

1. 어떤 수를 6 으로 나누었더니 몫이 3 이고 나머지가 3 이었다. 이 수를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

어떤 수를 A 라 하면 $A = 6 \times 3 + 3 = 5 \times 4 + 1$ 이므로 몫이 4, 나머지가 1 이다.

따라서 $a - b = 4 - 1 = 3$ 이다.

2. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉤ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉥ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉥

⑤ ㉤, ㉥

해설

- ㉤ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉥ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

3. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

① 129

② 672

③ 501

④ 342

⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

4. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

① 24자리의 수

② 25자리의 수

③ 26자리의 수

④ 27자리의 수

⑤ 28자리의 수

해설

$$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$$

이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$\begin{aligned} 5^{27} \times 2^{23} &= 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4 \\ &= (5 \times 2)^{23} \times 625 \\ &= 10^{23} \times 625 \end{aligned}$$

따라서 xy 는 26자리의 수이다.

5. $2^{10} = 1024$ 를 이용하여 $1024 - 2^9 - 2^a = 256$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2^{10} = 1024$ 이므로 $2^9 = 512$ 이다.

따라서 $1024 - 512 - 2^a = 256$, $2^a = 256$ 이므로 $a = 8$ 이다.

6. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은?

① 7

② 11

③ 13

④ 17

⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.

따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.

② 7 은 소수이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 자연수는 1 , 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 1 은 합성수이다.

해설

③ 2 는 소수이다.

⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

8. 180의 소인수와 220의 소인수 중 공통인 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5 ,$$

$$220 = 2^2 \times 5 \times 11 \text{ 이므로}$$

180의 소인수는 2, 3, 5 ,

220의 소인수는 2, 5, 11 이므로

공통인 소인수는 2, 5 이므로 2개이다.

9. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

10. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서

$n = 2 \times 5$, $n = 2 \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 5$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 4 개이다.

11. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.

② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

12. 다음 중 약수의 개수가 가장 큰 것을 고르면?

① $2^4 \times 3^2$

② $2 \times 5 \times 7$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7$

④ $2^2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $11^2 \times 13^2$

해설

① 15 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 9 개

13. 882의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은 ?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$$

$$\therefore x = 2$$

14. $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

② 2^2

③ 2^3

④ 3

⑤ 3^2

해설

$3^3 \times \square$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(3+1) \times (x+1) = 12$ (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

15. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는
1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로
자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.
따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면
 $13^2 = 169 < 200$ 이고 $17^2 = 289 > 200$ 이므로
200 이하인 소수의 완전제곱수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$ 이다.

16. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.
(ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

① $2 \times 3, 2^2 \times 5$

② $2, 2 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$

④ $2, 2 \times 5$

⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.

(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.

따라서 차례대로 쓴 것은 $2, 2 \times 5$ 이다.

17. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a + b + c) \times d$ 의 값은?

① 3

② 5

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이

$$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$$

$$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$$

$$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d \text{ 이다.}$$

주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로
 $2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야 한다.

2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.

주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.

주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.

주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 d 는 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 1$ 이므로

$$(a + b + c) \times d = (3 + 1 + 1) \times 1 = 5 \text{ 이다.}$$

18. 세 자연수 45, A, 90 의 최대공약수가 15 일 때, A 가 될 수 있는 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

A 는 15 를 약수로 갖고 있으므로, 두 자리 자연수인 15 의 배수를 나열해 보면 다음과 같다.

15, 30, 45, 60, 75, 90

이 중, 45, 90 과의 최대공약수가 15 가 될 수 있는 자연수는 15, 30, 60, 75 이다.

이 중 가장 큰 수는 75 이다.

19. 15, 18, 30 의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$$15 = 3 \times 5$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 90$$

20. 어떤 수와 126 의 최소공배수가 378 이라고 한다. 어떤 수가 될 수 있는 두 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 54

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$378 = 2 \times 3^3 \times 7$$

어떤 수 : $3^3, 2 \times 3^3$

21. 다음 중 두 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 5$ 의 공배수가 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^3 \times 5$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^3 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

최소공배수: $2^2 \times 3^3 \times 5$

공배수는 최소공배수의 배수이므로 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 의 배수가 된다.

22. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의 A, B 의 공배수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16 의 배수 중 100 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $100 \div 16 = 6.25$ 따라서 200 보다 작은 자연수의 개수는 6 개이다.

23. 자연수 n 에 대하여 $n + 3$ 은 5 의 배수이고 $n + 5$ 는 3 의 배수일 때, $n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n + 3$ 은 5 의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n + 5$ 는 3 의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n + 8 \text{ 을 } 15 \text{ 로 나눈 나머지}) = 0$

24. 세 자연수의 비가 $2 : 6 : 8$ 이고 최소공배수가 72 일 때, 세 자연수의 합으로 옳은 것은?

① 46

② 48

③ 50

④ 52

⑤ 54

해설

세 자연수의 비가 $2 : 6 : 8$ 이므로 세 자연수는 각각 $2 \times a$, $6 \times a$, $8 \times a$ 로 나타낼 수 있다.

또한 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times a = 72 = 2^3 \times 3^2$ 으로 나타낼 수 있으므로 $a = 3$ 이다.

따라서 세 자연수는 각각 $6 = 2 \times 3$, $18 = 6 \times 3$, $24 = 8 \times 3$ 이므로

세 수의 합은 $6 + 18 + 24 = 48$ 이다.

25. 가로와 세로의 길이가 120cm, 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

① 18cm, 35 개

② 24cm, 35 개

③ 18cm, 40 개

④ 24cm, 40 개

⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,

$$120 = x \times \square, 168 = x \times \triangle$$

x 는 120 과 168 의 최대공약수

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5, 168 = 2^3 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2^3 \times 3 = 24 \text{ (cm)}$$

$$120 = 24 \times 5, 168 = 24 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$\text{필요한 타일의 개수는 } \therefore 5 \times 7 = 35 \text{ (개)}$$

26. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개) 이다.

27. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

① 16

② 8

③ 6

④ 4

⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

28. 세 사람 A, B, C 가 있다. A 는 11 일 동안 일하고 1 일을 쉬고, B 는 13 일 동안 일하고 2 일을 쉬며, C 는 15 일 동안 일하고 3 일을 쉰다. 세 사람이 동시에 일을 시작했을 때, 다시 다음에 동시에 일하는 날은 며칠 후인가?

① 90일 후

② 180일 후

③ 300일 후

④ 360일 후

⑤ 420일 후

해설

$$A : 12 = 2^2 \times 3, B : 15 = 3 \times 5, C : 18 = 2 \times 3^2$$

12 와 15, 18 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이다.

180일 후에 세 사람 A, B, C 가 다시 동시에 일을 시작한다.

29. 가로 길이 18cm, 세로 길이 12cm, 높이 8cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 부피가 작은 정육면체를 만들려고 한다. 필요한 벽돌의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 216 개

해설

가로의 길이 18, 세로의 길이 12, 높이 8의 최소공배수는 72이다.

$$(\text{가로}) = 72 \div 18 = 4(\text{개})$$

$$(\text{세로}) = 72 \div 12 = 6(\text{개})$$

$$(\text{높이}) = 72 \div 8 = 9(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한 벽돌 수}) = 4 \times 6 \times 9 = 216(\text{개})$$

30. 세 자연수 4, 6, 16 중 어느 것으로 나누어도 나누어떨어지는 자연수 중 가장 작은 자연수는?

① 32

② 36

③ 40

④ 48

⑤ 60

해설

4, 6, 16 의 최소공배수는 48 이다.

31. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수는 12, 최소공배수는 72 일 때, $A + B$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

▷ 정답 : 60

해설

$$A = 12 \times a, B = 12 \times b$$

(a, b 는 서로소, $a > b$) 라 하면

최소공배수는 $12 \times a \times b = 72$ 이다.

$$a \times b = 6$$

$a = 6, b = 1$ 일 때

$A = 72, B = 12, A + B = 84$ 이고,

$a = 3, b = 2$ 일 때

$A = 36, B = 24, A + B = 60$ 이다.

$\therefore 84, 60$

32. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는?

① $2 \times 3 \times 7$

② $2^2 \times 3^3 \times 7$

③ $2 \times 3^2 \times 7$

④ $2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로

$$2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$$

최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

33. 두 분수 $\frac{15}{16}$, $\frac{5}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 그 결과가 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$

해설

$$\frac{(16, 12 \text{의 최소공배수})}{(15, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{48}{5}$$