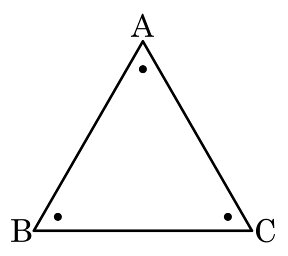
1. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots ㉠$
$\angle A = \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots ㉡$
㉠, ㉡ 에서 $\boxed{\text{(가)}}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

㈎ ~ ㈐에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

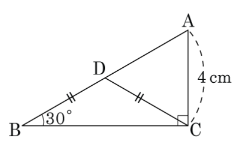
④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots ㉠$
$\angle A = (\angle C)$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots ㉡$
㉠, ㉡ 에서 ($\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$)
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

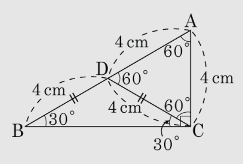
2. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = 4\,\mathrm{cm}$ 이고, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

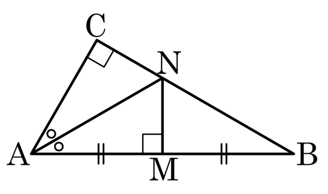
▷ 정답: 8 cm

해설



$\triangle DBC$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle BCD = \angle CBD = 30°$ 이다.
$\angle ACD = 60°$, $\angle CDA = 60°$, $\angle DAC = 60°$ 이므로 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{DC} = \overline{AD} = \overline{AC} = 4(\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{BD} = 4(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AB} = 8\,\mathrm{cm}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 N 에서 만날 때, $\angle ANB$ 의 크기를 구하면?

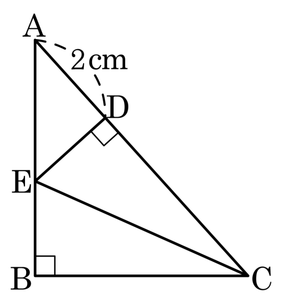


① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

$\triangle AMN$ 과 $\triangle ACN$ 은 합동이 되고 또한 $\triangle ANM$ 과 $\triangle BNM$ 도 합동이 된다. $\angle A = 2\angle a$ 라 하면 $\angle ABC = \angle a$ 이므로 $2\angle a + \angle a = 90 \rightarrow \angle a = 30°$ 이다.
따라서 $\angle B$ 와 $\angle BAN$ 은 30° 이므로 $\angle ANB$ 는 120° 가 된다.

4. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 2\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{\mathrm{EB}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 는 직각이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{A} = 45°$

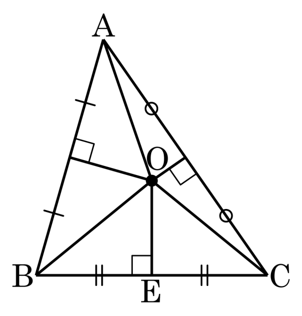
$\triangle\mathrm{AED}$ 도 직각이등변삼각형이고

$\triangle\mathrm{ECD} \equiv \triangle\mathrm{ECB}$ (RHS 합동) 이므로

$\therefore \overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{AD}} = 2\,(\mathrm{cm})$

5. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 않은 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



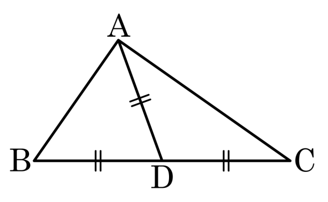
점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} =$ (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB} =$ (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90^\circ$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE} =$ (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설

$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 없는 삼각형의 종류는 무엇인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 직각삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.
이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

7. 다음은 삼각형의 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만들려고 할 때의 과정이다. 그 순서를 찾아 차례대로 써라.

보기

㉠ $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾아 O 라고 한다.
㉡ 점 O 를 중심으로 하고 $\overline{OA}$ 를 반지름으로 하는 원을 그린다.
㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.
㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

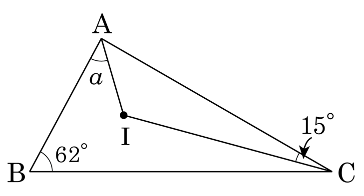
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.
㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다.
$\angle B = 62°$, $\angle ACI = 15°$일 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.

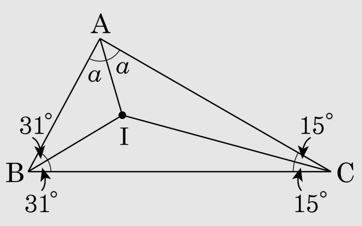


▶ 답 : _°

▷ 정답 : 44°

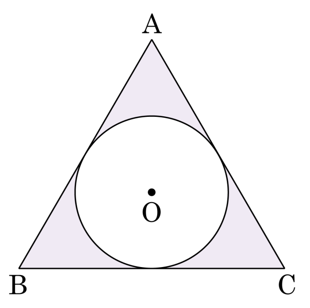
해설

그림과 같이 내심과 점 B를 연결하면
$\angle ABI = \angle CBI = \frac{1}{2} \times 62° = 31°$
$\angle ACI = \angle BCI = 15°$



따라서 $\angle a + 31° + 15° = 90°$이므로
$\angle a = 44°$

9. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 내접원이다. $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 $30\,\mathrm{cm}$이고 원 O의 둘레의 길이가 $8\pi\,\mathrm{cm}$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $60-16\pi\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

원 O의 둘레의 길이가
$8\pi\,\mathrm{cm}$이므로 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라 하면 $2\pi r=8\pi$
에서 $r=4(\mathrm{cm})$

$\triangle$(ABC의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times$(내접원의 반지름의 길이)
$\times$(삼각형의 둘레의 길이)이므로
$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times30=60(\mathrm{cm}^2)$

(원 O의 넓이) $=\pi\times4^2=16\pi(\mathrm{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $=60-16\pi(\mathrm{cm}^2)$

10. 둘레의 길이가 18cm 이고, 넓이가 27cm^2 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 $r$cm 이다. r의 값 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

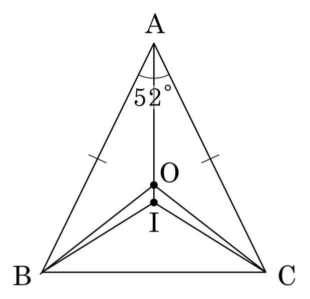
해설

삼각형 ABC , 내심을 I 라 하자.

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ABC} &= \triangle\mathrm{ABI} + \triangle\mathrm{BCI} + \triangle\mathrm{ACI} \\ &= \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{AB}} + \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{BC}} + \frac{1}{2}r\times\overline{\mathrm{AC}} \\ &= \frac{1}{2}r\times(\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{AC}}) \\ &= \frac{1}{2}r\times 18 = 27\end{aligned}$$

$\therefore r = 3(\text{cm})$

11. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 외심을 O, 내심을 I라 할 때, $\angle$OBI의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6°$

해설

점 I가 내심이므로 $\angle OAB = \frac{1}{2} \times 52° = 26°$

또한, 점 O가 외심이므로 $\angle OAB = \angle OBA = 26°$

이등변삼각형이므로

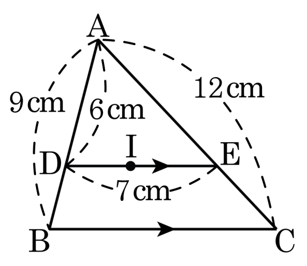
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180° - 52°) = 64°$

점 I가 내심이므로

$\angle IBA = \angle IBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{1}{2} \times 64° = 32°$

$\therefore\ \angle OBI = 32° - 26° = 6°$

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 라고 할 때, $\overline{AE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.



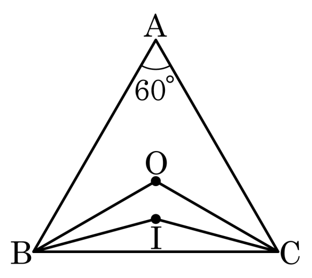
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
$\overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 12 = 21(\mathrm{cm})$
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} = 6 + \overline{AE} + 7 = 21(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AE} = 8\mathrm{cm}$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



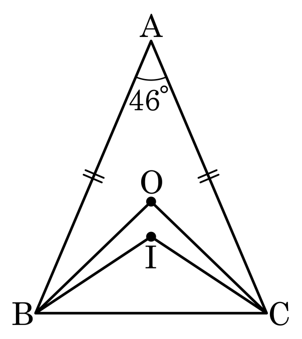
① 0° ② 10° ③ 20° ④ 30° ⑤ 40°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$이고 $\angle A = 46°$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 와 I가 각각 외심과 내심일 때, $\angle OBI$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10.5°

해설

$\triangle ABC$의 외심이 점 O 일 때,

$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 46°$ 이므로 $\angle ABC = 67°$, $\angle BOC = 92°$ 이다.

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 44°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 67° = 33.5°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 44° - 33.5° = 10.5°$ 이다.