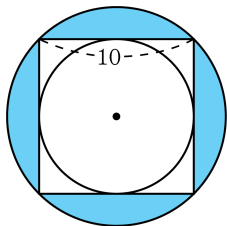


1. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정사각형에 내접하는 원과 외접하는 원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이가 $a + b\pi$ 라면 $b - a$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)



① 50

② 100

③ 150

④ 200

⑤ 250

해설

한 변의 길이가 10 인 정사각형의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ 이다. 외접원은 정사각형의 대각선을 지름으로 하는 원이므로 이 원의 반지름은 $5\sqrt{2}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$(5\sqrt{2})^2\pi - 10^2 = 50\pi - 100 \text{ 이므로}$$

$$a = -100, b = 50$$

따라서 $b - a = 50 - (-100) = 150$ 이다.

2. 좌표평면에서 세 점 $A(-2, 1)$, $B(1, 3)$, $C(5, -1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 어떤 삼각형인가?

▶ 답 :

▷ 정답 : 둔각삼각형

해설

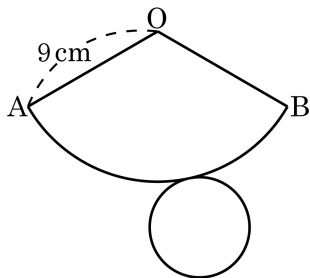
$$\overline{AB} = \sqrt{(1+2)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(5-1)^2 + (-1-3)^2} = 4\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(5+2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{53}$$

$(\sqrt{13})^2 + (4\sqrt{2})^2 = 45 < (\sqrt{53})^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

3. 다음 그림에서 호 AB의 길이는 $6\pi\text{cm}$, $\overline{OA} = 9\text{cm}$ 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?

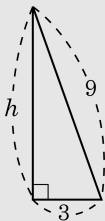


- ① $10\sqrt{2}\text{cm}$ ② $8\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ $5\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{2}\text{cm}$

해설

호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같다.

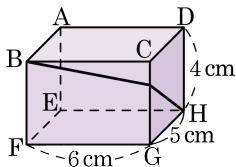
$2\pi r = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름은 3cm 이다.



위의 그림에서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직육면체의 점 B 에서 모서리 CG 를 지나 점 H 에

이르는 가장 짧은 거리는?



① 15 cm

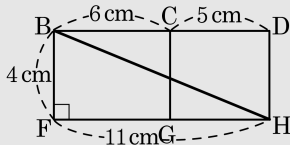
② $\sqrt{51}$ cm

③ $\sqrt{89}$ cm

④ $\sqrt{133}$ cm

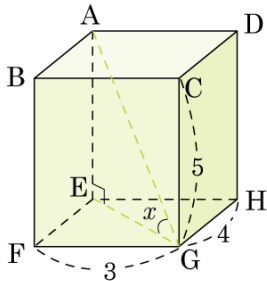
⑤ $\sqrt{137}$ cm

해설



$$\therefore \sqrt{4^2 + 11^2} = \sqrt{137}(\text{cm})$$

5. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\angle AGE$ 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값이 $\sqrt{a}$ 이다. a 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

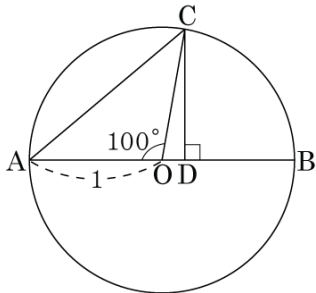
▷ 정답 : 2

해설

$\overline{EG} = 5$, $\overline{AG} = 5\sqrt{2}$, $\overline{AE} = 5$ 이므로

$$\sin x + \cos x = \frac{5}{5\sqrt{2}} + \frac{5}{5\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ 이다.}$$

6. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 C에서 지름 AB에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.



㉠ $\overline{CD} = \cos 80^\circ$

㉡ $\overline{OD} = \cos 80^\circ$

㉢ $\overline{AD} = 1 + \cos 80^\circ$

㉤ $\triangle COD = \frac{\sin 80^\circ \times \cos 80^\circ}{2}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

$$\text{㉠ } \sin 80^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$$

7. $\sin 30^\circ \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \tan 30^\circ - 3\sqrt{3} \times \cos 30^\circ + 6\sqrt{2} \times \sin 45^\circ \right)$ 의 값을 구하여라.

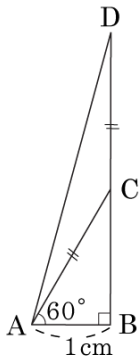
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{9}{2} + 6 \right) = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 1\text{cm}$, $\angle ABC = 90^\circ$,
 $\angle CAB = 60^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이다.
 이때, $\tan 75^\circ$ 의 값은?



① $2 + \sqrt{3}$

② $1 + \sqrt{3}$

③ $\sqrt{3}$

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

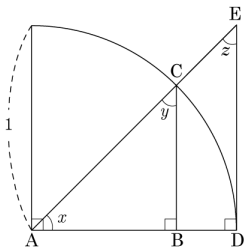
$$\overline{AC} = \frac{1}{\cos 60^\circ} = 2$$

이등변삼각형 DCA 에서 $\angle ACB = 30^\circ$ 이므로
 $\angle CAD = \angle CDA = 15^\circ$

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \tan \angle DAB = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \overline{BC} + \overline{CD}$$

$$\therefore \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$$

9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 옳지 않은 것은?



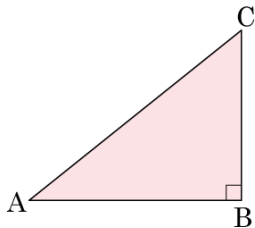
- ① $\tan x = \overline{DE}$ ② $\sin y = \overline{AB}$ ③ $\tan y = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$
 ④ $\sin z = \overline{AB}$ ⑤ $\cos z = \overline{BC}$

해설

$$\textcircled{3} \tan y = \frac{\overline{AD}}{\overline{DE}} = \frac{1}{\overline{DE}} \quad (\because \angle y = \angle z)$$

10. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 5$ 일 때, $\sin A \times \cos A \times \tan A$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{12}{25}$
 ④ $\frac{9}{25}$ ⑤ $\frac{18}{25}$



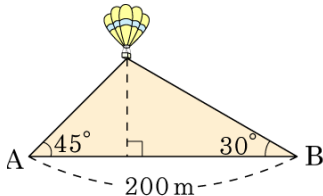
해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = 4 : 5$ 이므로 $\overline{AB} = 4a$, $\overline{AC} = 5a$ ($a > 0$ 인 상수)라 하면 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{BC} = \sqrt{(5a)^2 - (4a)^2} = 3a$ 이다.

$$\sin A = \frac{3a}{5a} = \frac{3}{5}, \cos A = \frac{4a}{5a} = \frac{4}{5}, \tan A = \frac{3a}{4a} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \sin A \times \cos A \times \tan A = \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{25}$$

11. 다음 그림과 같이 200 m 떨어져 있는 지면 위의 두 지점 A, B 에서 기구를 올려다 본 각의 크기가 각각 45° , 30° 이었다. 지면으로부터 기구까지의 높이는?



① $100(\sqrt{3} - 1)$ m

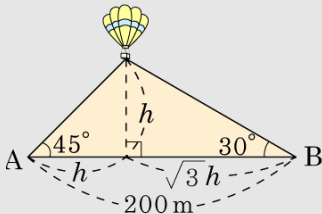
② $100\sqrt{2}$ m

③ $100\sqrt{3}$ m

④ 200 m

⑤ $100(\sqrt{3} + 1)$ m

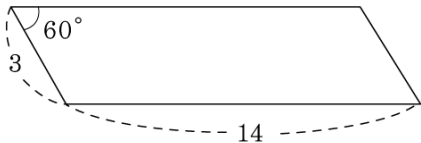
해설



높이를 h 라 하면 $h + \sqrt{3}h = 200$

$$(\sqrt{3} + 1)h = 200 \therefore h = \frac{200}{\sqrt{3} + 1} = 100(\sqrt{3} - 1) \text{ m}$$

12. 다음 그림에서 평행사변형의 넓이는?



- ① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$
③ $23\sqrt{3}$ ④ $24\sqrt{3}$
⑤ $25\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{평행사변형의 넓이}) &= 3 \times 14 \times \sin 60^\circ \\&= 3 \times 14 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\&= 21\sqrt{3}\end{aligned}$$

13. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

㉤ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90^\circ$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉤

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.

㉤ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90^\circ$ 이다.

14. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\overline{CO}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$)

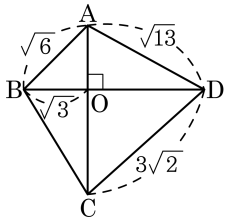
① $2\sqrt{2}$

② $\sqrt{11}$

③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{19}$

⑤ $2\sqrt{5}$



해설

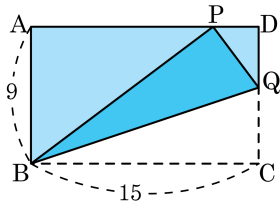
$$\overline{BC}^2 + \sqrt{13}^2 = \sqrt{6}^2 + (3\sqrt{2})^2$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{11}$$

$$\triangle BCO \text{ 에서 } \overline{CO}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 11 - 3 = 8$$

$$\therefore \overline{CO} = 2\sqrt{2}$$

15. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BQ}$ 를 접는 선으로 하여 접었더니 꼭짓점 C 가 $\overline{AD}$ 위의 점 P 에 겹쳐졌다. 이 때, $\triangle DPQ$ 의 넓이는?



① 6

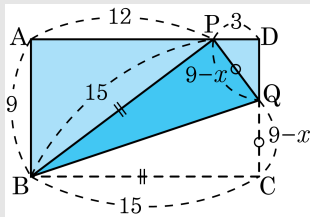
② $6\sqrt{2}$

③ 12

④ $12\sqrt{2}$

⑤ 24

해설



$\overline{DQ} = x$ 라 하면 $\overline{CQ} = 9 - x$

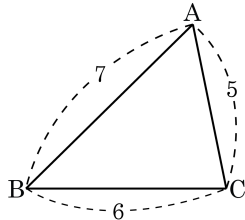
$\overline{BP} = \overline{BC} = 15$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$, $\overline{PD} = 3$

$\triangle DPQ$ 에서 $(9 - x)^2 = x^2 + 3^2$

$18x = 72 \therefore x = 4$

$\therefore \triangle DPQ = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

16. 다음 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

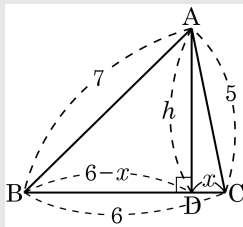


▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{6}$

해설

$\triangle ABC$ 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 그려 그 교점을 D 라 하고, 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = h$, $\overline{DC} = x$ 라 하자.



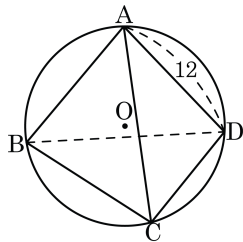
$\triangle ADC$ 에서 $h^2 = 5^2 - x^2$, $\triangle ADB$ 에서 $h^2 = 7^2 - (6-x)^2$ 이므로

$$5^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \quad \therefore x = 1$$

$$\therefore h = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 6 = 6\sqrt{6}$$

17. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{6}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2 \text{ 에서}$$

$$h = \sqrt{R^2 - 48} \text{ 이므로}$$

그 정사면체들의 부피의 합은

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$$

따라서 $R = 3\sqrt{6}$ 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$,
 $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\frac{\sin A}{\sin B}$ 의 값은?

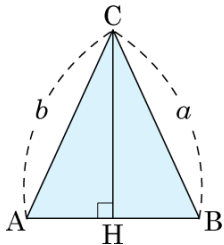
① a^2b^2

② $a + b$

③ ab

④ $\frac{b}{a}$

⑤ $\frac{a}{b}$

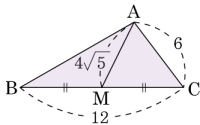


해설

$$\sin A = \frac{\overline{CH}}{b}, \quad \sin B = \frac{\overline{CH}}{a}$$

따라서 $\frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a}{b}$ 이다.

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M , $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AM} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{5}$

해설

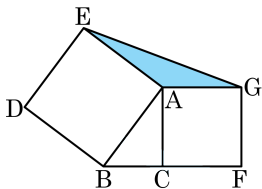
$\overline{AC} = \overline{MC} = 5$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.
꼭짓점 C 에서 변 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{CH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{5})^2} = 4$$

$\triangle AMC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 4 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin C$ 이고, $\sin C = \frac{4\sqrt{5}}{9}$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \frac{4\sqrt{5}}{9} = 16\sqrt{5} \end{aligned}$$

20. 다음 그림은 $\overline{AB} = 10$, $\overline{AC} = 8$ 인 직각삼각형 ABC 의 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 와 ACFG 이다. 이때 삼각형 AEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

점 E 에서 $\overline{AG}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle HAE$ 와 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AE} = \overline{AB}, \angle EHA = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\angle EAH = 90 - \angle HAB = \angle CAB$$

$$\therefore \triangle HAE \equiv \triangle ABC \text{ (RHA합동)}$$

$$\therefore \overline{EH} = \overline{BC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

따라서 삼각형 AEG 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$ 이다.

