

1. 조건 p 가 조건 q 이기 위한 충분조건일 때, 조건 q 는 조건 p 이기 위한 (가)조건이고, 조건 $\sim p$ 는 조건 $\sim q$ 이기 위한 (나)조건이다. (가), (나)에 각각 알맞은 것은?

① 필요, 필요

② 충분, 충분

③ 필요, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 필요충분, 충분

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건: $p \Rightarrow q$

(가) : $p \Rightarrow q$ 이면 q 는 p 이기 위한 필요조건

(나) : $p \Rightarrow q$ 이면 그 대우 $\sim q \Rightarrow \sim p \therefore \sim p$ 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건

2. 다음 중 참인 명제는? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $a < b$ 이면 $a + c > b + c$

② $a < b$ 이면 $a - c > b - c$

③ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $ac > bc$

④ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

⑤ $ac < bc$ 이면 $a > b$

해설

실수의 대소 관계에는 다음과 같은 성질이 있다.

i) 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b$, $a = b$, $a < b$ 중에서 어느 하나만이 성립한다.

ii) $a > b$, $b > c$ 이면 $a > c$

iii) $a > b$ 이면 $a \pm c > b \pm c$

iv) $a > b$, $c > 0$ 이면 $ac > bc$

v) $a > b$, $c < 0$ 이면 $ac < bc$

따라서 참인 것은 ④이다.

3. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.

② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.

③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.

④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.

⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

4. 다음 중 참인 명제는?

① 2 는 홀수이다.

② $\sqrt{2}$ 는 유리수이다.

③ 99 는 100 보다 작다.

④ $\emptyset$ 은 무한집합이다.

⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 > 0$ 이다.

해설

③ 99는 100보다 작은 것이 사실이므로 참이다.

5. 다음 보기 중 세 실수 a, b, c 가 모두 0 이 아니기 위한 필요조건이 아닌 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $abc \neq 0$

㉡ $a + b + c \neq 0$

㉢ $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

p 가 q 이기 위한 필요조건이라면 $q \Rightarrow p$

q : 세 실수 a, b, c 가 모두 0이 아니다.

㉠ $q \leftrightarrow abc \neq 0 \therefore$ 필요충분조건

㉡ $q \not\Rightarrow a + b + c \neq 0$ (반례 : $a = -1, b = -1, c = 2$),
 $q \not\Leftarrow a + b + c \neq 0$ (반례 : $a = 0, b = -1, c = 2$) $\therefore$ 아무조건도 아니다.

㉢ $q \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0, q \not\Leftarrow a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ (반례 : $a = 0, b = 0, c = -1$) $\therefore$ 필요조건

6. 다음 중에서 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = B \cap A^c$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 ?

① $A = B$

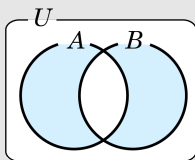
② $B \subset A$

③ $A \subset B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A \cap B = B$

해설



$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) &= (A \cup B) \cap (A \cap B)^c \\ &= (A - B) \cup (B - A) \\ &= B \cap A^c \\ &= B - A\end{aligned}$$

$$\therefore A - B = \phi$$

그러므로 $A \subset B$

해설

$(A - B) \cup (B - A) = B - A$ 에서 $(A - B)$ 와 $(B - A)$ 는 서로소이므로 등식이 성립하려면 $A - B = \emptyset$ 가 되어야 한다. $A - B = \emptyset \leftrightarrow A \subset B$

7. $x \neq 2$ 은 $x^2 - ax + 4 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, 상수 a 의 값은?

① -4

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 4

해설

$$x^2 - ax + 4 \neq 0 \rightarrow x \neq 2 \text{가 참}$$

$$\text{대우 : } x = 2 \rightarrow x^2 - ax + 4 = 0 \text{가 참}$$

$$4 - 2a + 4 = 0$$

$$\therefore a = 4$$

8. 세 조건 a, b, c 를 만족하는 값들의 집합을 각각 A, B, C 라고 할 때,
 $A = \{2p\}$, $B = \{p^2 + 1, 4\}$, $C = \{4, 2p + 1\}$ 이다. a 가 b 이기위한
충분조건이고, b 는 c 이기위한 필요충분조건일 때, p 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$a \Rightarrow b$ 이므로

$$2p = p^2 + 1 \text{ 또는 } 2p = 4$$

$b \Leftarrow c$ 이므로 $2p + 1 = p^2 + 1$

$$\therefore p^2 - 2p = 0$$

따라서 $p = 0$ 또는 $p = 2$

$p = 0$ 이면 $2 \times 0 \neq 0 + 1$ 이고 $2 \times 0 \neq 4$ 이므로

$$p = 2$$

9. 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, r 은 s 이기 위한 필요조건, s 는 q 이기 위한 필요조건일 때, q 는 s 이기 위한 (가)조건이고, s 는 p 이기 위한 (나)조건이다. 이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례대로 적은 것은?

① 필요, 필요충분

② 필요충분, 충분

③ 필요, 충분

④ 필요충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow q \dots\dots ㉠$

같은 방법으로 $r \Rightarrow q \dots\dots ㉡$

$s \Rightarrow r \dots\dots ㉢$

$q \Rightarrow s \dots\dots ㉣$

㉣에서 $q \Rightarrow s$ 이고 ㉡, ㉢에서 $s \Rightarrow q$ 이므로 q 는 s 이기 위한 필요충분조건(가)

또, $p \Rightarrow q \Rightarrow s$ 이므로 s 는 p 이기 위한 필요조건(나)