

1. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}, \sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

② $\sqrt{2(a+b)} \leq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

2. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$

② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$

③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$

⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

3. 다음 두 식의 대소를 바르게 비교한 것은?

$$A = 3x^2 - xy + 2y^2$$

$$B = 2x^2 + 3xy - 3y^2$$

① $A < B$

② $A \leq B$

③ $A > B$

④ $A \geq B$

⑤ $A = B$

4. $a > b > c > 0$ 일 때, $A = \frac{c}{b-a}$, $B = \frac{a}{b-c}$, $C = \frac{b}{a-c}$ 의 대소를
바르게 비교한 것은?

① $A < B < C$

② $A < C < B$

③ $B < C < A$

④ $B < A < C$

⑤ $C < A < B$

5. $a > b > 0$ 인 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{1+a}$ 와 $\frac{b}{b+1}$ 의 대소 관계는?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

6. $a > b$, $x > y$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(a + b)(x + y) > 2(ax + by)$

② $(a + b)(x + y) < 2(ax + by)$

③ $(a + b)(x + y) \geq 2(ax + by)$

④ $(a + b)(x + y) \leq 2(ax + by)$

⑤ $(a + b)(x + y) = 2(ax + by)$

7. 다음은 $|a| < 1$, $|b| < 1$, $|c| < 1$ 일 때 부등식 $abc + 2 > a + b + c$ 가 성립함을 증명한 것이다. ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} abc + 2 &> a + b + c \\ &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\ &= (1 - ab)(1 - c) + (\text{㉠}) \end{aligned}$$

$|a| < 1$ 이므로 $(\text{㉡}) < 1 - a < (\text{㉢})$

같은 방법으로 $(\text{㉡}) < 1 - b < (\text{㉢})$,

$$(\text{㉡}) < 1 - c < (\text{㉢})$$

또한 $|ab| < 1$ 이므로 $(\text{㉡}) < 1 - ab < (\text{㉢})$

따라서 $abc + 2 - (a + b + c) = (1 - ab)(1 - c) + (\text{㉠}) > (\text{㉡})$

이므로 $abc + 2 > a + b + c$

① $(1 + a)(1 + b), 0, 2$

② $(1 - a)(1 + b), 0, 2$

③ $(1 + a)(1 + b), -1, 1$

④ $(1 - a)(1 - b), 0, 2$

⑤ $(1 - a)(1 - b), -1, 1$

8. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a > 0, b > 0$ 이면 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$

② 모든 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| > a + b$

③ 모든 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 > ab$

④ 모든 실수 a, b 대하여 $|a - b| \leq |a| - |b|$

⑤ $a > b > 0$ 일 때, $\sqrt{a-b} < \sqrt{a} - \sqrt{b}$

9. a, b 가 실수 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $|a| + |b| \geq |a + b|$

㉡ $|a + b| \geq |a - b|$

㉢ $|a - b| \geq |a| - |b|$

㉣ $|a + b| \geq ||a| - |b||$

① ㉠

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

10. 다음은 실수 a, b 에 대하여 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 이 성립함을 증명한 것이다.

(증명) $|a+b| \geq 0, |a|+|b| \geq 0$ 이므로
 $|a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$ 을 증명하면 된다.

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \end{aligned}$$

그런데, (가) 이므로 $2(|ab| - ab) \geq 0$

$$\therefore |a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$$

따라서 $|a+b| \leq |a|+|b|$

여기서, 등호가 성립하는 경우는 (나) 일 때,

즉, $ab \geq 0$ 일 때이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① $|ab| \geq ab, a = b$

② $|ab| \geq ab, |ab| = ab$

③ $|ab| \leq ab, |ab| = ab$

④ $|ab| = ab, a = 0$

⑤ $|ab| = ab, a = b$

11. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때 1 , $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\sqrt{b} - \sqrt{a}$, $\sqrt{b-a}$ 의 대소를 비교하면?

① $\sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

② $\sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < 1 < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a} < 1 < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

④ $\sqrt{b-a} < 1 < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

⑤ $1 < \sqrt{b-a} < \sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

12. $a > 0$ 일 때, $x = \sqrt{a^2 + 1}$ 과 $y = a + \frac{1}{2a}$ 의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

① $x \leq y$

② $x < y$

③ $x \geq y$

④ $x > y$

⑤ $x = y$

13. 다음 중 세 수 3^{30} , 4^{20} , 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

14. 두 수 $2^{30}, 3^{20}$ 의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $2^{30} > 3^{20}$

② $2^{30} \leq 3^{20}$

③ $2^{60} > 3^{20}$

④ $2^{60} \geq 3^{20}$

⑤ $2^{30} < 3^{20}$

15. 부등식 $n^{20} < 3^{30}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최댓값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

16. 부등식 $3^{400} > 4^{100n}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

17. 다음 부등식 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

$$\textcircled{\Gamma} \quad 3^{40} > 2^{60}$$

$$\textcircled{\text{L}} \quad 3^{200} > 6^{150}$$

$$\textcircled{\text{C}} \quad 5^{10} < 2^{30} < 3^{20}$$

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{\Gamma}$$

$$\textcircled{2} \quad \textcircled{\text{L}}$$

$$\textcircled{3} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$$

$$\textcircled{4} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{C}}$$

$$\textcircled{5} \quad \textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{C}}$$

18. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

19. 실수 x, y 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $|x| + |y| \geq |x + y|$

㉡ $|x + y| \geq |x - y|$

㉢ $|x - y| \geq |x| - |y|$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

20. 다음은 임의의 실수 x, y 에 대하여 $|x| + |y| \geq |x - y|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 과정에서 ㉠에 알맞은 것은?

증명

$$(|x| + |y|)^2 - |x - y|^2$$

$$= |x|^2 + 2|x||y| + |y|^2 - (x - y)^2$$

$$= 2(|xy| + xy) \geq 0$$

$$\therefore (|x| + |y|)^2 \geq |x - y|^2$$

그런데 $|x| + |y| \geq 0$, $|x - y| \geq 0$ 이므로

$|x| + |y| \geq |x - y|$ (단, 등호는 (㉠) 일 때, 성립)

① $xy > 0$

② $xy < 0$

③ $xy \geq 0$

④ $xy \leq 0$

⑤ $xy = 0$

21. 다음 [보기] 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?(단, a, b, c 는 실수)

보기

㉠ $\frac{a}{b^2} < \frac{c}{b^2}$ 이면 $a < c$

㉡ $a > b$ 이면 $ac > bc$

㉢ $a < b < 0$ 이면 $a^2 > ab$

㉤ $|a| + |b| > |a + b|$

㉥ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

① ㉠, ㉥

② ㉡, ㉤, ㉠

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉤, ㉥

22. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 = 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $a^2 = b$

23. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

24. 다음 [보기] 중 절대부등식인 것을 모두 고르면?(단, x, y 는 실수)

보기

㉠ $x^2 \geq 0$

㉡ $x^3 \geq 0$

㉢ $|x| + |y| > 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

25. 다음은 “실수를 계수로 갖는 세 개의 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$, $bx^2 + 2cx + a = 0$, $cx^2 + 2ax + b = 0$ 중 적어도 하나는 실근을 갖는다”는 것을 증명한 것이다. 위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞는 부등호를 차례대로 쓰면?

증명

주어진 방정식이 모두 허근을 갖는다고 가정하면

$$b^2 - ac \text{ (가) } 0, c^2 - ab \text{ (가) } 0, a^2 - bc \text{ (가) } 0$$

세 식을 같은 변끼리 더하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac \text{ (나) } 0$$

좌변을 변형하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac \\ = \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \text{ (다) } 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

그런데 a, b, c 는 실수이므로

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \text{ (다) } 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

따라서, ㉡은 ㉠에 모순이므로 세 방정식 중 적어도 하나는 실근을 갖는다.

① $<, <, \geq$

② $<, <, >$

③ $<, >, <$

④ $\geq, \geq, \leq$

⑤ $\geq, \leq, \geq$

26. $a + b + c = abc = 3\sqrt{3}$ 인 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a^4 + b^4 + c^4$ 의
최솟값은?

① 9

② $9\sqrt{3}$

③ $12\sqrt{3}$

④ 27

⑤ 81