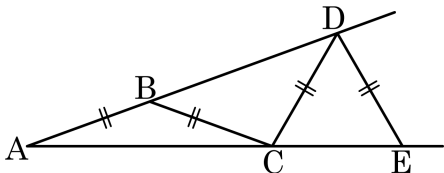


1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle CDE = \angle A + 40^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 90°

② 100°

③ 110°

④ 120°

⑤ 130°

해설

$\angle A = \angle a$ 라고 하면

$$\angle CBD = \angle CDB = \angle a + \angle a = 2\angle a$$

$$\angle DCE = \angle a + \angle ADC = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$$

$$\angle CDE = 180^\circ - 2 \times 3\angle a = 180^\circ - 6\angle a$$

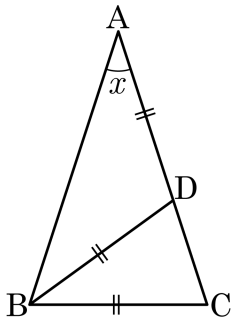
그런데 $\angle CDE = \angle A + 40^\circ = \angle a + 40^\circ$ 이므로

$$\angle a + 40^\circ = 180^\circ - 6\angle a$$

$$\therefore \angle a = 20^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - 2 \times 2\angle a = 180^\circ - 4\angle a = 100^\circ$$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°

② 32°

③ 34°

④ 36°

⑤ 38°

해설

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle A = \angle ABD = x^\circ$ 이고

$$\angle BDC = \angle x + \angle x = 2\angle x$$

또한 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle BDC = \angle BCD = 2\angle x$

$\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

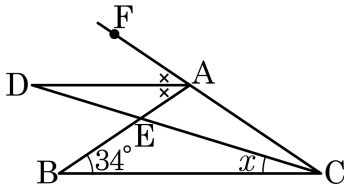
$$\angle ABC = \angle ACB = \angle BCD = 2\angle x$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 내각의 합을 이용하면

$$\angle x + 2\angle x + 2\angle x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 36^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle FAD = \angle BAD$ 일 때, $\angle x$ 의 값과 같은 것은?



① $\angle AED$

② $\angle ACD$

③ $\angle ABC$

④ $\angle DAF$

⑤ $\angle BAC$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAC = 112^\circ$$

$$\angle BAD = \angle DAF = \frac{1}{2}(180^\circ - 112^\circ) = 34^\circ$$

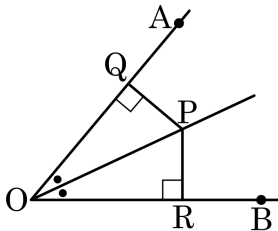
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ACD = \frac{1}{2}(180^\circ - 112^\circ - 34^\circ) = 17^\circ$$

따라서 $\angle x = 34^\circ - 17^\circ = 17^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle x = \angle ACD = \angle ADC$$

4. 다음 그림은 「한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$

② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO = \angle PRO$

④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \cong \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.

$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)

ii) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)

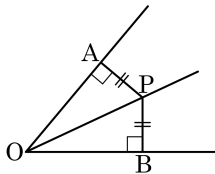
iii) $\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$ (가정) (③)

i), ii), iii)에 의해 $\triangle QPO \cong \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤)이다.

합동인 도형의 대응각은 같으므로

$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

5. 다음의 도형에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이면 점 P는 $\angle AOB$ 의 이등분선 위에 위치함을 증명하려고 한다. 증명의 과정 중 옳지 않은 것을 골라라.



(증명)

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서 ㉠ $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이고,

㉡ $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이고, $\overline{OP}$ 는 공통이므로

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동)이다.

그러므로 ㉤ $\angle POA = \angle POB$ 이다.

따라서 ㉥ 점 P는 $\angle AOB$ 의 이등분선 위에 위치한다.

▶ 답 :

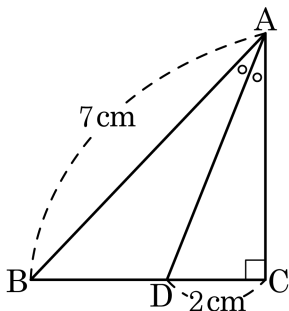
▶ 정답 : ㉢

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서 ㉠ $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이고, ㉡ $\overline{PA} = \overline{PB}$ (가정에 있음)이고, $\overline{OP}$ 는 공통이므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동 $\Rightarrow$ RHS 합동)이다. 그러므로 ㉤ $\angle POA = \angle POB$ 이다.

따라서 ㉥ 점 P는 $\angle AOB$ 의 이등분선 위에 위치한다.

6. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① 5cm^2

② 6cm^2

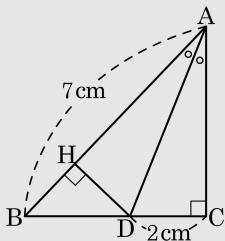
③ 7cm^2

④ 8cm^2

⑤ 9cm^2

해설

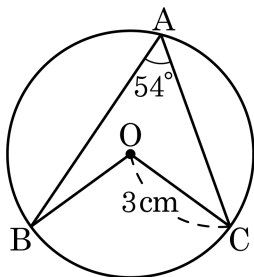
점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)



$$\overline{DC} = \overline{DH} = 2\text{cm}$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 7 \times 2 = 7(\text{cm}^2)$$

7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54^\circ$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm²

▶ 정답 : 6.3π cm²

해설

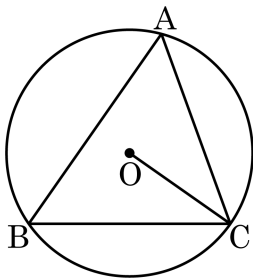
점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle BOC = 2\angle A = 108^\circ$$

(색칠한 부분의 넓이)

$$\begin{aligned} &= \pi \times 3^2 \times \frac{108^\circ}{360^\circ} \\ &= 6.3\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\angle OCB = 35^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▶ 정답 : 55°

해설

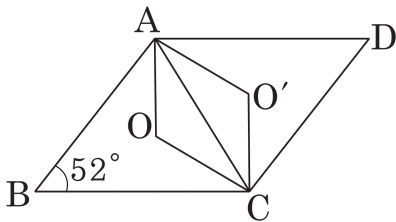
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 35^\circ$$

$$\angle BOC = 110^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 55^\circ$$

9. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B = 52^\circ$ 이고 점 O, O' 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?



① 52°

② 52°

③ 76°

④ 104°

⑤ 116°

해설

$\angle B = 52^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$

이때, $\square OAO'C$ 는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180^\circ$

따라서 $\angle OAO' = 180^\circ - 104^\circ = 76^\circ$

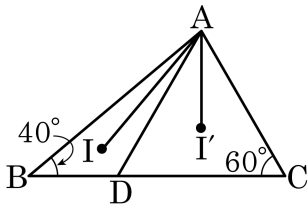
10. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로
오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

- ① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을
이용해야지.
- ② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
- ③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을
찾아야 해.
- ④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로
하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
- ⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이
맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야
한다.

11. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?



① 20°

② 30°

③ 40°

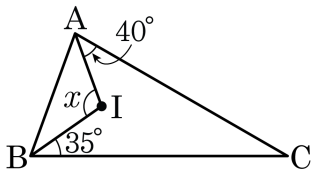
④ 50°

⑤ 60°

해설

$$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

12. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 100°

② 105°

③ 110°

④ 115°

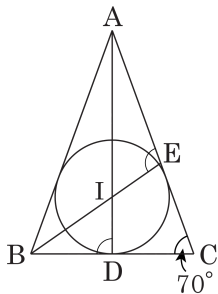
⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ$$

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70^\circ$ 이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 195°

해설

점 I가 내심이므로

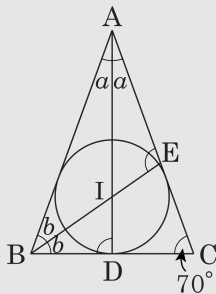
$$\angle IAB = \angle IAC = \angle a,$$

$$\angle IBA = \angle IBC = \angle b \text{ 라고 하면}$$

$$2\angle a + 2\angle b + 70^\circ = 180^\circ$$

$$2(\angle a + \angle b) = 110^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 55^\circ$$



삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로

$$\angle IDB = \angle a + 70^\circ, \angle IEA = \angle b + 70^\circ$$

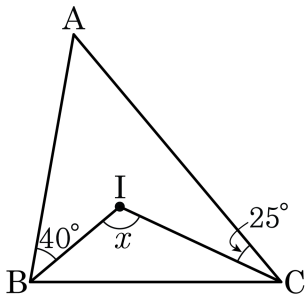
$$\therefore \angle IDB + \angle IEA = \angle a + 70^\circ + \angle b + 70^\circ$$

$$= (\angle a + \angle b) + 140^\circ$$

$$= 55^\circ + 140^\circ$$

$$= 195^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 110°

② 115°

③ 120°

④ 125°

⑤ 130°

해설

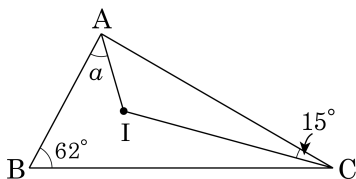
점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40^\circ$ 이고, $\angle ICB = 25^\circ$ 이다.

따라서 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 25^\circ) = 115^\circ$$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.

$\angle B = 62^\circ$, $\angle ACI = 15^\circ$ 일 때, $\angle a$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

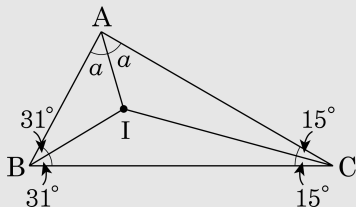
▶ 정답: 44°

해설

그림과 같이 내심과 점 B를 연결하면

$$\angle ABI = \angle CBI = \frac{1}{2} \times 62^\circ = 31^\circ$$

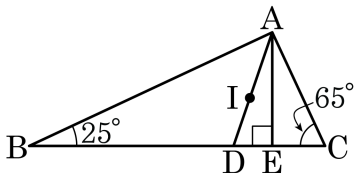
$$\angle ACI = \angle BCI = 15^\circ$$



따라서 $\angle a + 31^\circ + 15^\circ = 90^\circ$ 이므로

$$\angle a = 44^\circ$$

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



① 15°

② 17°

③ 18°

④ 20°

⑤ 22°

해설

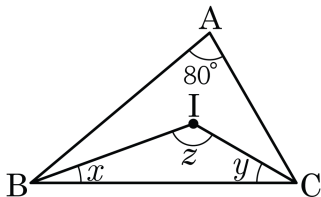
$$\angle A = 180^\circ - (25^\circ + 65^\circ) = 90^\circ$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

$$\angle EAC = 25^\circ \text{ 이므로}$$

$$\therefore \angle DAE = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$$

17. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle z - (\angle x + \angle y) = (\quad)^\circ$ 이다. ($\quad$) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 80

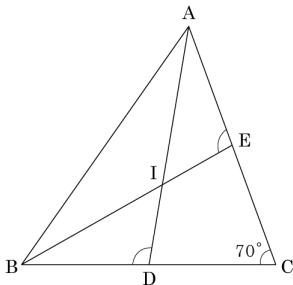
해설

$$2\angle x + 2\angle y + 80^\circ = 180^\circ, \angle x + \angle y = 50^\circ$$

$$\angle z = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle z - (\angle x + \angle y) = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이고, $\angle C = 70^\circ$ 이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\angle ADB + \angle AEB$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 195°

해설

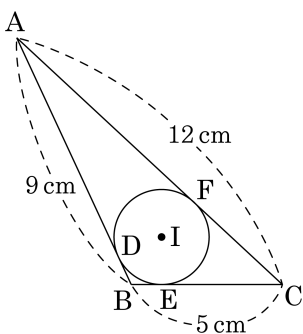
$$\angle A + \angle B = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$$\therefore \angle ADB + \angle AEB$$

$$= \frac{1}{2}\angle A + 70^\circ + \frac{1}{2}\angle B + 70^\circ$$

$$= 55^\circ + 140^\circ = 195^\circ$$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA의 접점이다. 이 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = x(\text{cm})$ 라 하면

$\overline{BD} = \overline{BE} = 9 - x(\text{cm})$

$\overline{CE} = \overline{CF} = 12 - x(\text{cm})$

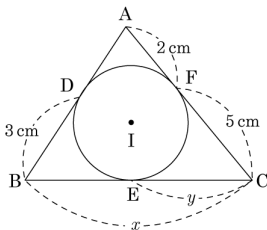
따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 5(\text{cm})$ 에서

$$(9 - x) + (12 - x) = 5$$

$$x = 8(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AF} = 8(\text{cm})$$

20. 다음 그림의 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA의 접점이다. 다음 그림을 보고 x , y 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $x = 8$ cm

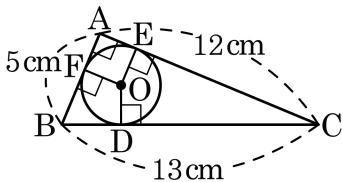
▷ 정답 : $y = 5$ cm

해설

$$\overline{FC} = \overline{EC} = 5(\text{cm}), \overline{BD} = \overline{BE} = 3(\text{cm})$$

$$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$$

21. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어졌다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm

② 1 cm

③ 2 cm

④ 2.5 cm

⑤ 3 cm

해설

$\triangle ABC$ 에서 내접원의 반지름을 r , 각 변의 길이를 a, b, c 라 하면 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a + b + c)$$

이때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a + b + c) = 30$,

$$\frac{1}{2}r(5 + 12 + 13) = 30$$

따라서 $r = 2$ cm