1. 다음에서 조건 p 는 조건 q이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

$p : a, b$는 모두 짝수 $\quad q : a+b$는 짝수

답: _____ 조건

2. $x-1=0$이 $2x^2+ax-1=0$이기 위한 충분조건일 때 상수 a의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

3. 다음 빈 칸에 알맞은 말을 써 넣어라.

$A \cap B = A$ 인 것은 $A \subset B$ 이기 위한 $\square$ 조건이다.

답: _____

4. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1,\ B = \sqrt{3} + 2,\ C = 2\sqrt{3} + 1$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$ ② $A < B < C$ ③ $A < C < B$

④ $B < A < C$ ⑤ $B < C < A$

5. 세 수 $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}, B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}, C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$

④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

6. $x < 4$는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

답: _____ 조건

7. 다음 (　　)안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 (　　)조건이다.

답: _____ 조건

8. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는 $a = b$ 이기 위한 (가) 조건이다.
- 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나) 조건이다.

① 필요, 필요 ② 필요, 충분

③ 충분, 충분 ④ 충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

9. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $1 < x \leq 3$ 은 $x > -2$ 이기 위한 (가) 조건이다.
- $2x = 4$ 는 $x^2 - 4x + 4 = 0$ 이기 위한 (나) 조건이다.

① 필요, 필요
② 필요, 충분
③ 충분, 충분
④ 충분, 필요
⑤ 충분, 필요충분

10. 다음 중 p가 q이기 위한 필요충분조건인 것은?($a,\ x,\ y,\ z$는 모두 실수)

① $p : a < b, \quad q : |a| < |b|$

② $p : 2x + 3 = 5, \quad q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p : a > 3, \quad q : a^2 > 9$

④ $p : x > 0$ 이고 $y > 0, \quad q : x + y > 0$

⑤ $p : xy = yz, \quad q : x = z$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \varnothing$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$ ② $A \cap B = \varnothing$ ③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$ ⑤ $A \cup B = U$

12. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요 ② 충분

③ 필요충분 ④ 아무 조건도 아니다.

⑤ q 에 따라 다르다.

13. $q > p > 1$인 실수 $p,\ q$에 대하여 $pq + p$와 $p^2 + q$의 대소를 비교하면?

① $pq + p < p^2 + q$

② $pq + p \le p^2 + q$

③ $pq + p > p^2 + q$

④ $pq + p \ge p^2 + q$

⑤ $pq + p = p^2 + q$

14. $0 < a < 1$ 일 때, $P = \frac{1}{a}$, $Q = \frac{1}{2-a}$, $R = \frac{a}{2+a}$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $P < R < Q$ ② $R < Q < P$ ③ $Q < P < R$

④ $Q < R < P$ ⑤ $R < P < Q$

15. $a > b > c > 0$ 일 때, $A = \dfrac{c}{b-a}$, $B = \dfrac{a}{b-c}$, $C = \dfrac{b}{a-c}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < C < A$

④ $B < A < C$ ⑤ $C < A < B$

16. 세 실수 a, b, c 사이에 두 관계식 $3a - b + c = 2$, $a + b + c = 4$가 성립한다. $a > 1$일 때, a, b, c의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $b < c < a$

④ $c < a < b$ ⑤ $c < b < a$

17. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a-b| > |a|-|b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \le 0$ ② $ab \ge 0$ ③ $a+b \ge 0$

④ $ab < 0$ ⑤ $a-b > 0$

18. $a > 0$ 일 때, $A = 1 + \frac{a}{2}$, $B = \sqrt{1+a}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $A > B$ ② $A < B$ ③ $A \geq B$

④ $A \leq B$ ⑤ $A = B$

19. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 $|a|+|b| \geq 0$, $|a+b| \geq 0$ 임을 증명하는 과정이다. [가]~[라] 에 알맞은 것을 바르게 나타낸 것은?

$|a|+|b| \geq 0, ||a+b| \geq 0$ 이므로 $(|a|+|b|)^2$, $|a+b|^2$ 의 대소를 비교하면 된다.

$(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$

$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$

$= a^2 + [\text{가}] + b^2 - (a^2 + [\text{나}] + b^2)$

$= 2([\text{다}]) \geq 0$

(단, 등호는 $[\text{라}] \geq 0$일때성립)

① 가 : $|ab|$, 나 : ab, 다 : $2|ab| - 2ab$, 라 : ab

② 가 : $|ab|$, 나 : ab, 다 : $2|ab| - 2ab$, 라 : $2ab$

③ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $|ab| - ab$, 라 : ab

④ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $2|ab| - 2ab$, 라 : ab

⑤ 가 : $2|ab|$, 나 : $2ab$, 다 : $2|ab| - 2ab$, 라 : $2ab$

20. n이 자연수 일 때, $2^{10n}, 1000^n$ 의 대소를 비교하면?

① $2^{10n} < 1000^n$ ② $2^{10n} \leq 1000^n$ ③ $2^{10n} > 1000^n$

④ $2^{10n} \geq 1000^n$ ⑤ $2^{10n} = 1000^n$

21. 자연수 n 에 대하여 2^{4n}, 3^{3n} 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $2^{4n} < 3^{3n}$ ② $2^{4n} > 3^{3n}$ ③ $2^{4n} \leq 3^{3n}$

④ $2^{4n} \geq 3^{3n}$ ⑤ $2^{4n} = 3^{3n}$

22. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \le |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$(|a| + |b|)^2 - |a+b|^2$
$= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
$= 2($ ㉠ $) \ge 0$
$\therefore (|a| + |b|)^2 \ge |a+b|^2$
그런데 $|a| + |b| \ge 0$, $|a+b| \ge 0$ 이므로
$|a|+|b| \ge |a+b|$ (단, 등호는 (㉡), 즉 (㉢)일 때, 성립)

① $|ab| + ab$, $|ab| = ab$, $ab \le 0$

② $|ab| + ab$, $|ab| = -ab$, $ab \ge 0$

③ $|ab| - ab$, $|ab| = -ab$, $ab \le 0$

④ $|ab| - ab$, $|ab| = ab$, $ab \ge 0$

⑤ $|ab| - ab$, $|ab| = ab$, $ab \le 0$

23. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다. 증명과정에 쓰이지 <u>않은</u> 성질을 고르면?

증명

$(|a| + |b|)^2 - (|a + b|)^2$
$= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2$
$= \ a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2$
$= \ 2(|ab| - ab)\ 0$
$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (|a + b|)^2$
$\therefore |a| + |b| \geq |a + b|$

① $|a| \geq a$

② $a \geq b$, $b \geq c$ 이면 $a \geq c$

③ $|a|^2 = a^2$

④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$

⑤ $a \geq 0$, $b \geq 0$, $a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

24. 다음 중에서 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = B \cap A^c$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 ?

① $A = B$ ② $B \subset A$ ③ $A \subset B$

④ $A \cap B = \varnothing$ ⑤ $A \cap B = B$

25. x, y가 실수일 때. $|x|+|y|=|x+y|$가 되기 위한 필요충분조건을 구하면?

① $xy=0$ ② $xy>0$ ③ $xy\geq 0$

④ $xy<0$ ⑤ $xy\leq 0$

26. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2+y^2=0$ 이기 위한 필요충분조건을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠ $xy=0$

㉡ $x=y=0$

㉢ $|x|+|y|=0$

㉣ $(x+y)(x-y)=0$

㉤ $(x+y)^2+(x-y)^2=0$

㉥ $|x+y|=|x-y|$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉣, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉥

④ ㉡, ㉤, ㉥

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

27. $x \geq a$가 $x^2 - 4 < 0$의 필요조건이 되게 하는 a의 최댓값을 구하여라.

답: _____

28. $a \le x \le 6$은 $2 \le x \le 5$이기 위한 필요조건이고, $b \le x \le 4$은 $2 \le x \le 5$이기 위한 충분조건일 때 a의 최댓값과 b의 최솟값의 합을 구하여라.

답: _____

29. 두 조건 $p : 2 < x \leq 4, q : x < a + 1$에 대하여 p는 q 이기 위한 충분조건 일 때, 실수 a의 값의 범위를 구하여라.

답: _____

30. 두 조건 $p : -5 \le x < 6$, $q : 2a - 3 < x \le a + 2$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

답: $a =$ _____ 개

31. 두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하고 $\sim p$ 가 $\sim q$이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P - Q = \varnothing$ ② $P \cap Q = Q$ ③ $P \cap Q = P$

④ $P^c = Q$ ⑤ $P = Q$

32. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. p 는 q 이기 위한 충분조건이고 $\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $R \cap Q = R$ ② $R \cup Q = R$ ③ $P \cap Q = \varnothing$

④ $P \cup R = R$ ⑤ $P \cap R = \varnothing$

33. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

답: _____ 조건

34. 두 명제 $p \to q$ 와 $q \to r$ 가 모두 참이면 명제 $p \to r$ 도 참이 된다. 이 성질을 이용하여 다음을 구하여라.

> 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p는 r이기 위한 충분조건, q는 r이기 위한 충분조건, s는 r이기 위한 필요조건, q는 s이기 위한 필요조건이다.

이 때, p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

답: _____ 조건

35. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 충분조건, r 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 s 이기 위한 어떤 조건인지 써라.

답: _____ 조건

36. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p, q 는 각각 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 q 이기 위한 어떤 조건인지를 말하여라.

답: _____ 조건

37. 다음은 $a > 0,\ b > 0$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈 칸 (가), (나), (다)에 들어갈 식 또는 기호가 순서대로 바르게 나열된 것을 고르면?

$a > 0,\ b > 0$ 일 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$
(증명)
$\boxed{\text{(가)}} - \boxed{\text{(나)}}$
$= (a + 2\sqrt{ab} + b) - (a + b) = 2\sqrt{ab} > 0$
$\therefore\ (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$
그런데, $\sqrt{a} + \sqrt{b}\ \boxed{\text{(다)}}\ 0$,
$\sqrt{a+b}\ \boxed{\text{(다)}}\ 0$ 이므로 $\therefore\ \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

① $\sqrt{a} + \sqrt{b},\ \sqrt{a+b},\ <$

② $\sqrt{a} + \sqrt{b},\ \sqrt{a+b},\ >$

③ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2,\ (\sqrt{a+b})^2,\ <$

④ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2,\ (\sqrt{a+b})^2,\ >$

⑤ $(\sqrt{a+b})^2,\ (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2,\ >$

38. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.

답: _____ 개

39. 다음 중 세 수 3^{30}, 4^{20}, 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

40. 부등식 $7^{20} < n^{10}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.

답: _____

41. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\lvert a\rvert^2 = a^2$	㉡ $\lvert ab\rvert \geq ab$
㉢ $\lvert a\rvert + \lvert b\rvert \geq \lvert a-b\rvert$	㉣ $\lvert a\rvert - \lvert b\rvert \geq \lvert a-b\rvert$

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

42. 다음은 임의의 실수 x, y 에 대하여 $|x|+|y| \geq |x-y|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 과정에서 ㉠ 에 알맞은 것은?

증명

$(|x|+|y|)^2 - |x-y|^2$
$= |x|^2 + 2|x||y| + |y|^2 - (x-y)^2$
$= 2(|xy| + xy) \geq 0$
$\therefore (|x|+|y|)^2 \geq |x-y|^2$
그런데 $|x|+|y| \geq 0$, $|x-y| \geq 0$ 이므로
$|x|+|y| \geq |x-y|$ (단, 등호는 (㉠) 일 때, 성립)

① $xy > 0$ ② $xy < 0$ ③ $xy \geq 0$

④ $xy \leq 0$ ⑤ $xy = 0$

43. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것의 개수는? (단, x, y, z 는 실수이다.)

보기

㉠ $x^2 - xy + y^2 \geq 0$

㉡ $x^2 + 4x \geq -4$

㉢ $|x| + |y| \geq |x - y|$

㉣ $x^2 \geq 0$

㉤ $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

44. 다음은 실수 $x,\ y,\ z$ 에 대하여 $x^2+y^2+z^2$ 와 $xy+yz+zx$ 의 대소를 비교한 것이다. [가], [나]에 알맞은 내용을 차례로 나열한 것은?

$x^2+y^2+z^2-(xy+yz+zx)$
$=\frac{1}{2}\left\{2x^2+2y^2+2z^2-2xy-2yz-2zx\right\}$
$=\frac{1}{2}\left\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\right\}$ ([가])0 이므로
$x^2+y^2+z^2 \geq xy+yz+zx$ (단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)

① $<,\ x=y=z$

② $\leq,\ x=y=z$

③ $\geq,\ x=y=z$

④ $<,\ xy=yz=zx$

⑤ $\leq,\ xy=yz=zx$

45. 집합 A, B, C에 대하여 p가 q이기 위한 필요충분조건인 것은?

① $p : (A \cap B) \subset (A \cup B)$, $q : A = B$

② $p : A \cap (B \cap C) = A$, $q : A \cup (B \cup C) = B \cup C$

③ $p : A \cup (B \cap C) = A$, $q : A \cap (B \cup C) = B \cup C$

④ $p : A \cup B = A$, $q : B = \phi$

⑤ $p : A \cup (B - A) = B$, $q : A \subset B$

46. 세 조건 $p,\ q,\ r$ 에 대하여 $\sim p \Rightarrow q,\ r \Rightarrow \sim q$ 일 때, 조건 p 가 r 이기 위한 필요충분조건이려면 다음 중 어떤 조건이 더 필요한가?

① $p \Rightarrow q$ ② $q \Rightarrow r$ ③ $p \Rightarrow r$

④ $\sim q \Rightarrow p$ ⑤ $\sim r \Rightarrow p$

47. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 아닌 것을 모두 고른 것은?

㉠ $x+1>0$	㉡ $x^2+xy+y^2 \geq 0$
㉢ $\|x\|+\|y\| \geq \|x-y\|$	㉣ $\|x+y\| \geq \|x-y\|$

① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

48. 임의의 실수 $x,\ y$에 대하여 $x^2+4y^2+4xy+10x+ay+b>0$이 성립할 $a,\ b$의 조건은? (단, $a,\ b$는 실수)

① $a=20,\ b>25$

② $a=20,\ b<25$

③ $a=20,\ b\geq 25$

④ $a=20,\ b\leq 25$

⑤ $a=20,\ b\neq 25$

49. $a,\ b,\ c,\ d,\ x,\ y,\ z$가 실수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.(단, 순서대로 쓸 것)

㉠ $a^2+b^2 \geq ab$
㉡ $a^2+b^2+1 < 2(a+b-1)$
㉢ $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \leq (ax+by+cz)^2$
㉣ $\lvert a+b\rvert \leq \lvert a\rvert + \lvert b\rvert$
㉤ $\lvert a\rvert - \lvert b\rvert \geq \lvert a-b\rvert$
㉥ $\lvert a+b\rvert \geq \lvert a\rvert - \lvert b\rvert$

답: _____

답: _____

답: _____

50. $x,\ y$ 가 실수일 때, $x^2+2xy+3y^2-4x+4y+14$ 의 최솟값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{3}{4}$