭짓점이 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{17}{2}\right)$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최솟값 $-\frac{17}{2}$ 을 갖는다.

$$\therefore a - b = \frac{3}{2} - \left(-\frac{17}{2}\right) = 10$$

29. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 6$ 의 그래프를 x 축으로 2 만큼, y 축으로 -3 만큼 평행이동한 포물선의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$y = x^2 + 4x + 6 = (x + 2)^2 + 2$$

$$y + 3 = (x + 2 - 2)^2 + 2$$

$$y = x^2 - 1$$

따라서 $x = 0$ 일 때 최솟값은 -1 을 갖는다.

30. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

31. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

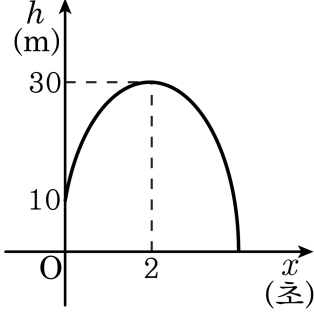
32. 실수 x 에 대하여 함수 $f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x^2 + 2x + 3}$ 의 함수값 중 가장 작은 정수를 m , 가장 큰 정수를 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값은?

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

$\frac{2x^2 - 4x + 1}{x^2 + 2x + 3} = y$ 라 놓고,
양변에 $x^2 + 2x + 3$ 을 곱하면
 $2x^2 - 4x + 1 = y(x^2 + 2x + 3)$
 $(y - 2)x^2 + 2(y + 2)x + 3y - 1 = 0$
 x 가 실수이므로
이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = (y + 2)^2 - (y - 2)(3y - 1) \geq 0$
 $2y^2 - 11y - 2 \leq 0$
 $\therefore \frac{11 - \sqrt{137}}{4} \leq y \leq \frac{11 + \sqrt{137}}{4}$
 $11 < \sqrt{137} < 12$ 이므로
 $-0.\times\times\times \leq y \leq 5.\times\times\times$
따라서 $m = 0, M = 5$ 이므로 $m + M = 5$

33. 다음 그림은 지면으로부터 10m 높이에서 던져 올린 물체의 운동을 나타내는 그래프이다. 던진 후 몇 초 만에 다시 지면으로 떨어지는가?



- ① 4 초
- ② $(\sqrt{6}-2)$ 초
- ③ $(2+\sqrt{6})$ 초
- ④ 5 초
- ⑤ 6 초

해설

$y = a(x-2)^2 + 30$ 이고, $(0, 10)$ 을 지난다.
 $10 = 4a + 30$
 $\therefore a = -5$
 $\therefore y = -5(x-2)^2 + 30 = -5x^2 + 20x + 10$
 $x^2 - 4x - 2 = 0$
 $\therefore x = 2 + \sqrt{6} \ (\because x > 0)$