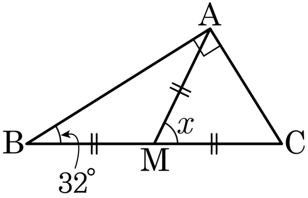
1. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 빗변의 중점을 M 이라 하자. $\angle ABC = 32°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 68°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 M 은 외심이므로 $\overline{MB} = \overline{MA} = \overline{MC}$ 이다.

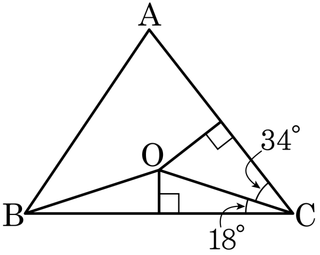
$\triangle ABM$ 은 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{MB} = \overline{MA})$

$\angle MBA = \angle MAB = 32°$

두 내각의 합은 나머지 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$\angle AMC = \angle MBA + \angle MAB = 32° + 32° = 64°$ 이다.

2. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34°$, $\angle OCB = 18°$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



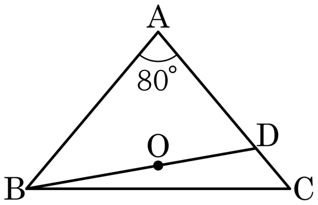
① $18°$ ② $34°$ ③ $36°$ ④ $38°$ ⑤ $52°$

해설

$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90°$

$\angle OBA = 90° - \angle OCB - \angle OCA = 38°$

3. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에 대해서 점 B에서 외심 O를 거쳐 변 AC까지 선분 $\overline{BD}$를 그었다. $\angle A = 80°$일 때, $\angle ABD$의 크기는?



① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB$

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle ABC = \angle ACB = 50°$

보조선 $\overline{OC}$를 그으면

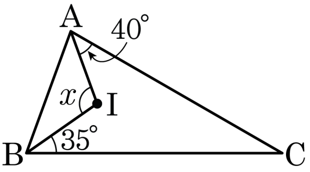
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 160°$

점 O가 외심이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.

$\angle OBC = \angle OCB = 10°$

$\therefore \angle ABD = \angle ABC - \angle OBC = 50° - 10° = 40°$

4. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



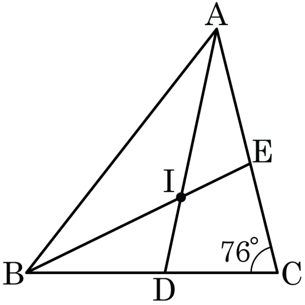
① 100 ° ② 105 ° ③ 110 ° ④ 115 ° ⑤ 120 °

해설

삼각형의 내각의 합은 180 °이므로

$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

5. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76°$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?



① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

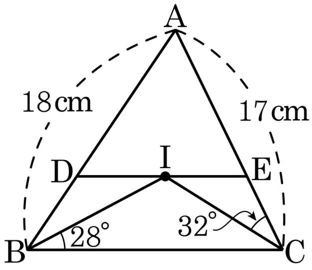
$\angle A + \angle B = 180° - 76° = 104°$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB$

$= \frac{1}{2}\angle A + 76° + \frac{1}{2}\angle B + 76°$

$= 52° + 152° = 204°$

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 35cm 이다.

② $\overline{DI} = \overline{DB}$

③ $\angle A = 60°$

④ $\overline{DB} = \overline{EC}$

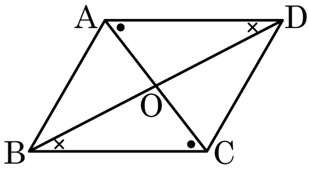
⑤ $\angle EIC = 32°$

해설

$\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.

④ $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

7. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동) 이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

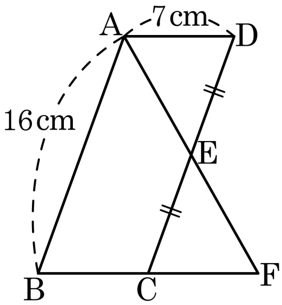
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점 E 를 잡아 $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하자. $\angle ADE = \angle AED$ 일 때, $\triangle ABF$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① 23 cm ② 28 cm ③ 30 cm ④ 44 cm ⑤ 49 cm

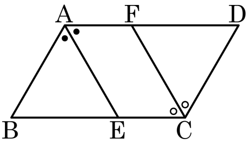
해설

$\triangle EAD \equiv \triangle EFC$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CF} = 7\,\text{cm}$ $\therefore \overline{BF} = 14\,\text{cm}$

그리고 $\angle B = \angle D$, $\angle DEA = \angle FAB$ (엇각) 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\angle B = \angle FAB$ 인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle ABF$ 의 둘레의 길이는 $44\,\text{cm}$

9. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DF}$

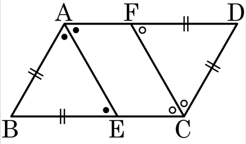
② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$

④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

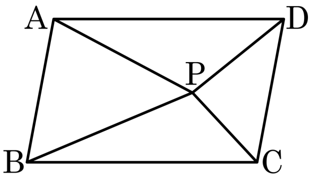
$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$인 것은 $\angle BAE = 60°$일 때만 성립한다.
그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

10. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, □ABCD의 넓이는 60cm^2이고, △ABP의 넓이는 △CDP의 넓이의 2배일 때, △CDP의 넓이를 구하면 ?



① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 15cm^2

④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

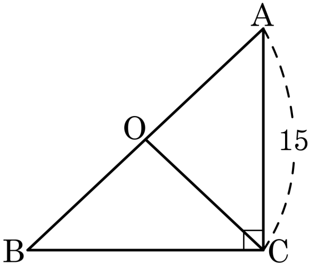
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}$□ABCD $=$ △PAB $+$ △PCD $=$ △PAD $+$ △PBC이므로

△ABP $+$ △CDP $= \frac{1}{2}$□ABCD이다.

△ABP $= 2$△CDP이므로 3△CDP $= \frac{1}{2}$□ABCD

$\therefore$ △CDP $= \frac{1}{6}$□ABCD $= 10(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로

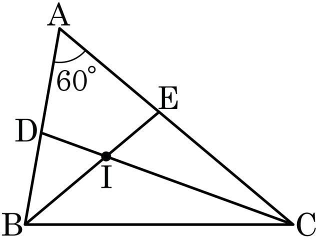
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.

높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$$

$\therefore x = 16$

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 180°

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 120°$, $\angle DIE = 120°$.

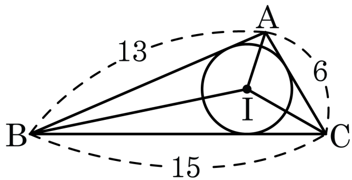
□ADIE 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60° + 120° = 360°$

$\angle ADI + \angle AEI = 180°$.

$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360°$, $\angle BDC + \angle BEC = 180°$

.

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\text{AB}} = 13$, $\overline{\text{BC}} = 15$, $\overline{\text{CA}} = 6$ 이다. $\triangle$AIB : $\triangle$BIC : $\triangle$CIA 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

($\triangle$AIB 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 13 = \frac{13}{2}r$

($\triangle$BIC 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2}r$

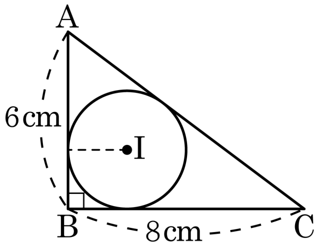
($\triangle$CIA 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle$AIB : $\triangle$BIC : $\triangle$CIA $= \frac{13}{2}r : \frac{15}{2}r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13$, $b = 15$, $c = 6$ 이다.

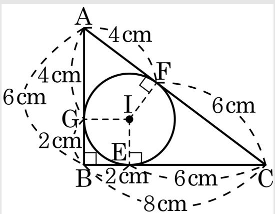
따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



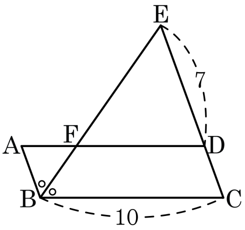
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 $2\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AD} = 4\,\text{cm}, \overline{EC} = 6\,\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\,\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$B 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 구하여라.



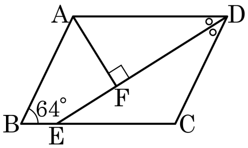
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{\mathrm{CE}} \mathbin{/\!/} \overline{\mathrm{AB}}$ 이므로 $\angle \mathrm{ABF} = \angle \mathrm{CEB}$ 이므로 $\triangle \mathrm{EBC}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{EC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{EC}} = 7 + \overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 3$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\angle B = 64°$인 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\angle D$의 이등분선 위에 내린 수선의 발을 F라 할 때, $\angle BAF$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 58°

해설

$\angle ADF = \angle CDF = 64° \div 2 = 32°$

$\angle DAF = 180° - (32° + 90°) = 58°$

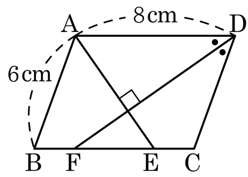
$\angle DAB = 180° - 64° = 116°$

$\therefore \angle BAF = \angle DAB - \angle DAF$

$= 116° - 58°$

$= 58°$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 일 때, $\overline{FE}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$ 이므로

$\angle A + \angle D = 180° \rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle D = 90°$ 인데

$\angle FDA + \angle DAE = 90°$ 이므로

$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

$\therefore \angle DAE = \angle EAB$

$\overline{AD} = \overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$ 에서

$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로,

$\angle DAE = \angle BEA$ (엇각)

$\angle ADF = \angle CFD$ (엇각)

즉, $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 는 이등변삼각형이므로

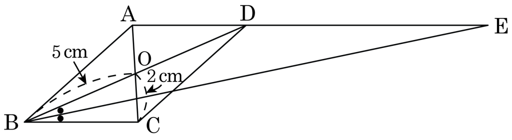
$\overline{BE} = \overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CF} = \overline{DC} = 6\text{cm}$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{EF}$ 이므로

$8 = 6 + 6 - \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = 4\text{cm}$

18. 다음과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle DBC$의 이등분선과 $\overline{AD}$의 연장선의 교점을 E라 할 때, $\overline{DE}$의 길이와 $\overline{OA}$의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

평행사변형의 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{OA} = \overline{OC} = 2(\text{cm})$

또한, $\overline{OD} = \overline{OB} = 5(\text{cm})$

$\overline{AE} // \overline{BC}$이므로 $\angle EBC = \angle BED$(엇각)

$\angle EBC = \angle EBD$이므로 $\angle EBD = \angle BED$

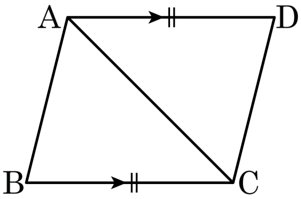
$\triangle DBE$가 이등변삼각형이므로

$\overline{DE} = \overline{DB} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$

따라서 $\overline{DE}$의 길이와 $\overline{OA}$의 길이의 합은

$2 + 10 = 12(\text{cm})$이다.

19. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD 에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

∴ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

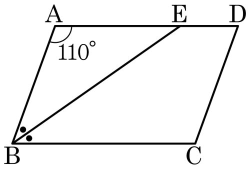
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 110°$ 이고 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 145 °

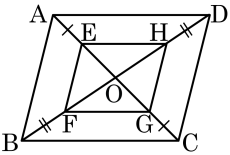
해설

$\angle ABC = 180° - 110° = 70°$

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 70° \times \frac{1}{2} = 35°$

$\therefore \angle BED = 180° - 35° = 145°$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}=\overline{CG}, \overline{BF}=\overline{DH}$일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

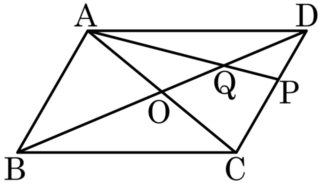
해설

$\overline{AO}=\overline{CO}, \overline{AE}=\overline{CG}$이므로 $\overline{EO}=\overline{GO}$

$\overline{BO}=\overline{DO}, \overline{BF}=\overline{DH}$이므로 $\overline{FO}=\overline{HO}$

따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

22. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{\mathrm{CP}}$: $\overline{\mathrm{PD}} = 3:2$, $\overline{\mathrm{AQ}}$: $\overline{\mathrm{QP}} = 5:2$ 일 때, $\triangle\mathrm{AOQ}$ 는 전체 넓이의 몇 배인지 구하여라



▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : $\dfrac{3}{28}$ 배

해설

평행사변형ABCD 의 넓이를 S 라 두면, $\triangle\mathrm{ACD} = \dfrac{1}{2}\mathrm{S}$

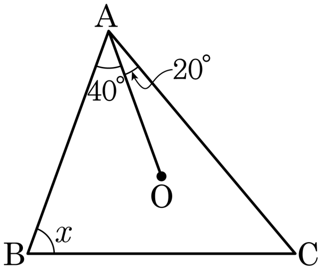
$\overline{\mathrm{CP}}$: $\overline{\mathrm{PD}} = 3:2$ 이므로 $\triangle\mathrm{ACP} = \dfrac{3}{5}\triangle\mathrm{ACD} = \dfrac{3}{5}\left(\dfrac{1}{2}\mathrm{S}\right) = \dfrac{3}{10}\mathrm{S}$

그리고 $\triangle\mathrm{OAP} = \dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{ACP}$, $\therefore\ \triangle\mathrm{OAP} = \dfrac{3}{20}\mathrm{S}$

또한 $\overline{\mathrm{AQ}}$: $\overline{\mathrm{QP}} = 5:2$ 이므로 $\triangle\mathrm{AOQ} = \dfrac{5}{7}\triangle\mathrm{OAP}$

따라서 $\triangle\mathrm{AOQ} = \dfrac{5}{7}\triangle\mathrm{OAP} = \dfrac{5}{7}\left(\dfrac{3}{20}\mathrm{S}\right) = \dfrac{3}{28}\mathrm{S}$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

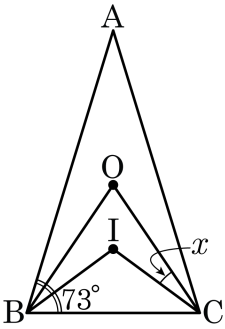


① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 $180°$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

24. 다음 그림에서 점 O, I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 73°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 19.5 °

해설

$\angle BAC = 180° - 2 \times \angle ABC = 180° - 2 \times 73° = 34°$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 34° = 68°,$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 90° + \frac{1}{2} \times 34° = 107°$

따라서 $\triangle OBC, \triangle IBC$ 에서,

$\angle OCB = \frac{1}{2}(180° - 68°) = 56°$

$\angle ICB = \frac{1}{2}(180° - 107°) = 36.5°$

$\therefore \angle x = \angle OCB - \angle ICB = 56° - 36.5° = 19.5°$