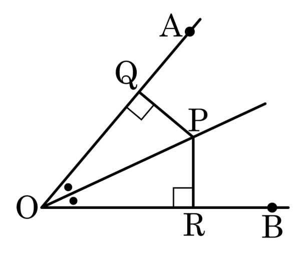
1. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$　　② $\overline{OP}$ 는 공통

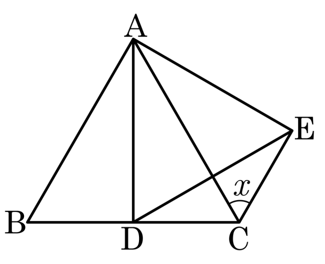
③ $\angle PQO = \angle PRO$　　④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서
ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ⅱ) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)
ⅲ) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)
ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 가 정삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $50°$　② $55°$　③ $60°$　④ $65°$　⑤ $70°$

해설

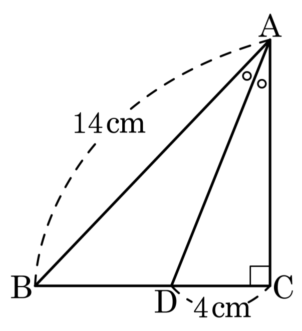
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{AD} = \overline{AE}$

$\angle BAD = 60° - \angle DAC = \angle CAE$

따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS합동) 이므로

$\angle x = \ ABD = 60°$

3. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB} = 14\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하면?



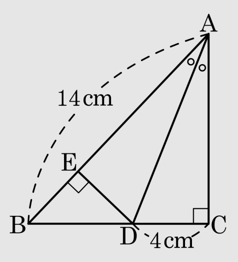
① 20cm^2 ② 22cm^2 ③ 24cm^2

④ 26cm^2 ⑤ 28cm^2

해설

D 에서 $\overline{AB}$ 에 수선을 긋고 E 라고 하면

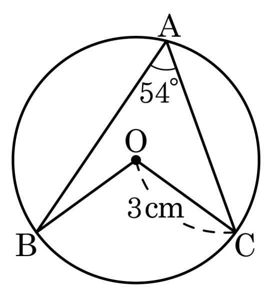
$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)



$\overline{DE} = 4(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABD = 14 \times 4 \times \frac{1}{2} = 28(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 6.3π cm^2

해설

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

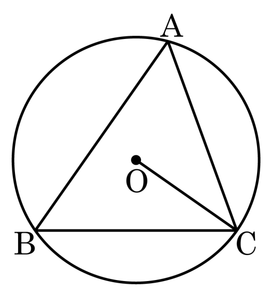
$\angle BOC = 2\angle A = 108°$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{252°}{360°}$$

$$= 6.3\pi(cm^2)$$

5. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 외접원이다. $\angle OCB = 35°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



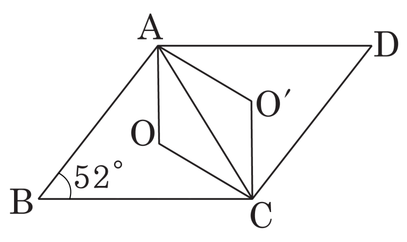
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : 55°

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 35°$
$\angle BOC = 110°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 55°$

6. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?



① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$

이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$

따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

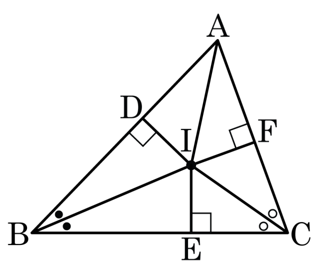
7. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

8. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다' 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



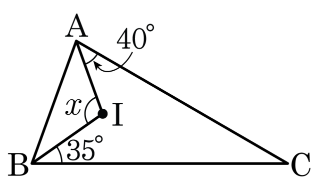
$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$
ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ (㉡)
iii) $\overline{ID} =($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$
$\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.
따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$　② ㉡ : $\overline{IF}$　③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$　⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

9. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



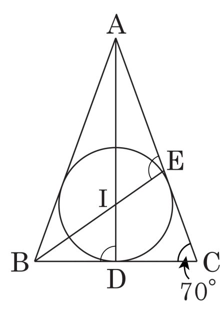
① $100\,^\circ$ ② $105\,^\circ$ ③ $110\,^\circ$ ④ $115\,^\circ$ ⑤ $120\,^\circ$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180\,^\circ$ 이므로

$\angle x = 180\,^\circ - (40\,^\circ + 35\,^\circ) = 105\,^\circ$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70°$이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$의 크기를 구하여라.

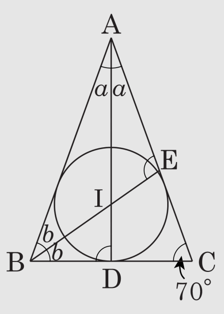


▶ 답 :

▷ 정답 : $195°$

해설

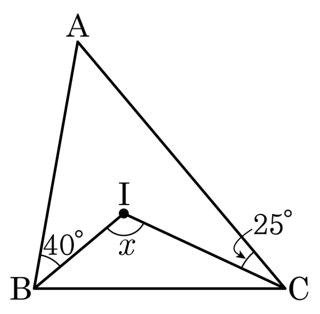
점 I가 내심이므로
$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$,
$\angle IBA = \angle IBC = \angle b$라고 하면
$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$
$2(\angle a + \angle b) = 110°$
$\therefore \ \angle a + \angle b = 55°$



삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로
$\angle IDB = \angle a + 70°$, $\angle IEA = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned}\therefore \ \angle IDB + \angle IEA &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195°\end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

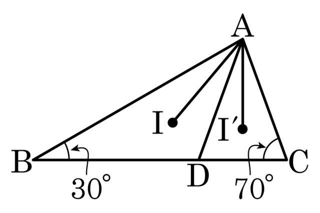


① $110°$ ② $115°$ ③ $120°$ ④ $125°$ ⑤ $130°$

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\angle IBC = 40°$이고, $\angle ICB = 25°$이다.
따라서 삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle x = 180° - (40° + 25°) = 115°$

12. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$, $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 40°

해설

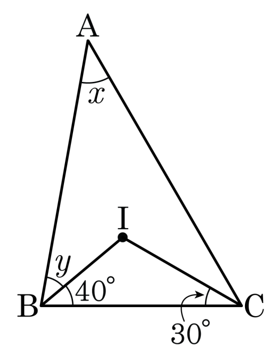
$\angle BAI = \angle IAD, \angle DAI' = \angle CAI'$

$\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 80°$ 이므로

$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \frac{1}{2}\angle A = 40°$

13. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x+\angle y$의 값은?

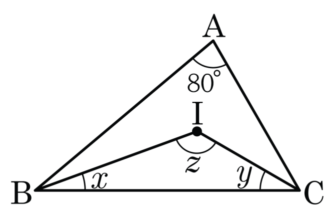


① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle x=180°-2\times(40°+30°)=40°$
$\therefore \angle x=40°$
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은
각을 이등분한다.
$\therefore \angle y=40°$
$\therefore \angle x+\angle y=40°+40°=80°$

14. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle z-(\angle x+\angle y)=($　　　$)^{\circ}$ 이다. (　　　) 안에 알맞은 수를 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80

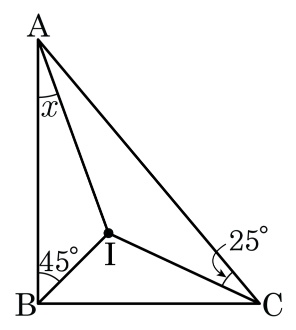
해설

$2\angle x+2\angle y+80^{\circ}=180^{\circ},\ \angle x+\angle y=50^{\circ}$

$\angle z=180^{\circ}-50^{\circ}=130^{\circ}$

$\therefore\ \angle z-(\angle x+\angle y)=130^{\circ}-50^{\circ}=80^{\circ}$

15. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = (\quad\quad)°$ 이다. $(\quad\quad)$안에 알맞은 수를 구하여라.



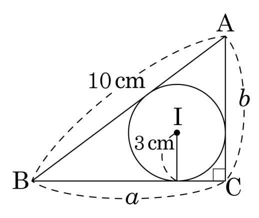
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle x + 45° + 25° = 90°$
$\therefore \angle x = 20°$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\triangle ABC$ 의 내접원 I 의 반지름이 3 cm 일 때, $\overline{AB} = 10\,cm$ 이면 $\triangle ABC$ 의 넓이는 얼마인가?



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $39\,\underline{cm^2}$

해설

I 에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 수선을 그어 만나는 점을 D, E, F 라 하면

$\overline{BD} = \overline{BF} = a - 3$

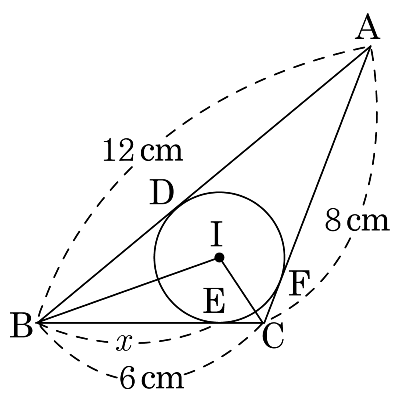
$\overline{AE} = \overline{AF} = b - 3$

$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = (b-3) + (a-3) = a + b - 6 = 10$

$\therefore\ a + b = 16$

$$\therefore\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a + b + 10) \times 3$$
$$= \frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 3 = 39(\,cm^2) \therefore$$

17. 다음 그림에서 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle A = 30°$, $\angle B = 40°$ 일 때, x 의 길이와 $\angle BIC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____ cm

▶ 답: ____ °

▷ 정답: $x = 5$ cm

▷ 정답: $\angle BIC = 105$ °

해설

내접원의 반지름의 길이를 x 라고 하면

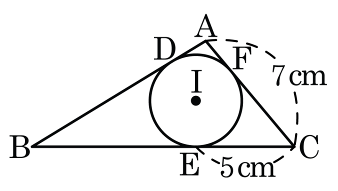
$12 - x + 6 - x = 8$

$18 - 2x = 8, -2x = -10$

$\therefore x = 5$

$\angle BIC = 180° - \left(\frac{1}{2} \times 110° + \frac{1}{2} \times 40°\right) = 105°$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



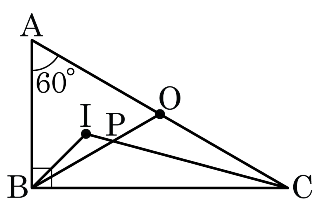
▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{CE} = 5 = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{AF} = 7 - 5 = 2 = \overline{AD}$ 이다.
$\therefore \overline{AD} = 2(\mathrm{cm})$

19. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



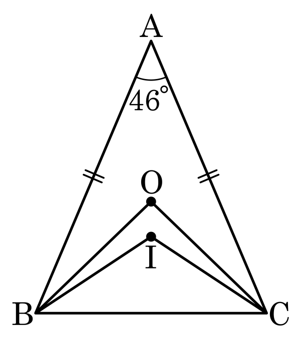
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 135 °

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \to \angle OBC = 30°$ 이다. ⋯㉠
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로
$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°) = 45°$ 이다. ⋯㉡
㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.
$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120° + 15° = 135°$

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$이고 $\angle A = 46°$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 와 I가 각각 외심과 내심일 때, $\angle OBI$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10.5°

해설

$\triangle ABC$의 외심이 점 O일 때,

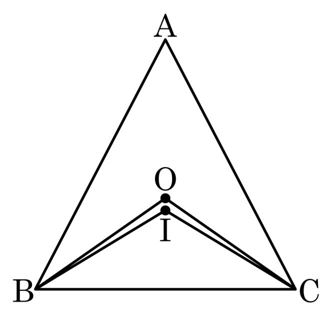
$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 46°$ 이므로 $\angle ABC = 67°$, $\angle BOC = 92°$ 이다.

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 44°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 67° = 33.5°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 44° - 33.5° = 10.5°$ 이다.

21. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 외심과 내심이 각각 O, I 이고 $\angle BOC =$ $110°$ 일 때, $\angle BIC + \angle A$ 의 크기는 몇 도인가?



① 166° ② 168.5° ③ 170°
④ 172.5° ⑤ 178°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC =$ $110°$, $\angle A = 55°$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC =$ $\frac{1}{2} \times 55° + 90° = 117.5°$ 이다.
따라서 $\angle BIC + \angle A = 117.5° + 55° = 172.5°$ 이다.