1. 다항식 $8x^3 - 1$을 $4x^2 + 2x + 1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x-1)\left(4x^2 + 2x + 1\right)$

$\therefore Q(x) = 2x - 1$

$\therefore$상수항은 -1

2. 다음 중 $(x+y)^3-8y^3$ 의 인수인 것은?

① $x^2-2xy-4y^2$ ② $x^2-2xy+4y^2$ ③ $x^2+2xy+4y^2$

④ $x^2-4xy-7y^2$ ⑤ $x^2+4xy+7y^2$

해설

(준식)$=(x+y)^3-(2y)^3$

$=\{(x+y)-2y\}\{(x+y)^2+(x+y)2y+(2y)^2\}$

$=(x-y)(x^2+2xy+y^2+2xy+2y^2+4y^2)$

$=(x-y)(x^2+4xy+7y^2)$

3. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① a

② $2a-5b$

③ $2a(2a-5b)$

④ $4a^2+10ab+25b^2$

⑤ $2a(2a+5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3-125b^3)\\ &= 2a\{(2a)^3-(5b)^3\}\\ &= 2a(2a-5b)(4a^2+10ab+25b^2)\end{aligned}$$

4. 1999개의 다항식 x^2-2x-1, x^2-2x-2, $\cdots$, $x^2-2x-1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2-2x-n=(x+a)(x-b)$ (a, b는 자연수)라 하면 ($1 \le n \le 1999$인 자연수)

$ab=n$, $a=b-2$

$\therefore n=1\cdot 3,\ 2\cdot 4,\ 3\cdot 5,\ \cdots,\ 43\cdot 45(=1935)$의 43개

5. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$ ② $a - b^2$ ③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$ ⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a-b)c^2 - ab(a-b) \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)c^2 - ab(a-b) \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a-b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

6. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$$[x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y$
$= (x-y)(x^2+xy+y^2) + xy(x-y) + 2(x+y)(x-y) + (x-y)$
$= (x-y)\{(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\}$
$= (x-y)(x+y+1)^2$
$p = -1, q = 1, r = 1$
$\therefore\ p^2 + q^2 + r^2 = 3$

7. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

8. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2+x=A$ 로 치환하면

$(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$

$=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)+24$

$=(A-2)(A-12)+24$

$=A^2-14A+48=(A-6)(A-8)$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-8)$

$=(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

$\therefore\ a+b+c-d=-2+3+1-(-8)=10$

9. $(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+2)$일 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① -6　② -3　③ 0　④ 3　⑤ 6

해설

x^2-x를 X로 치환하면

$(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$

$=(X+1)(X-3)-5$

$=X^2-2X-3-5$

$=X^2-2X-8$

$=(X-4)(X+2)$

$=(x^2-x-4)(x^2-x+2)$

따라서, $a=-1$, $b=-4$, $c=-1$이므로

$a+b+c=-1-4-1=-6$

10. $x^4 - 8x^2 - 9$를 x에 대한 일차식만의 곱으로 인수분해할 때, 계수는 다음 중 어떤 수라 할 수 있는가?

① 정수 ② 유리수 ③ 무리수

④ 실수 ⑤ 복소수

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 8x^2 - 9 &= (x^2 - 9)(x^2 + 1) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x^2 + 1) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x + i)(x - i) \end{aligned}$$

$\therefore$복소수

11. 다음 중 다항식 x^4-8x^2-9의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-3$

② $x+3$

③ x^2+1

④ x^2+9

⑤ x^3+3x^2+x+3

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4-8x^2-9=(x^2+1)(x^2-9)$$
$$=(x^2+1)(x+3)(x-3)$$

⑤ $x^2(x+3)+x+3=(x^2+1)(x+3)$

12. $16x^4 - 625y^4$ 을 옳게 인수분해한 것은?

① $(x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$

② $(2x+y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$

③ $(2x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$

④ $(x+5y)(x-5y)(4x^2+25y^2)$

⑤ $(2x+5y)(x-y)(4x^2+25y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (4x^2)^2 - (25y^2)^2 \\ &= (4x^2+25y^2)(4x^2-25y^2) \\ &= (2x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)\end{aligned}$$

13. $x^4 + 4y^4$ 의 인수인 것은?

① $x^2 + y^2$ ② $x^2 + 2y^2$ ③ $x^2 + xy + 2y^2$

④ $x^2 - xy + 2y^2$ ⑤ $x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$\begin{aligned} x^4 + 4y^4 &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2) \end{aligned}$$

14. 다음 중 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$의 인수인 것은?

① $2x + y - 2$ ② $2x - y + 2$ ③ $x - y + 1$

④ $x + y - 1$ ⑤ $x - 2y - 1$

해설

x에 대한 내림차순으로 정리하면

$2x^2 - (y+4)x - y^2 + y + 2$

$= 2x^2 - (y+4)x - (y+1)(y-2)$

$= \{2x + (y-2)\}\{x - (y+1)\}$

$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$

15. $xy(x-y)+yz(y-z)+zx(z-x)$ 을 인수분해하면?

① $-(x-y)(y-z)(z-x)$
② $-(x+y)(y-z)(z-x)$
③ $-(x-y)(y+z)(z-x)$
④ $-(x-y)(y-z)(z+x)$
⑤ $-(x-y)(y+z)(z+x)$

해설

(준 식) $= xy(x-y)+zx(z-x)+yz(y-z)$

$= yx^2-y^2x+z^2x-zx^2+yz(y-z)$

$= (y-z)x^2-(y^2-z^2)x+yz(y-z)$

$= (y-z)x^2-(y+z)(y-z)x+yz(y-z)$

$= (y-z)\{x^2-(y+z)x+yz\}$

$= (y-z)(x-y)(x-z)$

$= -(x-y)(y-z)(z-x)$

16. $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $-(a+b+c)(a-b-c)$

③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$ ④ $(a+b)(b+c)(c+a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$

$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$

$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$=(b-c)(a-b)(a-c)$

$=-(a-b)(b-c)(c-a)$

17. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-x+2가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해 될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$
$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

18. 0이 아닌 세 수가 있다. 이들의 합은 0, 역수의 합은 $\frac{3}{2}$, 제곱의 합은 1일 때, 이들 세 수의 세제곱의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 수를 x, y, z라 하면 주어진 조건으로부터

$x+y+z=0 \cdots\cdots$ ㉠

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{3}{2} \cdots\cdots$ ㉡

$x^2+y^2+z^2=1 \cdots\cdots$ ㉢

$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$이므로

㉠, ㉢에서 $0^2=1+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xy+yz+zx=-\frac{1}{2} \cdots\cdots$ ㉣

㉡에서 $\frac{xy+yz+zx}{xyz}=\frac{3}{2}$이므로

$3xyz=2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ xyz=-\frac{1}{3}$

또, $x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$

㉠에서 $x+y+z=0$이므로

$x^3+y^3+z^3=3xyz=3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

19. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $b = c$인 이등변 삼각형

② $a = c$인 이등변삼각형

③ b가 빗변의 길이인 직각삼각형

④ 정삼각형

⑤ c가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b)\\ &= (a+b)\left(a^2+b^2-c^2\right) = 0\end{aligned}$$

$a^2 + b^2 = c^2 \ (\because\ a+b \neq 0)$

$\therefore$ c가 빗변의 길이인 직각삼각형

20. a, b, c가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)=0$을 만족하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $\angle B=120°$인 둔각삼각형
② 직각삼각형
③ $\angle B=150°$인 둔각삼각형
④ 이등변삼각형
⑤ $\angle A=35°$인 예각삼각형

해설

$$a^2b-a^2c+b^2c-b^2a+c^2a-c^2b$$
$$=a^2(b-c)+a(c+b)(c-b)+bc(b-c)$$
$$=(b-c)\left\{a^2+(c+b)a+bc\right\}$$
$$=(b-c)(a+b)(a+c)$$
$$\therefore b=c\ (\because a+b\neq 0,\ a+c\neq 0)$$

21. $\dfrac{2007^3-1}{2007\times2008+1}$ 의 값은?

① 2004 ② 2005 ③ 2006 ④ 2007 ⑤ 2008

해설

$2007=a$로 놓고

주어진 식을 a에 대한 식으로 변형하면

$$\frac{a^3-1}{a(a+1)+1}=\frac{a^3-1}{a^2+a+1}$$

$$=\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$$

$$=a-1=2007-1=2006$$

22. $\dfrac{2010^3-1}{2010\times 2011+1}$ 의 값을 구하면?

① 2007 ② 2008 ③ 2009

④ 20010 ⑤ 2011

해설

$a=2010$ 로 놓으면,

$$(\text{준 식})=\frac{a^3-1}{a(a+1)+1}$$

$$=\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}=a-1$$

$$=2009$$

23. $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2$ 을 계산하여라.

① 99　　② 100　　③ 4950

④ 5050　　⑤ 10000

해설

$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - \cdots + 99^2$

$= 99^2 - 98^2 + 97^2 - 96^2 + \cdots + 3^2 - 2^2 + 1^2$

$= (99^2 - 98^2) + (97^2 - 96^2) +$

$\cdots + (3^2 - 2^2) + 1^2$

$= (99-98)(99+98) + (97-96)(97+96) + \cdots + (3-2)(3+2) + 1$

$= (99 + 98) + (97 + 96) + \cdots + (3 + 2) + 1$

$= 1 + 2 + 3 + \cdots + 99$

$= (1 + 99) + (2 + 98) + \cdots + (49 + 51) + 50$

$= 4950$

24. $x = 1001$ 일 때, $\dfrac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4+1)(x^2-1)}{(x^4+1)(x+1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

25. $x^4+2x^2+9=(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$로 인수분해될 때, $|ab-cd|$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$(\text{준식})=(x^2+3)^2-(2x)^2$$
$$=(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$$

여기서 계수를 비교하면

$a=2,\ b=3,\ c=-2,\ d=3$

$\therefore |ab-cd|=|2\times3-(-2)\times3|=12$

26. 두 다항식 A, B에 대하여 $A \otimes B$를 $A \otimes B = \dfrac{B}{B-A}$라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x-1)$을 간단히 하면? (단, $x \neq 0$, $x \neq 1$인 실수)

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$\begin{aligned}(x^2 - x) \otimes (x-1) &= \frac{x-1}{(x-1)-(x^2-x)} \\ &= \frac{x-1}{x-1-x^2+x} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)} \\ &= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2} \\ &= -\frac{1}{x-1}\end{aligned}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

27. $a+b+c=0$일 때, 다음 중 $2a^2+bc$와 같은 것은?

① $(a-c)^2$ ② $(b+c)^2$ ③ $(a+b)(b+c)$

④ $(a-b)(a-c)$ ⑤ $(a-b)(a+c)$

해설

$2a^2+bc=2a^2-b(a+b)$ $(\because\ c=-a-b)$

$=2a^2-ab-b^2$

$=(a-b)(2a+b)$

$=(a-b)(a+b+a)$

$=(a-b)(a-c)$ $(\because a+b=-c)$

28. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$

① $x-1$ ② $2x-1$ ③ $x-2$

④ $x+3$ ⑤ $x+1$

해설

$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$

$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$

$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$

따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

29. 다음 두 다항식이 서로 소가 아닐 때, 상수 a의 모든 값의 합은?

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6, \quad x^2 - 3x + a$$

① -10 ② -8 ③ -5 ④ 0 ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$을 조립제법으로 인수분해하면

$(x-1)(x+2)(x-3)$

각각의 경우에 대해 나머지 정리를 이용한다

i) $x = 1 \Rightarrow 1 - 3 + a = 0, \ a = 2$

ii) $x = 2 \Rightarrow 4 + 6 + a = 0, \ a = -10$

iii) $x = 3 \Rightarrow 9 - 9 + a = 0, \ a = 0$

$\therefore$ a의합 : $2 + (-10) + 0 = -8$

30. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3+3x^2-12x+8$ ② $x^3-3x^2+10x-8$

③ $x^3+x^2-10x+8$ ④ x^3-9x+8

⑤ $x^3+2x^2-8x+10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a, b를 구한다.

$1+3+a=0$ $1-3+b=0$에서 $a=-4$ $b=2$

$\therefore$ $x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$(x-1)(x-2)(x+4)=x^3+x^2-10x+8$

31. 두 다항식 $f(x)=(x-1)(x+1)(x+2)$, $g(x)=2x^3-(a+2)x^2-ax+2a$ 의 최대공약수가 이차식이다. 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

해설

$g(1)=0$이므로 $g(x)$는 $x-1$를 인수로 갖는다. 조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & -(a+2) & -a & 2a \\ & & 2 & -a & -2a \\ \hline & 2 & -a & -2a & \boxed{0} \end{array}$$

$g(x)=(x-1)(2x^2-ax-2a)$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x+2)$ 이므로

최대공약수는 $(x-1)(x+1)$ 또는 $(x-1)(x+2)$

ⅰ) $(x-1)(x+1)$ 일 때

$2(-1)^2-a(-1)-2a=0$에서 $a=2$

$\therefore\ g(x)=2(x-1)(x+1)(x-2)$

ⅱ) $(x-1)(x+2)$ 일 때

$2(-1)^2-a(-2)-2a=0-8\neq 0$

ⅰ), ⅱ) 에서

$g(x)=2(x-1)(x+1)(x-2)$이고 $a=2$

32. 이차항의 계수가 1인 두 다항식 A, B의 최대공약수가 $x+1$이고, 최소공배수가 x^3-3x-2일 때, $A+B$를 구하면?

① $(x-1)(x+1)$　② $(x-1)(2x+1)$

③ $(x-1)(2x-1)$　④ $(x+1)(2x-1)$

⑤ $(x+1)(2x+1)$

해설

$A=Ga,\quad B=Gb(\text{a , b는서로소}),\quad L=Gab$

$L=x^3-3x-2=(x+1)(x^2-x-2)$

$\quad=(x+1)(x-2)(x+1)$

$A+B=(x+1)(x+1)+(x+1)(x-2)$

$\qquad=(x+1)(x+1+x-2)=(x+1)(2x-1)$

33. 최소공배수가 x^3-3x+2이고, 최대공약수가 $x-1$일 때, 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 합을 구하면?

① $2x^2+x-1$ ② $2x^2-x-1$ ③ $2x^2-x+1$

④ x^2-x-2 ⑤ x^2-x+2

해설

$L=abG,\ G=x-1$에서

$L=(x-1)^2(x+2)$

$A=(x-1)^2,\ \ B=(x-1)(x+2)$

$$\begin{aligned}A+B&=(x^2-2x+1)+(x^2+x-2)\\&=2x^2-x-1\end{aligned}$$

34. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-2$이고, 최소공배수가 $x^3-6x^2+3x+10$일 때, 두 다항식의 합을 구하면? (단, 이차항의 계수는 모두 1이다.)

① $2x^2-6x+8$　② $2x^2-6x+7$　③ $2x^2-8x+8$
④ $2x^2-9x+10$　⑤ $2x^2+6x+9$

해설

구하는 두 다항식의 최대공약수가 $x-2$이므로
두 다항식은 $(x-2)a, (x-2)b$ (a, b는 서로소)
최소공배수 $(x-2)ab = x^3-6x^2+3x+10$
$= (x-2)(x+1)(x-5)$
그러므로 $a = x-5, b = x+1$
또는 $a = x+1, b = x-5$
따라서 두 다항식은
$(x-2)(x-5) = x^2-7x+10,$
$(x-2)(x+1) = x^2-x-2$
$\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2-8x+8$

35. x^2의 계수가 1인 세 이차식 A, B, C가 다음 세 조건을 모두 만족할 때, 이차식 A는?

㉠ A, B의 최대공약수는 $x+1$이다.
㉡ B, C의 최대공약수는 $x-2$이다.
㉢ A, C의 최소공배수는 x^3+2x^2-5x-6이다.

① x^2+4x+3 ② x^2-x-2 ③ x^2+x-6
④ x^2+5x+6 ⑤ x^2+2x-3

해설

A, B의 최대공약수는 $x+1$ 이므로
$A=a(x+1)$, $B=b(x+1)$
B, C의 최대공약수는 $x-2$ 이므로
$B=(x-2)(x+1)$, $C=c(x-2)$
A, C의 최소공배수는
$x^3+2x^2-5x-6=(x+3)(x-2)(x+1)$
따라서 A, C의 최대공약수는 $(x+3)$ 이고
$A=(x+3)(x+1)=x^2+4x+3$

36. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식의 곱이 $x^3 - x^2 - 8x + 12$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 구하면?

① $x^2 + 2x + 6$ ② $x^2 + 2x - 8$ ③ $x^2 + 4x - 8$

④ $x^2 + 4x + 8$ ⑤ $x^2 + 4x - 5$

해설

최대공약수가 $x - 2$이므로

구하는 두 다항식을 $a(x-2)$, $b(x-2)$ (단, a, b는 서로 소인 다항식)로 놓을 수 있다.

그런데, 두 다항식의 곱이 $x^3 - x^2 - 8x + 12$ 이므로

$a(x-2)b(x-2) = x^3 - x^2 - 8x + 12$

$\therefore\ ab(x-2)^2 = (x-2)^2(x+3)$

$\therefore\ ab = x + 3$

$\therefore\ a = 1,\ b = x + 3$ 또는 $a = x + 3,\ b = 1$

따라서 두 다항식은 $x - 2,\ (x-2)(x+3)$ 이다.

$\therefore\ x - 2 + x^2 + x - 6 = x^2 + 2x - 8$

37. x^2 의 계수가 1 인 두 다항식 A, B에 대해 두 다항식의 곱이 $(x-1)\left(x^3+3x^2-9x+5\right)$ 이고, 두 다항식의 최소공배수가 $(x-1)^2(x+5)$ 일 때, 두 다항식의 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$AB=LG=(x-1)\left(x^3+3x^2-9x+5\right)$

$L=(x-1)^2(x+5)$ 이므로 G$=x-1$
따라서 x^2 의 계수가 1인 두 다항식은
각각 $(x-1)^2$, $(x-1)(x+5)$ 이다.

38. 두 다항식 $2x^2+px+q$, $4x^2+rx+s$의 최대공약수가 $2x+1$이고 곱이 $8x^4+4x^3-62x^2-61x-15$일 때, $p+q+r+s$의 합은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

두 다항식을 $A=aG$, $B=bG$ (a, b는 서로소)라고 하면

$AB=abG^2$이므로

$8x^4+4x^3-62x^2-61x-15=ab(2x+1)^2$

$\therefore\ 8x^4+4x^2-62x^2-61x-15$

$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2(8x^2-4x-60)$

$=(2x+1)^2(2x^2-x-15)$

$=(2x+1)^2(x-3)(2x+5)$

즉, $2x^2+px+q=(2x+1)(x-3)=2x^2-5x-3$,

$4x^2+rx+s=(2x+1)(2x+5)=4x^2+12x+5$이므로

$p=-5,\ q=-3,\ r=12,\ s=5$

$\therefore\ p+q+r+s=9$

39. 두 다항식 A, B의 최대공약수 G를 $A * B$, 최소공배수 L을 $A \bigstar B$로 나타내기로 할 때, $(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$와 같은 것은?

① AG ② A ③ AL ④ AB ⑤ I

해설

$A = Ga,\ B = Gb$(a, b는 서로소)로 놓으면

$$(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$$
$$= (G^2a^2 * G^2b^2) \bigstar (G^2a^2 * G^2ab)$$
$$= G^2 \bigstar G^2a$$
$$= G^2a$$
$$= AG$$

40. 다음은 다항식 A 를 다항식 B 로 나누었을 때, 몫이 Q 이고 나머지가 R 이면, A, B 의 최대공약수는 B, R 의 최대공약수임을 보이는 과정을 나타낸 것이다.

> $A = BQ + R$ 이 성립한다. A, B 의 공약수를 g 라 하면
> $A = ag$, $B = bg$ (a, b, g 는 다항식)$\cdots$㉠로 쓸 수 있다.
> 이 때, $R = A - BQ = (a - bQ)g$ 에서 g 는 R 의 약수이다.
> $\therefore g$ 는 B, R 의 공약수이다. $\cdots$㉡
> 역으로, B, R 의 공약수를 g' 이라 하면
> $B = b'g', R = r'g'$ (b', r', g' 은 다항식)$\cdots$㉠$'$ 으로 쓸 수 있다.
> 이 때, $A = BQ + R = (b'Q + r')g'$ 에서 g' 은 A 의 약수이다.
> $\therefore g'$ 은 A, B 의 공약수이다. $\cdots$ ㉡$'$
> 이상에서 $\{g \mid g$ 는 A, B 의 공약수$\} = \{g' \mid g'$ 은 B, R 의 공약수$\}\cdots$ ㉢
> $\therefore$ A, B 의 최대공약수는 B, R 의 최대공약수이다. $\cdots$ ㉣

위 과정에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① ㉠, ㉠$'$　　② ㉡, ㉡$'$　　③ ㉢

④ ㉣　　⑤ 없다.

해설

유클리드의 호제법의 원리를 설명한 것으로 옳지 않은 과정은 없다.