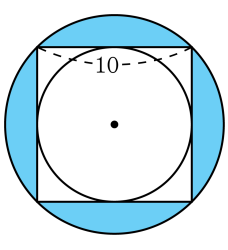
1. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정사각형에 내접하는 원과 외접하는 원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이가 $a + b\pi$ 라면 $b - a$ 의 값은? (단, a, b는 유리수)



① 50　　② 100　　③ 150

④ 200　　⑤ 250

해설

한 변의 길이가 10 인 정사각형의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ 이다.
외접원은 정사각형의 대각선을 지름으로 하는 원이므로 이 원의 반지름은 $5\sqrt{2}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로
$(5\sqrt{2})^2\pi - 10^2 = 50\pi - 100$ 이므로
$a = -100$, $b = 50$
따라서 $b - a = 50 - (-100) = 150$ 이다.

2. 좌표평면에서 세 점 A$(-2,\ 1)$, B$(1,\ 3)$, C$(5,\ -1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가?

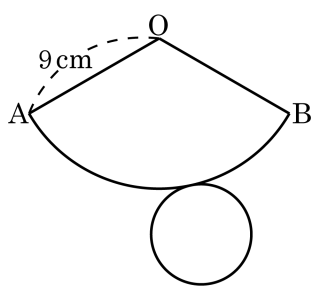
▶ 답 :

▷ 정답 : 둔각삼각형

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(1+2)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$
$\overline{BC} = \sqrt{(5-1)^2 + (-1-3)^2} = 4\sqrt{2}$
$\overline{CA} = \sqrt{(5+2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{53}$
$(\sqrt{13})^2 + (4\sqrt{2})^2 = 45 < (\sqrt{53})^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

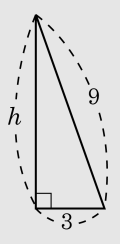
3. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 6πcm , $\overline{OA} = 9$cm 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?



① $10\sqrt{2}$ cm ② $8\sqrt{2}$ cm ③ $6\sqrt{2}$ cm
④ $5\sqrt{3}$ cm ⑤ $4\sqrt{2}$ cm

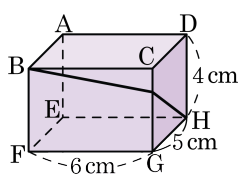
해설

호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같다.
$2\pi r = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름은 3cm 이다.



위의 그림에서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$(cm) 이다.

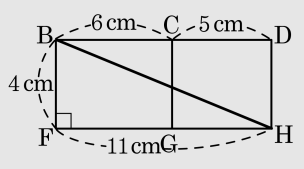
4. 다음 그림과 같은 직육면체의 점 B 에서 모서리 CG 를 지나 점 H 에 이르는 가장 짧은 거리는?



① 15 cm ② $\sqrt{51}$ cm ③ $\sqrt{89}$ cm

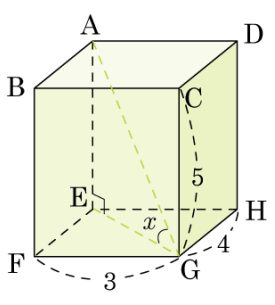
④ $\sqrt{133}$ cm ⑤ $\sqrt{137}$ cm

해설



$\therefore \sqrt{4^2 + 11^2} = \sqrt{137}(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\angle AGE$ 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값이 $\sqrt{a}$ 이다. a 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

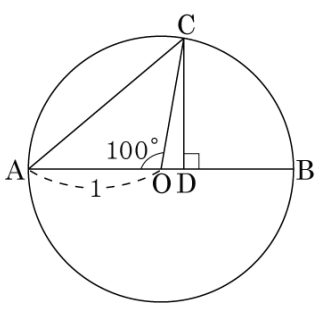
▷ 정답 : 2

해설

$\overline{EG} = 5$, $\overline{AG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AE} = 5$ 이므로

$\sin x + \cos x = \dfrac{5}{5\sqrt{2}} + \dfrac{5}{5\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 C에서 지름 AB에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



㉠ $\overline{CD} = \cos 80°$
㉡ $\overline{OD} = \cos 80°$
㉢ $\overline{AD} = 1 + \cos 80°$
㉣ $\triangle COD = \dfrac{\sin 80° \times \cos 80°}{2}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $\sin 80° = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

7. $\sin 30° \times (\frac{\sqrt{3}}{2} \times \tan 30° - 3\sqrt{3} \times \cos 30° + 6\sqrt{2} \times \sin 45°)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

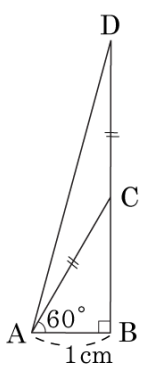
▷ 정답 : 1

해설

$\frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{9}{2} + 6\right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ 이다.

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 1\text{cm}$, $\angle ABC = 90°$, $\angle CAB = 60°$ 인 직각삼각형이고, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이다. 이때, $\tan 75°$ 의 값은?



① $2 + \sqrt{3}$　　② $1 + \sqrt{3}$　　③ $\sqrt{3}$

④ $2 + \sqrt{2}$　　⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \dfrac{1}{\cos 60°} = 2$

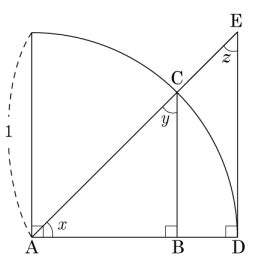
이등변삼각형 DCA 에서 $\angle ACB = 30°$ 이므로

$\angle CAD = \angle CDA = 15°$

$\triangle ABD$ 에서 $\tan \angle DAB = \dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \overline{BC} + \overline{CD}$

$\therefore \tan 75° = 2 + \sqrt{3}$

9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 옳지 <u>않은</u> 것은?



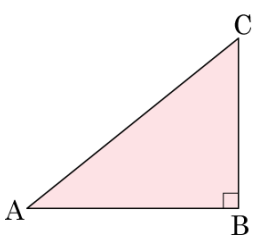
① $\tan x = \overline{\mathrm{DE}}$　② $\sin y = \overline{\mathrm{AB}}$　③ $\tan y = \dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}$

④ $\sin z = \overline{\mathrm{AB}}$　⑤ $\cos z = \overline{\mathrm{BC}}$

해설

③$\tan y = \dfrac{\overline{\mathrm{AD}}}{\overline{\mathrm{DE}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{DE}}}$ ($\because \angle y = \angle z$)

10. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 5$ 일 때, $\sin A \times \cos A \times \tan A$ 의 값을 구하면?



① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{12}{25}$
④ $\frac{9}{25}$ ⑤ $\frac{18}{25}$

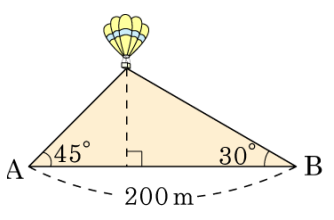
해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 5$ 이므로 $\overline{AB} = 4a$, $\overline{AC} = 5a$ ($a > 0$ 인 상수)라 하면 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{BC} = \sqrt{(5a)^2 - (4a)^2} = 3a$ 이다.

$\sin A = \frac{3a}{5a} = \frac{3}{5}$, $\cos A = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}$, $\tan A = \frac{3a}{4a} = \frac{3}{4}$

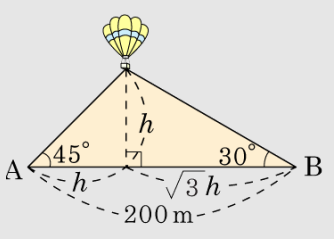
$\therefore \sin A \times \cos A \times \tan A = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{25}$

11. 다음 그림과 같이 200 m 떨어져 있는 지면 위의 두 지점 A, B 에서 기구를 올려다 본 각의 크기가 각각 45°, 30° 이었다. 지면으로부터 기구까지의 높이는?



① $100(\sqrt{3}-1)$ m
② $100\sqrt{2}$ m
③ $100\sqrt{3}$ m
④ 200 m
⑤ $100(\sqrt{3}+1)$ m

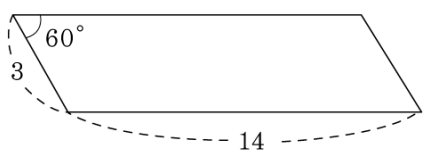
해설



높이를 h 라 하면 $h+\sqrt{3}h=200$

$(\sqrt{3}+1)h=200 \therefore h=\dfrac{200}{\sqrt{3}+1}=100(\sqrt{3}-1)$ m

12. 다음 그림에서 평행사변형의 넓이는?



① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$

③ $23\sqrt{3}$ ④ $24\sqrt{3}$

⑤ $25\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{평행사변형의 넓이}) &= 3 \times 14 \times \sin 60^\circ \\ &= 3 \times 14 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 21\sqrt{3}\end{aligned}$$

13. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

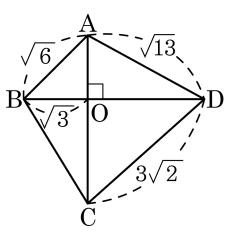
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90°$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90°$ 이다.

14. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{CO}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$)



① $2\sqrt{2}$　② $\sqrt{11}$　③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{19}$　⑤ $2\sqrt{5}$

해설

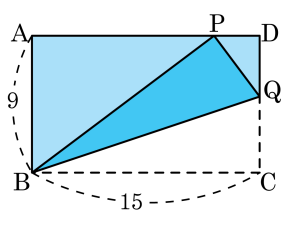
$\overline{BC}^2 + \sqrt{13}^2 = \sqrt{6}^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{11}$

△BCO 에서 $\overline{CO}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 11 - 3 = 8$

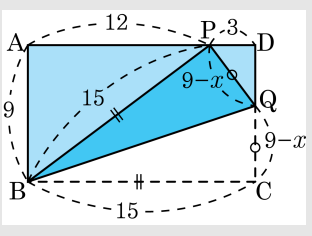
$\therefore \overline{CO} = 2\sqrt{2}$

15. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BQ}$ 를 접는 선으로 하여 접었더니 꼭짓점 C 가 $\overline{AD}$ 위의 점 P 에 겹쳐졌다. 이 때, $\triangle DPQ$ 의 넓이는?



① 6　　② $6\sqrt{2}$　　③ 12　　④ $12\sqrt{2}$　　⑤ 24

해설



$\overline{DQ} = x$ 라 하면 $\overline{CQ} = 9 - x$

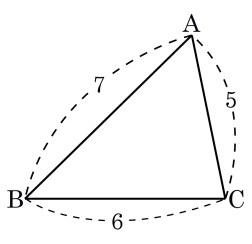
$\overline{BP} = \overline{BC} = 15$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$, $\overline{PD} = 3$

$\triangle DPQ$ 에서 $(9 - x)^2 = x^2 + 3^2$

$18x = 72 \ \therefore \ x = 4$

$\therefore \ \triangle DPQ = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

16. 다음 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

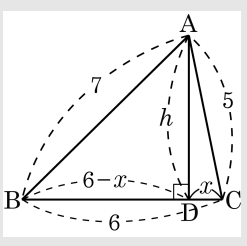


▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{6}$

해설

$\triangle$ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 그어 그 교점을 D 라 하고, 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = h$, $\overline{DC} = x$ 라 하자.



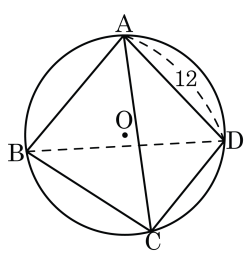
$\triangle$ADC 에서 $h^2 = 5^2 - x^2$, $\triangle$ADB 에서 $h^2 = 7^2 - (6-x)^2$ 이므로

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \quad \therefore \ x = 1$

$\therefore \ h = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$\therefore \ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 6 = 6\sqrt{6}$

17. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

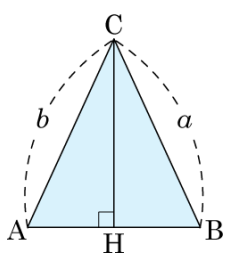
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$

따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\dfrac{\sin A}{\sin B}$ 의 값은?



① a^2b^2　　② $a+b$　　③ ab

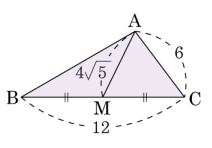
④ $\dfrac{b}{a}$　　⑤ $\dfrac{a}{b}$

해설

$\sin A = \dfrac{\overline{CH}}{b}$, $\sin B = \dfrac{\overline{CH}}{a}$

따라서 $\dfrac{\sin A}{\sin B} = \dfrac{a}{b}$ 이다.

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M , $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AM} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



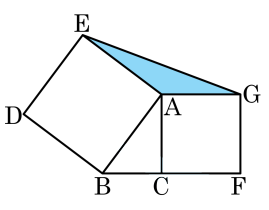
▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{5}$

해설

$\overline{AC} = \overline{MC} = 5$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.
꼭짓점 C 에서 변 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{CH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$
$\triangle AMC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 4 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin C$ 이고, $\sin C = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ 이다.
따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C$
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \frac{4\sqrt{5}}{9} = 16\sqrt{5}$

20. 다음 그림은 $\overline{AB} = 10$, $\overline{AC} = 8$ 인 직각삼각형 ABC 의 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 와 ACFG 이다. 이때 삼각형 AEG 의 넓이를 구하여라.

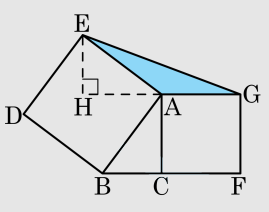


▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

점 E 에서 $\overline{AG}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle HAE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{AE} = \overline{AB}$, $\angle EHA = \angle ACB = 90°$,

$\angle EAH = 90 - \angle HAB = \angle CAB$

$\therefore$ $\triangle HAE \equiv \triangle ABC$ (RHA합동)

$\therefore$ $\overline{EH} = \overline{BC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

따라서 삼각형 AEG 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ 이다.