1. 다음 보기에서 항상 닮음 도형인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 두 둔각삼각형
㉡ 두 직각이등변삼각형
㉢ 두 직각삼각형
㉣ 두 정사각형
㉤ 두 예각삼각형

▶ 답 :

▶ 답 :

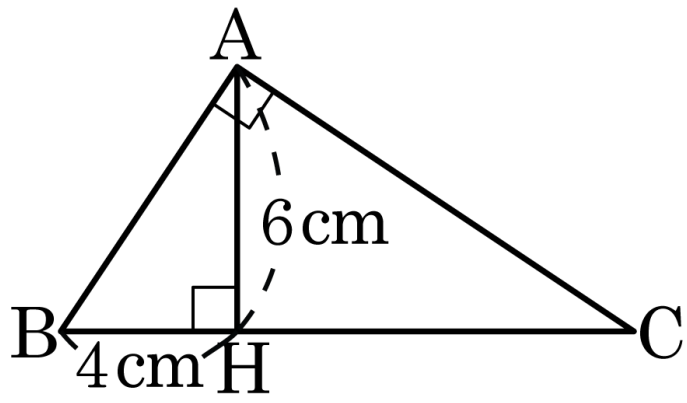
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

2. $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이를 구하면?



① 18cm^2 ② 27cm^2 ③ 36cm^2

④ 40cm^2 ⑤ 42cm^2

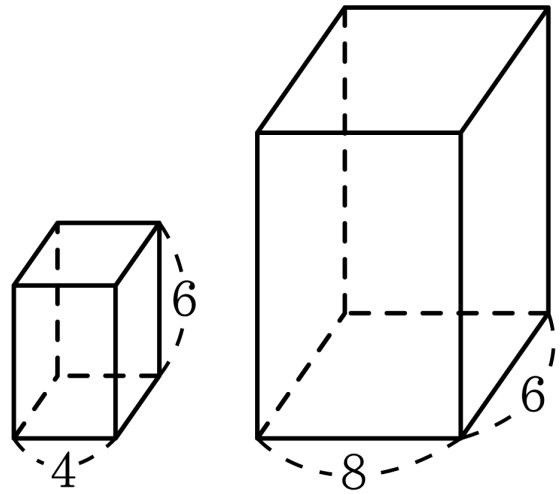
해설

$\overline{AH^2} = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

$36 = 4 \times \overline{CH}$, $\overline{CH} = 9(\text{cm})$

$\therefore (\triangle AHC \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림의 두 직육면체가 서로 닮은 도형일 때, 두 직육면체의 닮음의 비는?



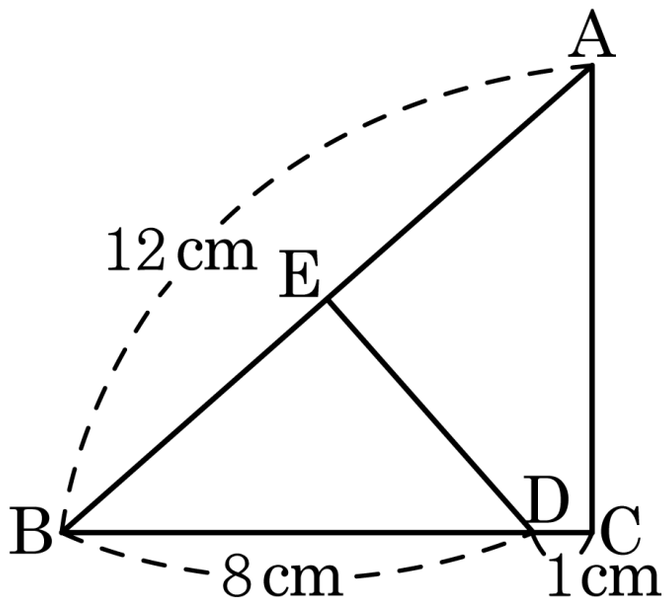
① 1 : 2 ② 1 : 4 ③ 3 : 4

④ 2 : 3 ⑤ 1 : 1

해설

두 입체도형의 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비와 같으므로 닮음비는 $4 : 8 = 1 : 2$ 이다.

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE} = \overline{BE} = \overline{DE}$인 점 D, E를 정하고 $\overline{AB} = 12$, $\overline{BD} = 8$, $\overline{CD} = 1$일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하면?



① 9 cm ② 10 cm ③ 11 cm ④ 12 cm ⑤ 13 cm

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

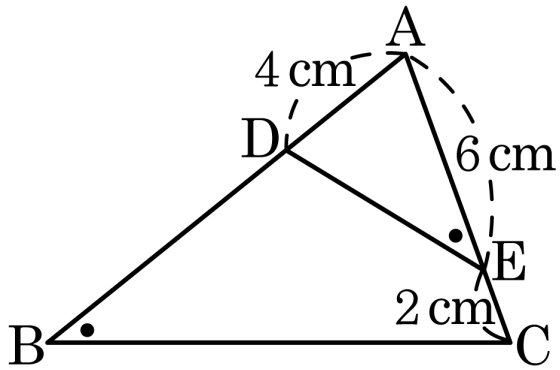
$\overline{BC} : \overline{BE} = 9 : 6 = 3 : 2$, $\overline{AB} : \overline{DB} = 12 : 8 = 3 : 2$, $\angle B$는 공통

$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (SAS 닮음)

$3 : 2 = \overline{AC} : 6$

$\therefore \ \overline{AC} = 9(\text{ cm})$

5. 다음 그림에서 $\angle AED = \angle ABC$, $\overline{AD} = 4cm$, $\overline{AE} = 6cm$, $\overline{EC} = 2cm$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① 6cm ② 7cm ③ 8cm

④ 9cm ⑤ 10cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ 의 닮음비가 $2 : 1$ 이므로 $2 : 1 = \overline{AB} : 6$

$\overline{AB} = 12(cm)$

$x = 12 - 4 = 8(cm)$

6. 다음 도형 중 항상 닮은 도형인 것을 모두 고르면?

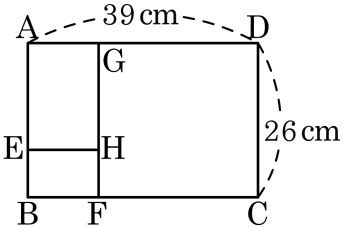
① 두 원기둥　② 두 원뿔　③ 두 구

④ 두 사각기둥　⑤ 두 정육면체

해설

두 구와 두 정육면체는 항상 닮음이다.

7. 다음 그림에서 세 직사각형 ABCD, GAEH, EBFH 가 닮음일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{GH} : \overline{HE} = \overline{EH} : \overline{HF}$

$\overline{AD} : \overline{DC} = 39 : 26 = 3 : 2$

$\overline{EH} = \overline{BF} = a$ 라고 하면

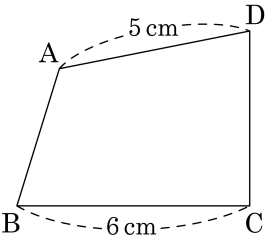
$\overline{HF} = \frac{2}{3}a$, $\overline{GH} = \frac{3}{2}a$

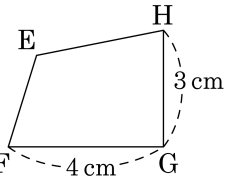
$\overline{GH} + \overline{HF} = \overline{DC} = 26(\text{cm})$ 이므로

$\frac{3}{2}a + \frac{2}{3}a = 26$, $\frac{13}{6}a = 26$, $a = 12(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF} = 12(\text{cm})$

8. 다음 그림의 사각형 ABCD와 사각형 EFGH는 닮은 도형일 때,





사각형 ABCD와 사각형 EFGH의 닮음비를 $a : b$라 하고, $\overline{CD}$의 길이를 c cm라 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{19}{2}$

해설

닮음비란 두 닮은 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 뜻하므로

$\overline{BC} : \overline{FG} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\therefore\ a = 3,\ b = 2$

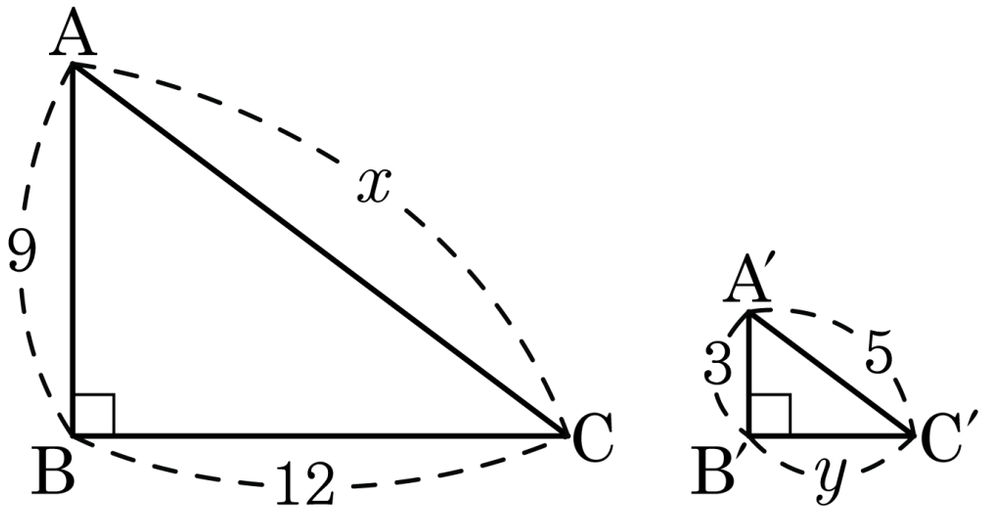
$\overline{CD}$와 대응하는 변은 $\overline{GH}$이고 닮음비가 3 : 2이므로 $3 : 2 = \overline{CD} : 3$

$\overline{CD} = \frac{9}{2}(\text{cm})$

$\therefore\ c = \frac{9}{2}$

$\therefore\ a+b+c = \frac{19}{2}$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 이다. $x - y$를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{AC} : \overline{A'C'}$ 이므로 $9 : 3 = x : 5$

$3x = 45$

$\therefore x = 15$

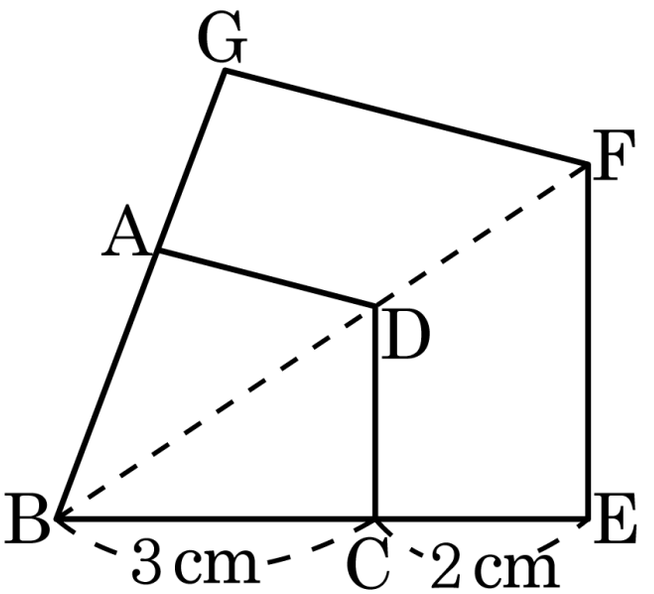
$\overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$ 이므로 $12 : y = 3 : 1$

$3y = 12$

$\therefore y = 4$

$\therefore x - y = 15 - 4 = 11$

10. 다음 그림에서 □GBEF는 □ABCD를 일정한 비율로 확대한 것이다. □ABCD의 둘레의 길이가 12cm일 때, □GBEF의 둘레의 길이를 구하면?



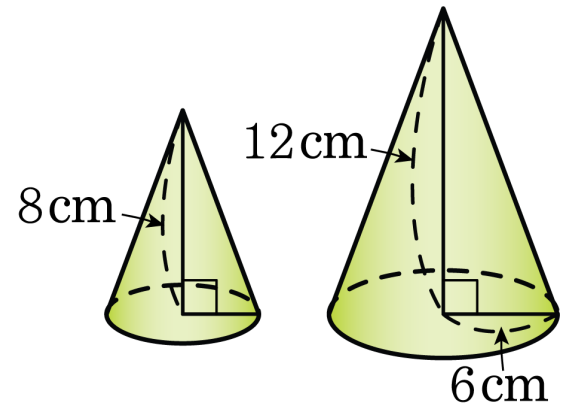
① 8cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 36cm

해설

□GBEF의 둘레의 길이를 x cm라 하면, 두 사각형의 닮음비는 $3 : 5$이므로 $3 : 5 = 12 : x$

$\therefore\ x = 20$

11. 다음 그림의 두 원뿔이 닮은 도형일 때, 작은 원뿔의 밑면의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 8π cm

해설

작은 원뿔의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$8 : 12 = r : 6$

$12r = 48$

$\therefore\ r = 4$

따라서 밑면의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi(\text{ cm})$ 이다.

12. 다음 중 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 이 되지 않는 것은?

① $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \dfrac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}}$

② $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}, \angle C = \angle C'$

③ $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \dfrac{3}{4}, \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$

④ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \dfrac{1}{2}, \angle A = \angle A'$

⑤ $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$

해설

② SAS 닮음이 되려면 두 대응하는 변의 길이의 비와 그 끼인 각이 각각 같아야 한다.

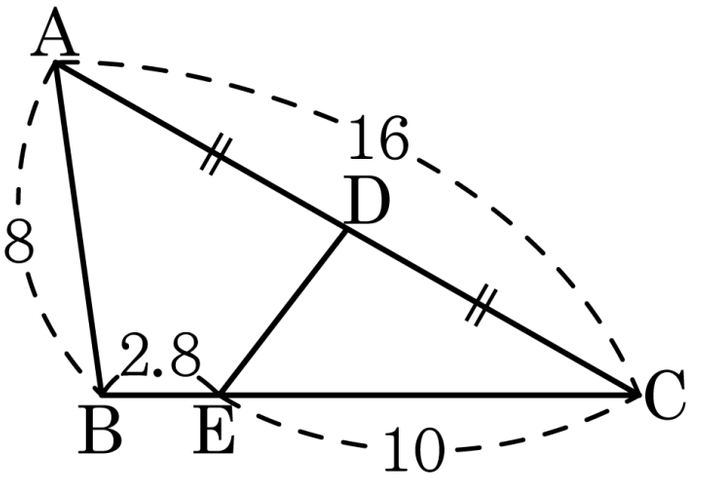
① SSS 닮음

③ AA 닮음

④ SAS 닮음

⑤ AA 닮음

13. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, $\triangle CDE$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$\overline{AC} : \overline{CE} = 16 : 10 = 8 : 5$

$\overline{BC} : \overline{CD} = 12.8 : 8 = 8 : 5$

$\angle C$는 공통

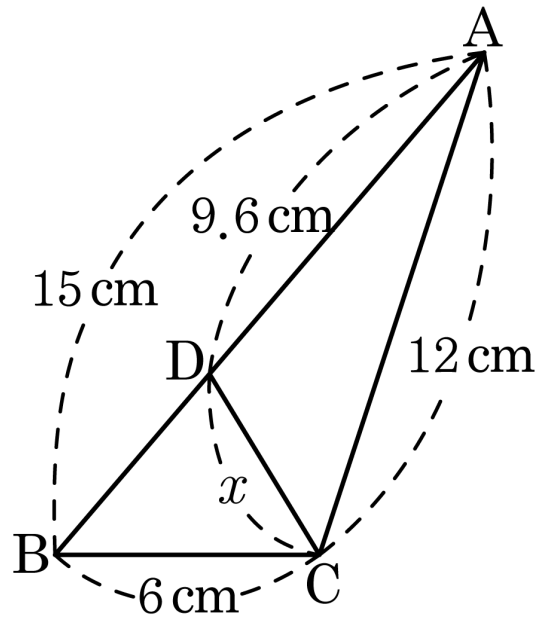
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (SAS 닮음)

$\overline{AB} : \overline{DE} = 8 : 5$

$\overline{DE} = 5$

따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $5 + 10 + 8 = 23$ 이다.

14. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

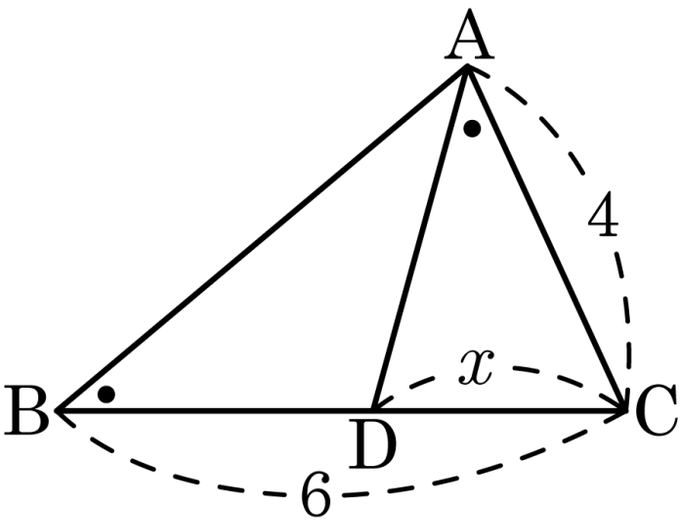
해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$(SAS닮음)

$15 : 6 = 12 : x$

$x = \frac{24}{5}$(cm)

15. 다음 그림에서 $\overline{AC} = 4$, $\overline{BD} = 6$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이는?



① $x = 5$ ② $x = 6$ ③ $x = \frac{8}{3}$

④ $x = \frac{9}{5}$ ⑤ $x = \frac{7}{4}$

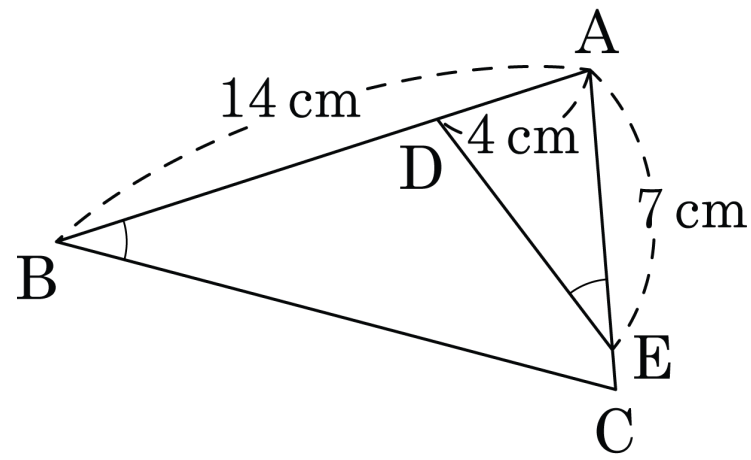
해설

$\triangle CDA$ 와 $\triangle CAB$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle CAD = \angle CBA$ 이므로 $\triangle CDA \backsim \triangle CAB$ 이다.

$\therefore \overline{CA} : \overline{CB} = \overline{CD} : \overline{CA}$

따라서 $4 : 6 = x : 4$ 이고, $x = \frac{8}{3}$ 이다.

16. 다음 그림에서 $\angle B = \angle AED$ 이고 $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$\angle B = \angle AED$ 이고 $\angle A$ 가 공통이므로

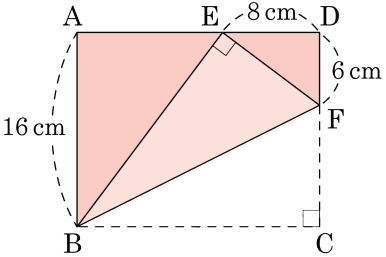
$\triangle AED \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AE} : \overline{AB} = 7 : 14 = 1 : 2$ 이므로

$1 : 2 = \overline{AD} : \overline{AC} = 4 : \overline{AC}$ 에서 $\overline{AC} = 8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AE} = 8 - 7 = 1(\text{cm})$

17. 직사각형 ABCD를 $\overline{BF}$를 접는 선으로 하여 점 C가 $\overline{AD}$위의 점 E에 오도록 접은 것이다. $\overline{AB} = 16\,\text{cm}$, $\overline{ED} = 8\,\text{cm}$, $\overline{DF} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle BCF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $100\,\underline{\text{cm}^2}$

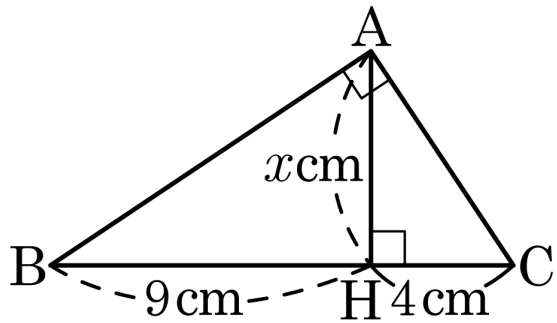
해설

$\angle AEB + \angle DEF = 90°$이고
$\triangle ABE$와 $\triangle DEF$에서
$\angle ABE + \angle AEB = \angle DEF + \angle DFE = 90°$이므로
$\angle ABE = \angle DEF$, $\angle AEB = \angle DFE$
따라서 $\triangle ABE \backsim \triangle DEF$(*AA* 닮음)

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{ED} : \overline{DF} = 8 : 6 = 4 : 3$
$16 : \overline{AE} = 4 : 3$
$\overline{AE} = 12$
$\square ABCD$는 직사각형이므로
$\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 12 + 8 = 20(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle BCF = \frac{1}{2} \times 20 \times (16 - 6) = 100(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, x 의 값은?



① 5 ② 6 ③ 6.5

④ 7 ⑤ 7.5

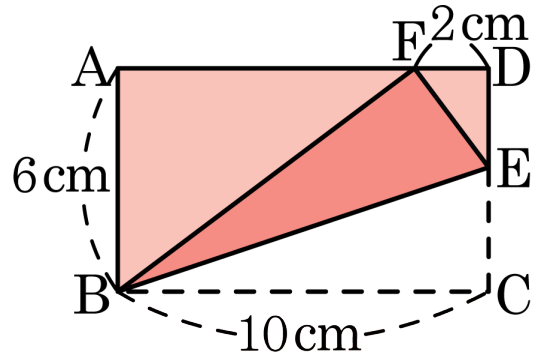
해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$ 이므로

$x^2 = 9 \times 4 = 36$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$ 이다.

19. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 F 에 오도록 접은 것이다. $\overline{EF}$ 의 길이는?



① $\frac{5}{3}$ cm ② $\frac{7}{3}$ cm ③ $\frac{10}{3}$ cm

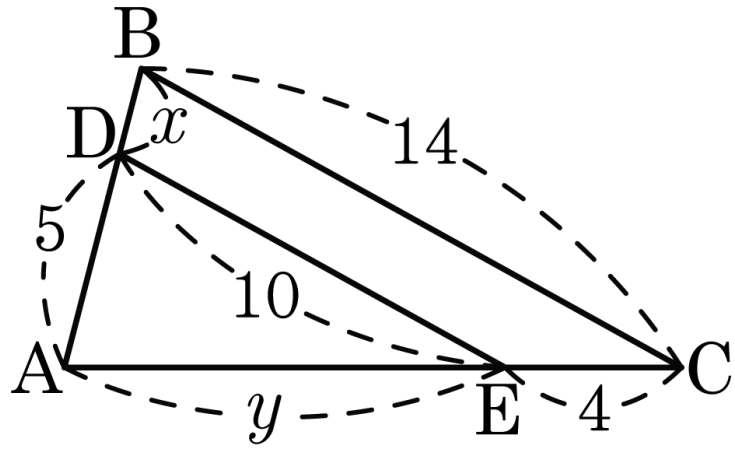
④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\triangle ABF \backsim \triangle DFE$(AA닮음) 이므로 $6 : 2 = 10 : \overline{EF}$ $6\overline{EF} = 20$

$\therefore \overline{EF} = \frac{10}{3}(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ 이므로

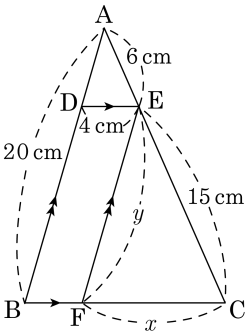
$10 : 14 = y : (y+4)$

$y = 10$

$10 : 4 = 5 : x$

$x = 2 \qquad \therefore \ x+y = 12$

21. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 x, y의 값에 대하여 $y-x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{30}{7}$ cm

해설

$\overline{BC}//\overline{DE}$이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle EFC$($AA$ 닮음)

$\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{EC} : \overline{FC}$이므로 $6 : 4 = 15 : x$

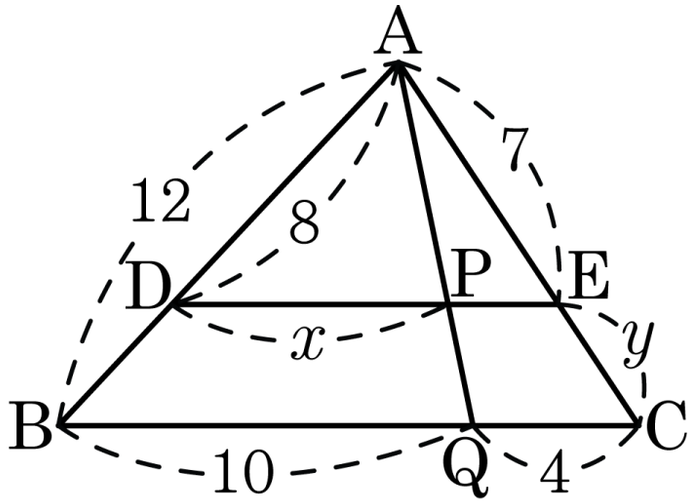
$\therefore\ x = 10(\text{cm})$

또, $\square DBFE$는 평행사변형이므로 $\overline{BD} = \overline{EF} = y$, $\overline{AD} : \overline{AE} = \overline{EF} : \overline{EC}$이므로 $(20-y) : 6 = y : 15$

$\therefore\ y = \frac{100}{7}(\text{cm})$

$\therefore\ y - x = \frac{30}{7}(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 일 때, $3x - 2y$ 의 값은?



① 7 ② 13 ③ 20 ④ 27 ⑤ 30

해설

$\overline{BQ} // \overline{DP}$ 이므로 $12 : 8 = 10 : x$

$\therefore x = \frac{20}{3}$

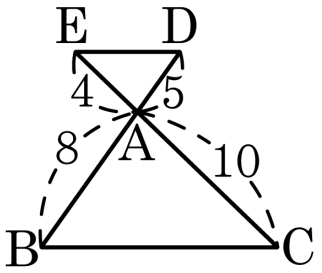
$\overline{QC} // \overline{PE}$ 이므로 $8 : 4 = 7 : y$

$\therefore y = \frac{7}{2}$

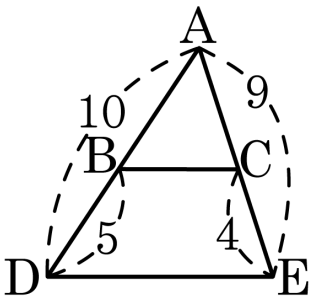
$x = \frac{20}{3}$, $y = \frac{7}{2}$ 이므로 $3x - 2y = 3 \times \frac{20}{3} - 2 \times \frac{7}{2} = 20 - 7 = 13$

23. 다음 그림 중 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 인 것을 두 가지 고르면?

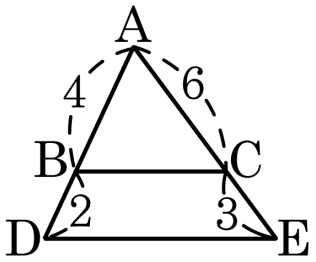
①



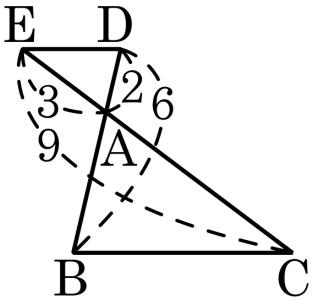
②



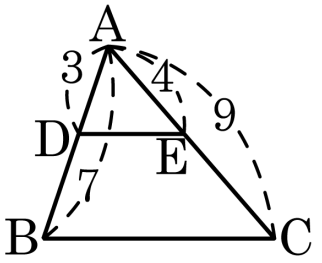
③



④



⑤



해설

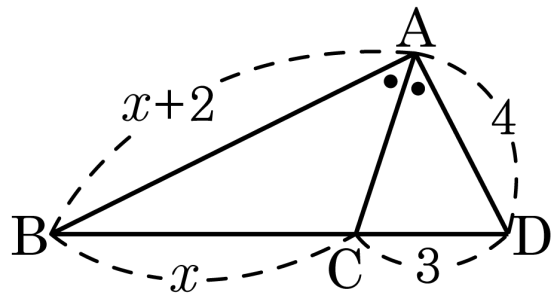
③ $\overline{DE}//\overline{BC}$ 라면, $\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{CE}$ 이다.

$4 : 2 = 6 : 3$ 이므로 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다.

④ $\overline{DE}//\overline{BC}$ 라면, $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB}$ 이다.

$3 : 9 = 2 : 6$ 이므로 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다.

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. x 의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

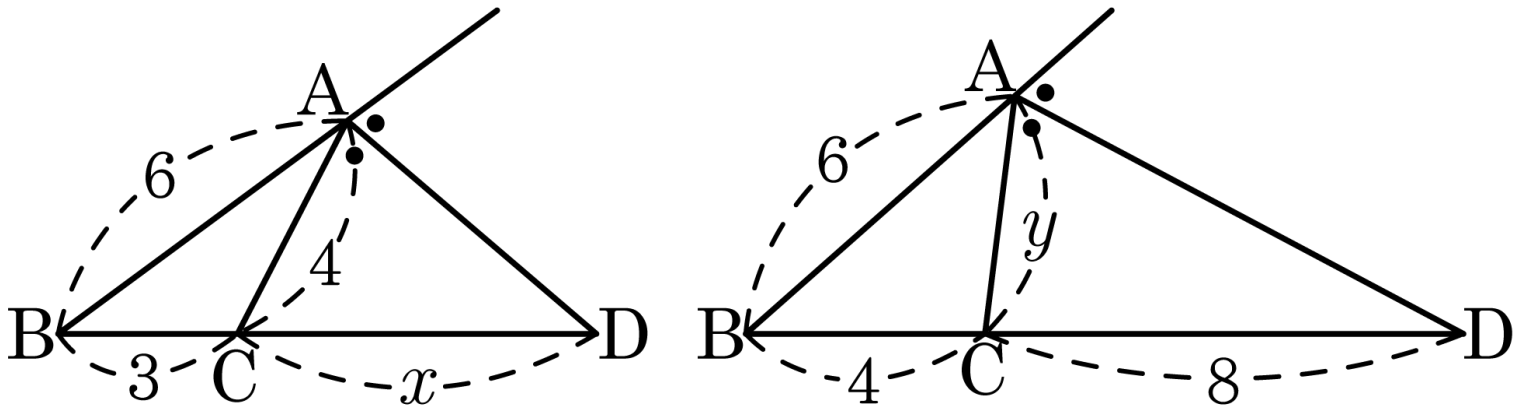
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$

$(x+2) : 4 = x : 3$

$4x = 3x + 6$

$\therefore x = 6$

25. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, $x+y$ 의 값은?



① 4 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 20

해설

$6 : 4 = (x+3) : x$

$6x = 4x + 12$

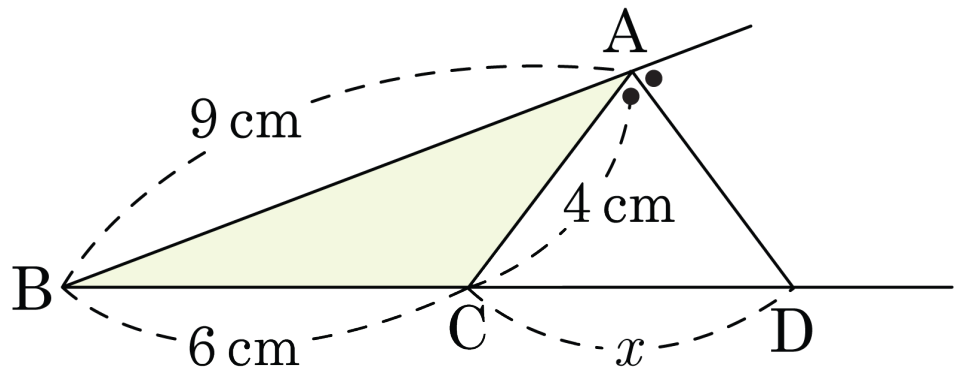
$\therefore x = 6$

$6 : y = 12 : 8$

$\therefore y = 4$

따라서 $x+y = 6+4 = 10$ 이다.

26. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선일 때, x의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ cm

해설

$\triangle ABC$의 $\angle A$의 이등분선에 의하여

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$9 : 4 = (6 + x) : x$

$\therefore\ x = \frac{24}{5}(\text{cm})$

27. 세 변의 길이가 18cm , 24cm , 36cm 인 삼각형이 있다. 한 변의 길이가 3cm 이고 이 삼각형과 닮음인 삼각형 중에서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비를 구하여라.

① 2 : 3 ② 4 : 5 ③ 1 : 2 ④ 3 : 5 ⑤ 1 : 3

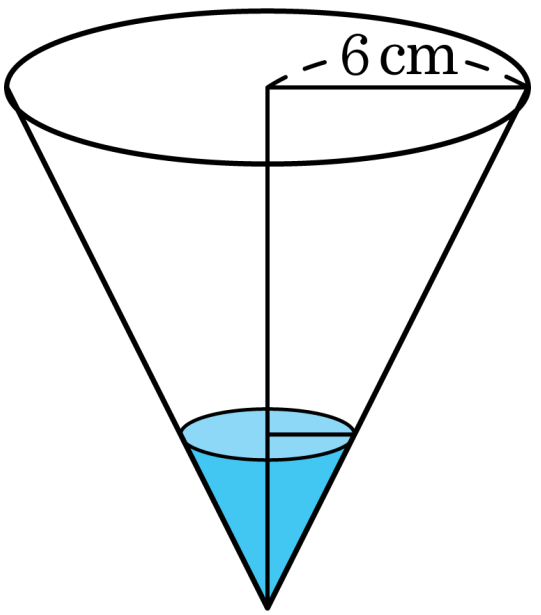
해설

주어진 삼각형의 변의 길이의 비는 $18 : 24 : 36 = 3 : 4 : 6$ 이고 한 변의 길이가 3cm 인 삼각형을 만들면 3 가지 경우가 나온다.

그 중 가장 작은 삼각형의 세 변의 길이는 $\frac{3}{2} : 2 : 3$ 이고, 가장 큰 삼각형의 세 변의 길이는 $3 : 4 : 6$ 이다.

따라서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 물을 부어서 전체 높이의 $\frac{1}{3}$ 만큼 채웠다. 이때, 수면의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm

④ 2.5cm ⑤ 3cm

해설

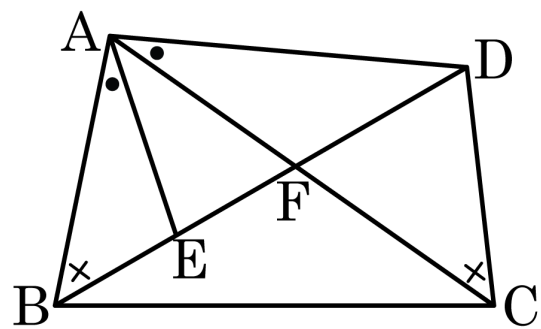
그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 3 : 1이므로 수면의 반지름의 길이를 $x$cm 라고 하면

$3 : 1 = 6 : x$

$3x = 6$

$\therefore\ x = 2$

29. 다음 그림에서 $\angle BAE = \angle CAD$, $\angle ABE = \angle ACD$ 일 때, 다음 중 $\triangle ABC$ 와 닮은 도형인 것은?



① $\triangle ABE$ ② $\triangle ADC$ ③ $\triangle BCF$

④ $\triangle AED$ ⑤ $\triangle CDF$

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로

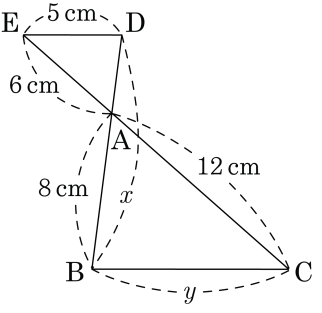
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because \triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

30. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$일 때, $x+y$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 22 cm

해설

$\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AB}$이므로

$6 : 12 = \overline{AD} : 8$

$\overline{AD} = 4(\text{cm})$

$\therefore\ x = 4 + 8 = 12(\text{cm})$

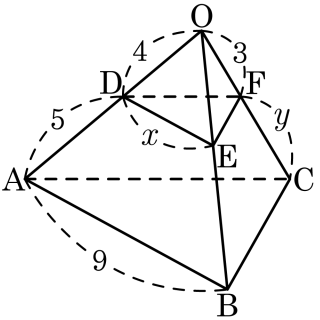
$\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{ED} : \overline{BC}$이므로

$6 : 12 = 5 : y$

$\therefore\ y = 10(\text{cm})$

$\therefore\ x + y = 22(\text{cm})$

31. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 △DEF 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+4y$ 의 값은?



① 4 ② 9 ③ $\frac{31}{4}$ ④ 15 ⑤ 19

해설

$\overline{DE} // \overline{AB}$ 이므로 △ODE ∽ △OAB

$4 : 9 = x : 9$

$x = 4$

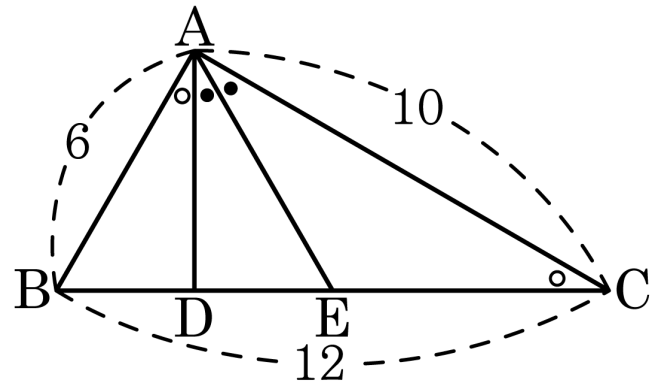
$\overline{DF} // \overline{AC}$ 이므로 △ODF ∽ △OAC

$4 : 5 = 3 : y$

$y = \frac{15}{4}$

$\therefore\ x+4y = 4 + 4 \times \frac{15}{4} = 19$

32. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle DAB = \angle ACB$, $\angle DAE = \angle CAE$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 10$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle B$ (공통) $\angle DAB = \angle ACB$

$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (AA 닮음)

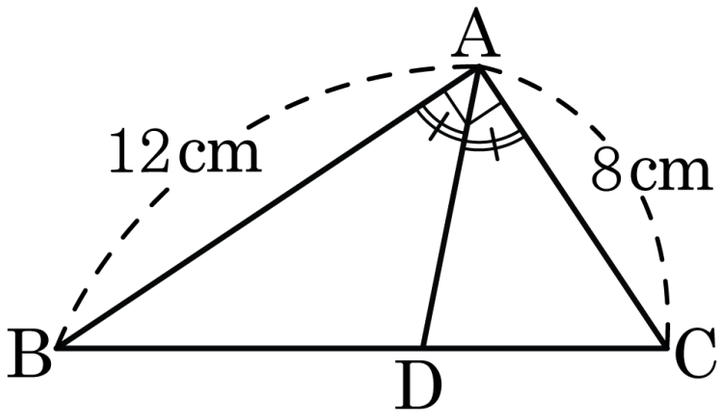
$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA}$ 이므로 $6 : 12 = \overline{BD} : 6$ $\overline{BD} = 3$

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$ 이므로 $6 : 12 = \overline{AD} : 10$ $\overline{AD} = 5$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{CE}$ 이므로 $5 : 10 = x : (9 - x)$

$\therefore \quad x = 3$

33. 다음 그림과 같이 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하면?



① $\frac{48}{5}\text{cm}^2$ ② $\frac{96}{5}\text{cm}^2$ ③ 40cm^2

④ 45cm^2 ⑤ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 12 \times 8 \times \frac{1}{2} = 48(\text{cm}^2)$

이다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$

$\therefore \triangle ADC = \triangle ABC \times \frac{2}{5} = 48 \times \frac{2}{5} = \frac{96}{5}(\text{cm}^2)$