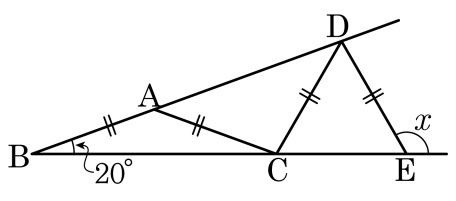
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle B = 20°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 70° ② 80° ③ 90° ④ 100° ⑤ 120°

해설

삼각형의 외각의 크기는 다른 두 내각의 합과 같으므로

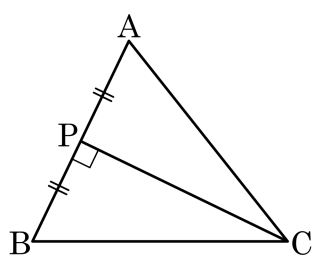
$\angle CAD = \angle ABC + \angle ACB = 40°$

$\angle ACD = 180° - (40° \times 2) = 100°$

$\angle DCE = 20° + 40° = 60°$

$\angle x = 180° - 60° = 120°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AB} \perp \overline{CP}$ 인 삼각형 ABC를 보고 옳은 것을 모두 골라라.



㉠ $\angle A = \angle B$	㉡ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형
㉢ $\angle ACP = \angle BCP$	㉣ $\overline{AC} \neq \overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

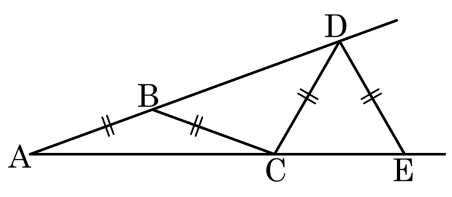
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{AB} \perp \overline{CP}$ 이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACP = \angle BCP$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle CDE = \angle A + 40°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 90° ② 100° ③ 110° ④ 120° ⑤ 130°

해설

$\angle A = \angle a$ 라고 하면

$\angle CBD = \angle CDB = \angle a + \angle a = 2\angle a$

$\angle DCE = a + \angle ADC = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

$\angle CDE = 180° - 2 \times 3\angle a = 180° - 6\angle a$

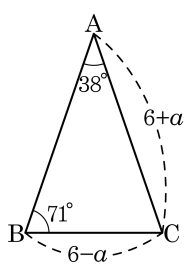
그런데 $\angle CDE = \angle A + 40° = \angle a + 40°$ 이므로

$\angle a + 40° = 180° - 6\angle a$

$\therefore \angle a = 20°$

$\therefore \angle BCD = 180° - 2 \times 2\angle a = 180° - 4\angle a = 100°$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 38°$, $\angle B = 71°$ 이고, $\overline{AC} = 6 + a$, $\overline{BC} = 6 - a$ 일 때, $\overline{AB}$ 를 a 에 관한 식으로 나타내면?

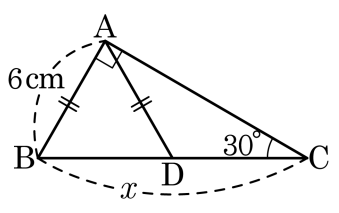


① $6 - a$ ② 6 ③ $6 + a$ ④ $2a$ ⑤ 12

해설

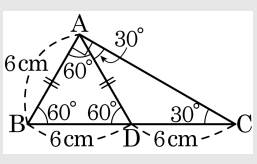
$\triangle ABC$ 에서
$\angle C = 180° - (38° + 71°) = 71°$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} = 6 + a$

5. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, x 의 길이는?



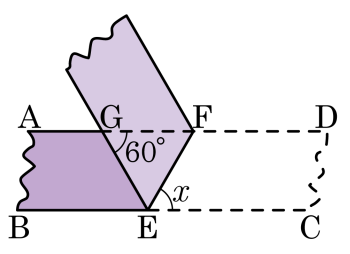
① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30°$ 이다.
$\angle ADB = 60°$, $\angle DAB = 60°$, $\angle ABD = 60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $x = 12\,\text{cm}$ 이다.

6. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle FGE = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 크기는?

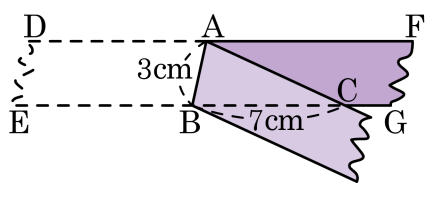


① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 80°

해설

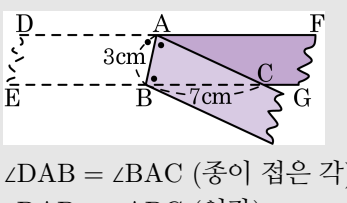
$\angle GFE = \angle FEC = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle GEF = \angle FEC = \angle x$ 이다.
따라서 $\triangle GEF$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $60^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$, $\angle x = 60^\circ$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었을 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\angle DAB = \angle BAC$ (종이 접은 각)

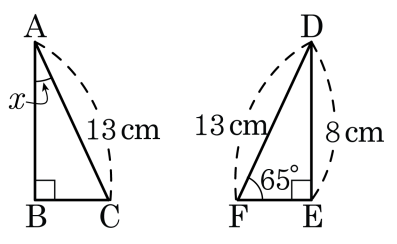
$\angle DAB = \angle ABC$ (엇각)

$\therefore \angle BAC = \angle ABC$

따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AC} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$

8. 합동인 두 직각삼각형 ABC, DEF가 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



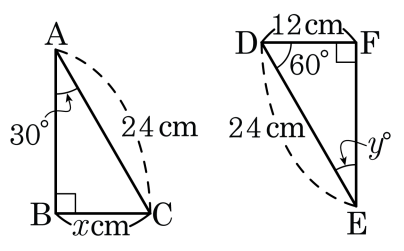
① 65° ② 55° ③ 45° ④ 35° ⑤ 25°

해설

$\triangle$ABC, $\triangle$DEF는 서로 합동이다.

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{FDE} = 180° - 90° - 65° = 25°$

9. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

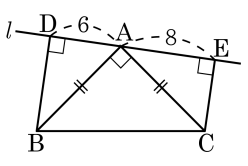
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30°$

$\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B , C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값은 ?

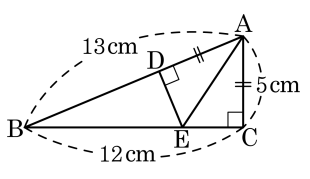


① 2　　② 6　　③ 8　　④ 14　　⑤ 16

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{CE} = \overline{DA}$ 이다.
따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = \overline{DE} = 14$ 이다.

11. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, 삼각형 BED 의 둘레의 길이는?

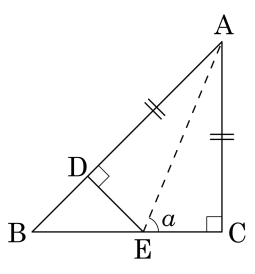


① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 18cm ⑤ 20cm

해설

$\triangle ACE \equiv \triangle ADE$(RHS 합동) 이므로
$\overline{DE} = \overline{EC}$, $\overline{AD} = \overline{AC}$ $\therefore \overline{BD} = 8\text{cm}$
$\triangle BDE$ 에서 $\overline{DE} + \overline{BE} = \overline{EC} + \overline{BE} = \overline{BC} = 12\text{cm}$ 이므로
$\triangle BDE$ 의 둘레의 길이$= 8 + 12 = 20(\text{cm})$

12. 직각삼각형 ABC에서 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BC}$이다. $\overline{AC} = \overline{AD}$되게 점 D를 $\overline{AB}$위에 잡고 $\overline{AB}$에 수직인 직선을 그어 $\overline{BC}$ 위의 교점을 E라 할 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $67.5°$

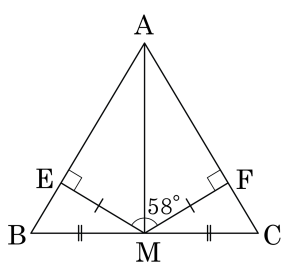
해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형이므로
$\angle A = \angle B = 45°$
$\triangle BDE$는 직각삼각형이고,
$\angle DBE = 45°$, $\angle BED = 45°$

$\triangle AED$와 $\triangle AEC$에서
$\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AE}$는 공통, $\angle ADE = \angle ACE = 90°$이므로
$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS합동)
따라서 $\angle AED = \angle AEC = \angle a$

$\angle BED + \angle AED + \angle AEC = 180°$에서
$45° + 2 \times \angle a = 180°$
$\therefore \angle a = 67.5°$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle AMF = 58°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

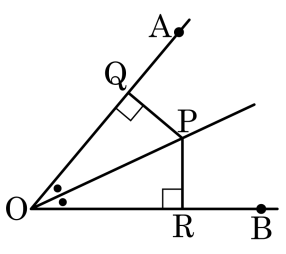
▷ 정답 : $64°$

해설

$\triangle AME$와 $\triangle AMF$에서
$\angle AEM = \angle AFM = 90°$
$\overline{AM}$는 공통
$\overline{ME} = \overline{MF}$
$\therefore \triangle AME \equiv \triangle AMF$ (RHS 합동)

$\triangle AMF$에서 $\angle MAF = 90° - 58° = 32°$
$\angle MAF = \angle MAE$이므로
$\angle BAC = 2 \times 32° = 64°$

14. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?

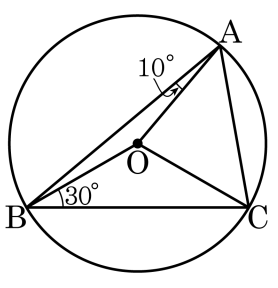


① $\overline{PQ} = \overline{PR}$
② $\overline{OP}$ 는 공통
③ $\angle PQO = \angle PRO$
④ $\angle QOP = \angle ROP$
⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서
i) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ii) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)
iii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

15. 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기는?

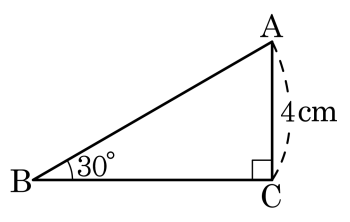


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$,
$\angle OAC = \angle OCA$
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 40° = 50°$

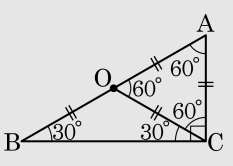
16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 4cm$, $\angle B = 30°$일 때, $\overline{AB}$의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$의 중점 O라 하면

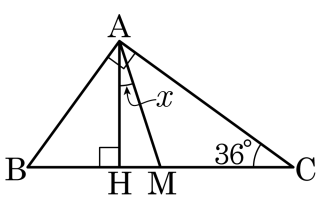


$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이므로

$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60°$

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{AO} + \overline{BO} = 8(cm)$

17. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

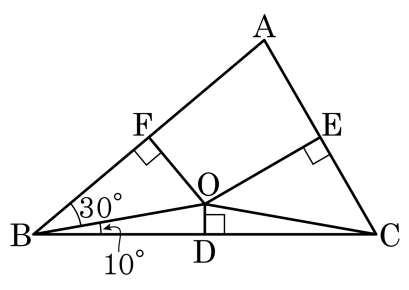


① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 10°$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 80°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30°$

$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10°$

$\triangle OCA$에서 $\angle OAC = \angle x$라 하면 $\angle OCA = \angle x$

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

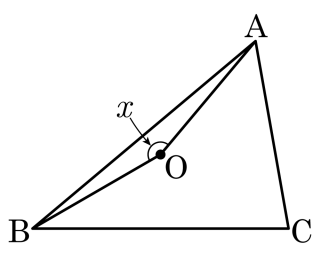
$30° + \angle x + 30° + 10° + 10° + \angle x = 180°$

$80° + 2\angle x = 180°$, $2\angle x = 100°$

$\therefore\ \angle x = 50°$

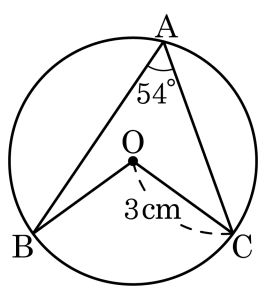
$\therefore\ \angle A = 30° + 50° = 80°$

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$이고 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 에서 $\angle BAC = 54°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 6.3π cm^2

해설

점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\angle BOC = 2\angle A = 108°$

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \pi \times 3^2 \times \frac{252°}{360°}$$

$$= 6.3\pi(cm^2)$$

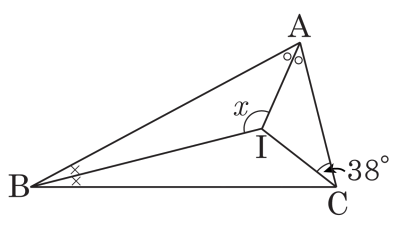
21. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

22. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$와 $\angle B$의 이등분선의 교점이다. 이 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $128°$

해설

$38° + \angle IAB + \angle IBC = 90°$이므로

$\angle IAB + \angle IBC = 90° - 38° = 52°$

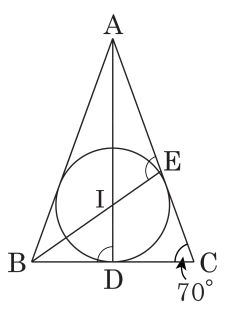
따라서 $\triangle IAB$에서

$\angle x = 180° - (\angle IAB + \angle IBC)$

$= 180° - 52°$

$= 128°$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70°$이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$의 크기를 구하여라.

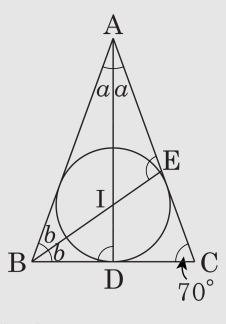


▶ 답 :

▷ 정답 : $195°$

해설

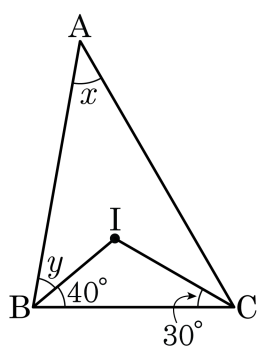
점 I가 내심이므로
$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$,
$\angle IBA = \angle IBC = \angle b$라고 하면
$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$
$2(\angle a + \angle b) = 110°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 55°$



삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로
$\angle IDB = \angle a + 70°$, $\angle IEA = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle IDB + \angle IEA &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195°\end{aligned}$$

24. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle x = 180° - 2 \times (40° + 30°) = 40°$

$\therefore \angle x = 40°$

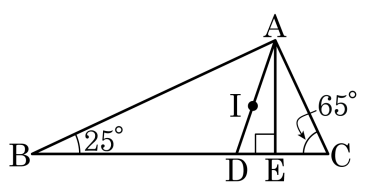
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$\therefore \angle y = 40°$

$\therefore \angle x + \angle y = 40° + 40° = 80°$

25. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



① 15° ② 17° ③ 18° ④ 20° ⑤ 22°

해설

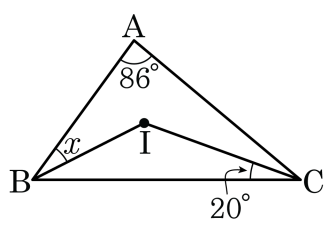
$\angle A = 180° - (25° + 65°) = 90°$

$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

$\angle EAC = 25°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 45° - 25° = 20°$

26. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle A = 86°$일 때, $\angle ABI =$ (　　)°이다. (　　) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

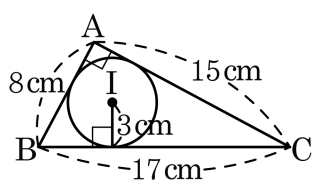
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 86° = 133°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle IBC = 180° - 20° - 133° = 27°$ 이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27°$이다.

$\therefore$ $\angle ABI = 27°$이다.

27. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 $3\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 17$, $\overline{AC} = 15$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm^2

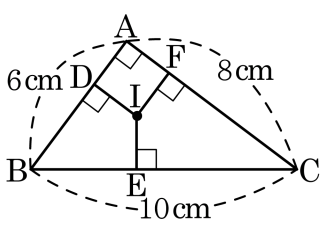
▷ 정답 : $60\,\text{cm}^2$

해설

반지름이 3, $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 17, \overline{AC} = 15$ 이므로

$(\triangle ABC$ 의 넓이$) = \frac{1}{2} \times 3 \times (8 + 17 + 15) = 60\,\text{cm}^2$ 이다.

28. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?

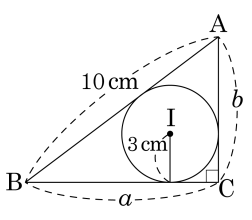


① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm
④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$이고,
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$이다.
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$이므로
$10 = (6 - x) + (8 - x)$
$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

29. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\angle C = 90°$이고 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\triangle ABC$의 내접원 I의 반지름이 3 cm일 때, $\overline{AB} = 10$ cm이면 $\triangle ABC$의 넓이는 얼마인가?



▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : 39 cm^2

해설

I에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$에 수선을 그어 만나는 점을 D, E, F라 하면

$\overline{BD} = \overline{BF} = a - 3$

$\overline{AE} = \overline{AF} = b - 3$

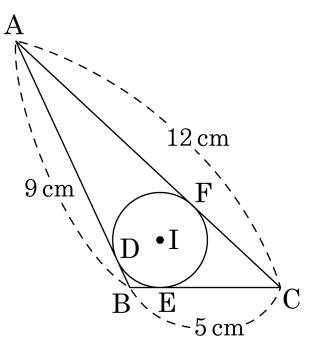
$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = (b-3) + (a-3) = a + b - 6 = 10$

$\therefore\ a + b = 16$

$\therefore\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a + b + 10) \times 3$

$= \frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 3 = 39(cm^2)$ $\therefore$

30. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA의 접점이다. 이 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

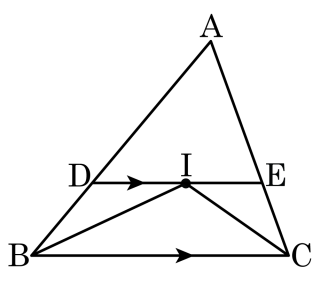
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AD} = x(\text{cm})$라 하면
$\overline{BD} = \overline{BE} = 9 - x(\text{cm})$
$\overline{CE} = \overline{CF} = 12 - x(\text{cm})$

따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 5(\text{cm})$에서
$(9 - x) + (12 - x) = 5$
$x = 8(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{AF} = 8(\text{cm})$

31. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. 점 I를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

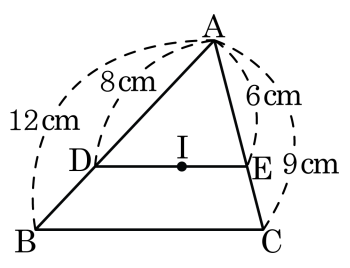


① $\overline{EC} = \overline{EI}$ ② $\angle EIC = \angle ECI$ ③ $\angle DBI = \angle DIB$
④ $\angle IBC = \angle EIC$ ⑤ $\overline{DB} = \overline{DI}$

해설

$\angle DBI = \angle CBI = \angle DIB$이므로 $\triangle DBI$는 $\overline{DB} = \overline{DI}$인 이등변삼각형이다.
또, $\angle ECI = \angle BCI = \angle EIC$이므로 $\triangle EIC$는 $\overline{EC} = \overline{EI}$인 이등변삼각형이다.
④ $\angle IBC = \angle DIB$, $\angle EIC = \angle ICB$

32. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DI}+\overline{IE}$ 를 고르면?

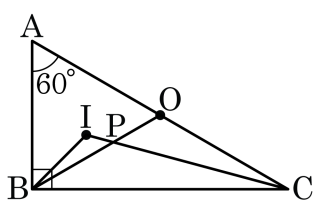


① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=\overline{DB}+\overline{EC}$ 이다. 따라서 $x=\overline{DI}+\overline{IE}=\overline{DE}=(12-8)+(9-6)=4+3=7(\text{cm})$ 이다.

33. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 135 °

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \rightarrow \angle OBC = 30°$ 이다. ⋯㉠

내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로

$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°) = 45°$ 이다. ⋯㉡

㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.

$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120° + 15° = 135°$