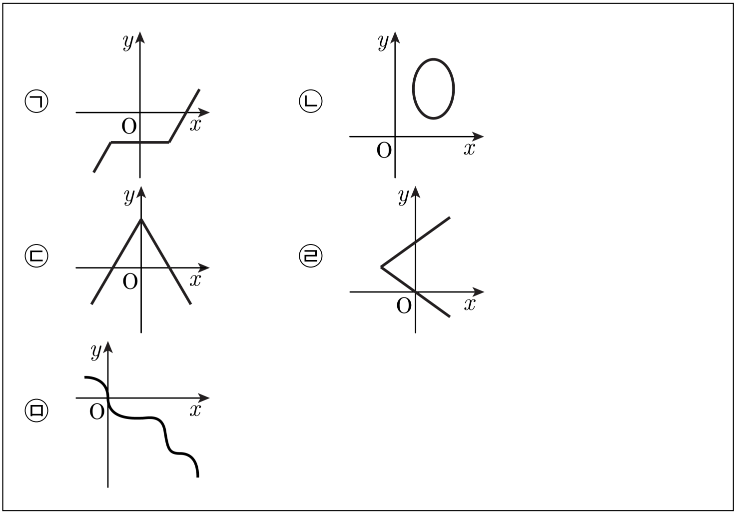
1. 다음 그래프 중 함수인 것은?



① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉠, ㉢, ㉤　　③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉤　　⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 함수
㉡ 함수가 아니다.
㉢ 함수
㉣ 함수가 아니다.
㉤ 함수
따라서 ㉠, ㉢, ㉤만이 함수이다.

2. 실수의 집합에서 실수의 집합으로의 함수 $f(x)$가 다음과 같이 주어질 때 $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ 를 차례대로 구하여라.

$$f(x) = 2x + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

해설

다음 요령에 따르면 된다.

$f(0) = 2\times 0+1 = 1$, $f(1) = 2\times1+1 = 3$, $f(2) = 2\times 2+1 = 5$

3. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

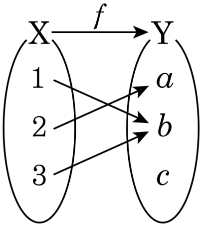
① $y = 2x$ ② $y = -x^2$ ③ $y = x^2 - 2$

④ $y = -x^2 + 2x$ ⑤ $y = 3$

해설

②$y \leq 0$ ③$y \geq -2$ ④$y \leq 1$ ⑤$y = 3$

4. 아래 그림은 집합 X에서 집합 Y로의 함수 $f : X \to Y$를 나타낸 것이다. f의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



① $\{a, b, c\}$, $\{1, 2\}$, $\{1, 2, 3\}$

② $\{a, b, c\}$, $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2\}$

③ $\{1, 2, 3\}$, $\{a, b\}$, $\{a, b\}$

④ $\{1, 2, 3\}$, $\{a, b, c\}$, $\{a, b\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}$, $\{a, b, c\}$, $\{a, b, c\}$

해설

5. 1보다 큰 자연수 x에 대하여 $f(x)=\dfrac{x-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}$로 정의 할 때, $f(25)$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 26

해설

$$f(x)=\frac{x-\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=\frac{\dfrac{x^2-1}{x}}{\dfrac{x-1}{x}}=x+1$$

$$\therefore f(25)=26$$

6. 다음 (　　　　) 안에 알맞은 말을 써라.

함수 $f(x)$ 의 치역과 공역이 같고, 정의역의 서로 다른 원소에 치역의 서로 다른 원소가 대응할 때, 이 함수를 (　　　　) 이라고 한다.

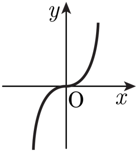
▶ 답 :

▷ 정답 : 일대일대응

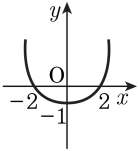
해설

7. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 <u>아닌</u> 것은?

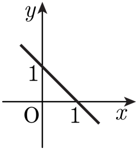
①



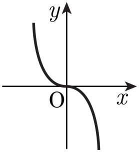
②



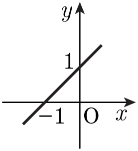
③



④



⑤



해설

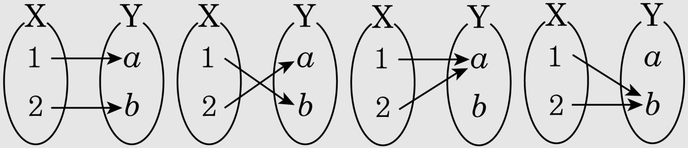
치역과 공역이 같고 임의의 두 실수
x_1 , x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때
$f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로
정답은 ②번이다.

8. 집합 $X = \{1, 2\}$, $Y = \{a, b\}$ 라 할 때, 집합 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 구하면?

① 1 가지　　② 2 가지　　③ 3 가지

④ 4 가지　　⑤ 5 가지

해설



$\therefore$ 4가지

9. 집합 $X=\{-1,\ 0,\ 1\}$에 대하여 다음 중 X에서 X로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$f(x)=x,\quad g(x)=|x|$$
$$h(x)=x^3,\quad k(x)=\frac{|x+1|-|x-1|}{2}$$

① f　② $f,\ h$　③ $f,\ g,\ h$
④ $f,\ h,\ k$　⑤ $g,\ h,\ k$

해설

f : $f(-1)=-1,\ f(0)=0,\ f(1)=1$이므로 항등함수이다.
g : $g(-1)=1$이므로 항등함수가 아니다.
h : $h(-1)=-1,\ h(0)=0,\ h(1)=1$이므로 항등함수이다.
k : $k(-1)=-1,\ k(0)=0,\ k(1)=1$이므로 항등함수이다.
따라서 항등함수인 것은 $f,\ h,\ k$이다.

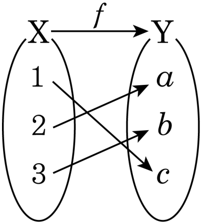
10. 함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $f(f(1)) + f(f(-2))$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$f(x) = (x-1)(x+2)$ 에서
$f(1) = 0, f(-2) = 0, f(0) = -2$ 이고
$f(f(1)) = f(f(-2)) = f(0)$ 이다.
$\therefore f(f(1)) + f(f(-2)) = 2f(0) = -4$

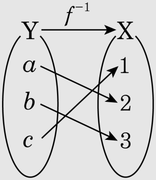
11. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$에 대하여 함수 $f : X \to Y$가 그림과 같이 주어질 때, $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$의 값은 얼마인가?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

역함수 f^{-1}는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

12. 함수 $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

① $y = x - 2$ ② $y = x + 2$ ③ $y = -x - 2$

④ $y = -x + 2$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x - 1$

해설

$y = x - 2$ 를 x 에 관해서 풀면

$x = y + 2$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x + 2$

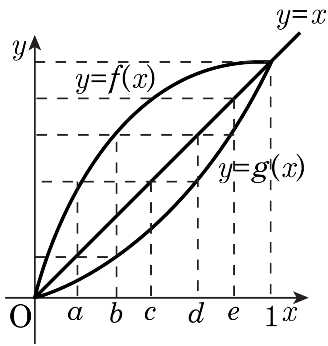
13. 함수 $f(x) = 2ax - a + 2$에 대하여 $f^{-1}(-7) = 2$일 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$f^{-1}(-7) = 2$이므로
역함수의 정의에 의해서
$f(2) = -7$, $f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7$, $3a = -9$
$\therefore a = -3$

14. 집합 $A = \{x|0 \leq x \leq 1\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 $y = f(x)$와 $y = g(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$의 값은 얼마인가?



① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$y = x$를 이용하여 함숫값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$라 하면,

$f(x) = d \qquad \therefore x = b$

$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$

$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$

$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

15. 함수 $f(x)=||x-2|+1|$ 에 대하여 $f(-1)-f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(-1)=||-1-2|+1|=4$

$f(3)=||3-2|+1|=2$ 이므로

$\therefore\ f(-1)-f(3)=2$

16. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합 X를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = 2x^2 - 10x - 5$, $g(x) = -x^2 + 2x + 10$이 서로 같을 때, 집합 X의 개수는 몇 개인가?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$이므로

$2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$에서

$3x^2 - 12x - 15 = 0$, $3(x^2 - 4x - 5) = 0$

$(x-5)(x+1) = 0$

$\therefore\ x = 5,\ -1$

즉, $x = 5$ 또는 $x = -1$일 때 $f(x) = g(x)$이다.

$\therefore\ X = \{-1\},\ \{5\},\ \{-1,\ 5\}$

17. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에서 집합 $B=\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5\}$ 로의 대응 f 중 $f(1)=a_1,\ f(2)=a_2$ 인 함수 f 의 개수는?

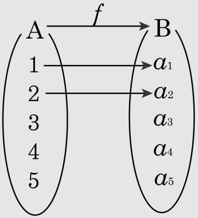
① 8 개 ② 25 개 ③ 64 개

④ 81 개 ⑤ 125 개

해설

$f(1)=a_1,\ f(2)=a_2$ 인 함수

$f:A\to B$ 는 다음 그림에서 A 의 원소 3, 4, 5 에 B 의 원소 $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5$ 중 하나를 각각 대응시키면 된다.



따라서, 구하는 함수의 개수는 $5\times5\times5=125$ (개)

18. 다항식 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이고 $g(1) = 0$ 일 때, $g(-1)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$g(x)$ 가 n 차 다항식이라 하면
$g\left(g(x)\right)$ 의 차수는 n^2 이다.
모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이므로
양변의 차수를 비교하면 $n^2 = 1$
$\therefore n = 1$ ($\because$ n 은 자연수)
즉, $g(x)$ 는 일차다항식이므로
$g(x) = ax + b$ 라 하면 $g(1) = 0$ 이므로
$a + b = 0$, 즉 $b = -a$
$\therefore g(x) = ax + b = ax - a$
$g(g(x)) = g(ax - a) = a(ax - a) - a$
$= a^2x - a^2 - a = x$
이 식은 x 에 대한 항등식이므로
$a^2 = 1$, $-a^2 - a = 0$
$\therefore a = -1$
즉, $g(x) = -x + 1$ 이므로 $g(-1) = 2$

19. 두 함수 $f(x)=3x+1$, $g(x)=4x+a$에 대하여 $(g\circ f)(x)=12x+7$이 성립할 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$f(x)=3x+1,\ g(x)=4x+a$ 이므로

$$\begin{aligned}(g\circ f)(x) &= g(f(x)) = g(3x+1)\\ &= 4(3x+1)+a\\ &= 12x+4+a\end{aligned}$$

따라서 $12x+4+a=12x+7$ 에서 $4+a=7$

$\therefore\ a=3$

20. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

21. 두 함수 f, g가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x-1) = -6x + 5$ 를 만족할 때, $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g와 f의 합성함수이다.)

① 18 ② 12 ③ -15 ④ -24 ⑤ -29

해설

$(f \circ g)(5) = f(g(5))$

$2x - 1 = 5$ 에서 $x = 3$ 이므로

$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$

$\therefore\ (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$

22. 함수 $f(x) = 2x + 6,\ g(x) = ax - 1$에 대하여 $f \circ g = g \circ f$일 때, a의 값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6$$
$$= 2ax + 4 \ \cdots ㉠$$
$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1$$
$$= 2ax + 6a - 1 \ \cdots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$

$4 = 6a - 1$

$\therefore\ a = \frac{5}{6}$

23. 두 함수 $f(x) = -3x+k$, $g(x) = 2x+4$에 대하여, $(f\circ g)(x) = (g\circ f)(x)$가 성립하도록 하는 k의 값은 얼마인가?

① -16　　② -14　　③ -6　　④ -4　　⑤ -2

해설

$f(x) = -3x + k,\ g(x) = 2x + 4$에서

$$(f \circ g)(x) = f(2x+4) = -3(2x+4) + k$$
$$= -6x - 12 + k \cdots ㉠$$
$$(g \circ f)(x) = g(-3x+k) = 2(-3x+k) + 4$$
$$= -6x + 2k + 4 \cdots ㉡$$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$$
$$\therefore k = -16$$

24. 함수 $f(x)$가 $f(2x+1)=3x+2$를 만족할 때, $f(3)$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

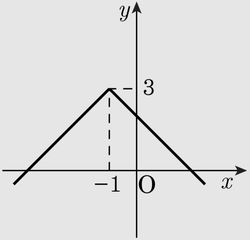
$f(2x+1)=3x+2$ 에서 $2x+1=3$ 이므로
$x=1$ 을 대입하면
$f(2\cdot1+1)=f(3)=3\cdot1+2=5$

25. 함수 $y = -|x+1|+3$ 의 최댓값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

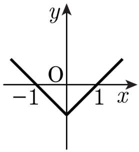
해설

$y = -|x+1|+3$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로 최댓값은 $x = -1$ 일 때, 3이다.

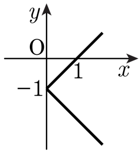


26. 다음 중 함수 $|y| = x-1$ 의 그래프를 구하면?

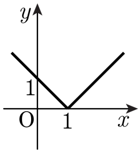
①



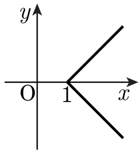
②



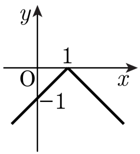
③



④



⑤



해설

$|y| = x-1$ 에서

$y \geq 0$ 일 때,

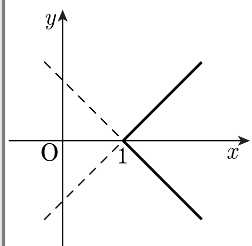
$y = x-1$

$y < 0$ 일 때,

$-y = x-1$, $y = -x+1$

따라서, 그래프는 다음

그림과 같다.



27. 함수 $y=|x-3|-1$ 에 대하여 $0 \le x \le 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1　　② 2, 0　　③ 2, -1

④ 1, -1　　⑤ 1, -2

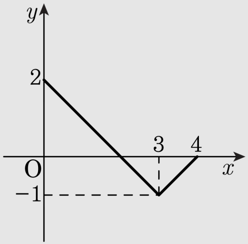
해설

$0 \le x \le 4$ 에서

$y=|x-3|-1$

$$= \begin{cases} x-4 & (3 \le x \le 4) \\ -x+2 & (0 \le x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로



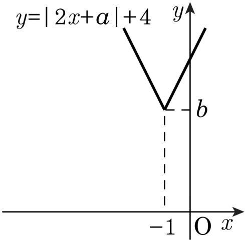
$x=0$ 일 때

최댓값은 2 이고

$x=3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.

28. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?



① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

해설

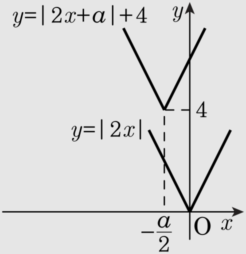
$y = |2x + a| + 4$

$= \left|2\left(x + \dfrac{a}{2}\right)\right| + 4$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

$-\dfrac{a}{2}$ 만큼,

y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.



이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\dfrac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$-\dfrac{a}{2} = -1,\ b = 4$

$\therefore\ a = 2,\ b = 4 \qquad \therefore\ ab = 8$

29. 함수 $f(x)=|4x+a|+b$ 는 $x=3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

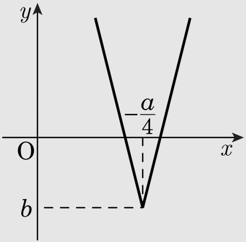
▷ 정답 : 10

해설

$f(x)=|4x+a|+b=\left|4\left(x+\frac{a}{4}\right)\right|+b$ 의 그래프는

$y=|4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음 그림과 같다.



따라서 $x=-\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4}=3,\ b=-2$

따라서 $a=-12,\ b=-2$ 이므로

$\therefore b-a=10$

30. 함수 $f(x)=||x-1|-a|$ 에서 $f(2)=4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2)=4$ 이므로

$f(2)=||2-1|-a|=4 \to |1-a|=4$

따라서 $a=-3,\ 5$ 이므로 양수 $a=5$

31. 다음 함수 중 좌표평면에서 그 그래프가 임의의 직선과 항상 만나는 것은 무엇인가?

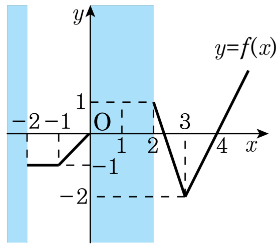
① $y = |x|$ ② $y = x^2$ ③ $y = \sqrt{x}$

④ $y = x^3$ ⑤ $y = \dfrac{1}{x}$

해설

각 함수의 그래프를 그려보거나,
정의역, 치역 관계를 조사해 보면 쉽게 알 수 있다.
x, y 전체 실수 구간에서 그래프가
그려지는 함수는 $y = x^3$ 뿐이다.

32. 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = -f(x)$를 만족시키는 함수 $y = f(x)$의 그래프의 일부분이 다음 그림과 같이 지워져 있다. 다음 보기는 함수 $y = f(x)$에 대한 설명이다. M, N의 합을 구하여라.



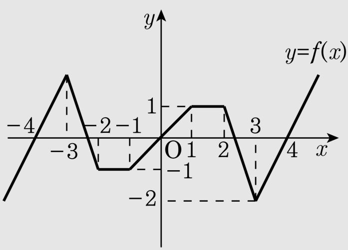
> $-4 \le x \le -2$일 때, $f(x)$의 최댓값은 M이고, $0 \le x \le 2$일 때, $f(x)$의 최댓값은 N이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = -f(x)$를
만족시키므로 주어진 함수는 기함수
즉, 원점 대칭이다. 따라서 그래프를 완성하면
다음 그림과 같으므로



$-4 \le x \le -2$일 때,
$f(x)$의 최댓값 $M = 2$이고,
$0 \le x \le 2$일 때,
$f(x)$의 최댓값 $N = 1$이다.
$\therefore M + N = 3$

33. R 를 실수 전체의 집합, $A=\{x|-1\leq x\leq 1\}$ 이라 한다. R 에서 A 로의 함수 f 가 $f(x)=1-x^2$, $f(x+2)=f(x)$ 로 정의될 때, $f(5)$ 의 값은 ?

① 0 ② -3 ③ -8 ④ -24 ⑤ -27

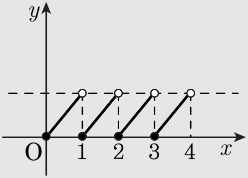
해설

$f(x+2)=f(x)$ 에서 $f(5)=f(3)=f(1)$
$f(x)=1-x^2$ 에서 $f(1)=0$
$\therefore\ f(5)=0$

34. $y = x - [x] (0 \le x \le 4)$ 의 그래프를 그릴 때, 그래프의 길이를 구하면? ($[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수)

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 4 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ 8

해설



$y = x - [x]$ 에서

i) $0 \le x < 1$ 인 경우 $y = x - 0$

ii) $1 \le x < 2$, $y = x - 1$

iii) $2 \le x < 3$, $y = x - 2$

iv) $3 \le x \le 4$, $y = x - 3$

i), ii), iii), iv)를 그래프로 그리면 다음과 같다. 그러므로 각각의 길이는 $\sqrt{2}$ 이 일정하므로

$4\sqrt{2}$ 가 된다.

35. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 $f(1)=3$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여

$f(x+1)=\dfrac{1+f(x)}{1-f(x)}$ 를 만족시킨다. 이 때, $f(1998)$ 의 값은?

① 3 ② 2 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$f(2)=\frac{1+f(1)}{1-f(1)}$$
$$=\frac{1+3}{1-3}=-2$$
$$f(3)=\frac{1+f(2)}{1-f(2)}$$
$$=\frac{1-2}{1+2}=-\frac{1}{3}$$
$$f(4)=\frac{1+f(3)}{1-f(3)}$$
$$=\frac{1-\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$$
$$f(5)=\frac{1+f(4)}{1-f(4)}$$
$$=\frac{1+\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}=3$$

$f(5)=f(1)=3$ 이므로

$f(6)=f(2)=-2$, $f(7)=f(3)=-\dfrac{1}{3}$

$f(8)=f(4)=\dfrac{1}{2}$, $f(9)=f(5)=f(1)=3,\cdots$

이와 같이 $f(n)$ (n 은 자연수)은

$3,\ -2,\ -\dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{2}$ 이 반복됨을 알 수 있다.

$\therefore\ f(4n+k)=f(k)$

(단, n 은 0 이상의 정수, $k=0,\ 1,\ 2,\ 3$)

그러므로 $f(1998)=f(4\times 499+2)=f(2)=-2$

36. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$에 대하여 함수 $f : A \to A$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \le 2\text{일 때}) \\ 0 & (x > 2\text{일 때}) \end{cases}$$ 라 정의하자. 이 때, $f^{2006}(1) - f^{2006}(3)$

의 값은? (단, $f^2 = f \circ f$, $f^{n+1} = (f \circ f^n)$ 이다.)

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

1) $f(1) = 2,\ f^2(1) = 3,\ f^3(1) = 0,\ f^4(1) = 1 \cdots$

$\Rightarrow f^{2004}(1) = (f^4)^{501}(1) = 1$

$\therefore\ f^{2006}(1) = f^2(1) = 3$

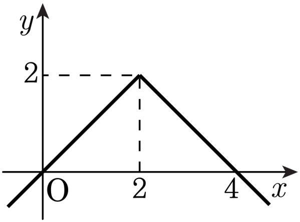
2) $f(3) = 0,\ f^2(3) = 1,\ f^3(3) = 2,\ f^4(3) = 3,\ f^5(3) = 0 \cdots$

$\Rightarrow f^{2004}(3) = (f^4)^{501} = 3$

$\therefore f^{2006}(3) = f^2(3) = 1$

$\therefore f^{2006}(1) - f^{2006}(3) = 2$

37. $y = f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ f)(x) = 1$의 서로 다른 실근의 개수는?



① 1 개　　② 2 개　　③ 3 개

④ 4 개　　⑤ 무수히 많다.

해설

$$f(x) = \begin{cases} y = x(x \le 2) & \cdots ㉠ \\ y = -x + 4(x > 2) & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서는 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x) = x$

$\therefore x = 1$

㉡에서는 $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(-x+4)$

$= -x + 4$

$\therefore x = 3$

실근의 개수 : 2 개.

38. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2-2x+1 & (x\ge 1) \\ -\sqrt{1-x} & (x<1) \end{cases}$ 에 대하여 $f(x)$ 의 역함수가 존재할 때, $(f^{-1}\circ f^{-1})(x)=1$ 일 때, x 의 값을 구하면? (단, $f^{-1}(x)$ 은 $f(x)$ 의 역함수)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x)=\begin{cases} x^2-2x+1 & (x\ge 1) \\ -\sqrt{1-x} & (x<1) \end{cases}$ 에서

$(f^{-1}\circ f^{-1})(x)=(f\circ f)^{-1}(x)=1$

$(f\circ f)(1)=(f(f(1))=f(0)=-1$

$\therefore\ x=-1$

39. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 6 (x \geq 2)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

① -1　② $-\sqrt{2}$　③ 1　④ $\sqrt{2}$　⑤ 2

해설

함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프의 교점과 같다.

$y = x^2 - 4x + 6$ 과 $y = x$ 를 연립하면

$x^2 - 5x + 6 = 0, \ (x-2)(x-3) = 0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

$\therefore x = 2, \ y = 2$ 또는 $x = 3, \ y = 3$

즉, 두 교점은 점 $(2, \ 2), (3, \ 3)$ 이다.

따라서, 구하는 두 교점 사이의 거리는

$\sqrt{(3-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$

40. A $=\{-1,\ 0,\ 1\}$ 일 때, 집합 A 에서 집합 A 로의 함수 f 가 있다. $f(-x)=f(x)$ 인 함수 f 의 개수는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$3\times 3=9$

41. 함수 $f(x)$가 임의의 실수 x에 대하여 다음의 조건을 만족시킬 때, $f(2012)$의 값과 같은 것은?

Ⅰ. $f(-x) = f(x)$ Ⅱ. $f(x) = f(10-x)$

① $f(0)$　② $f(1)$　③ $f(2)$　④ $f(3)$　⑤ $f(4)$

해설

$f(-x) = f(x) \Leftrightarrow y = f(x)$는 y축에 대칭이고,
$f(x) = f(10-x) \Leftrightarrow y = f(x)$는
$x = 5$에 대칭이다.
따라서 함수 $y = f(x)$는 주기가 10이고,
$2012 = 201 \times 10 + 2$이므로
$f(2012) = f(201 \times 10 + 2) = f(2)$