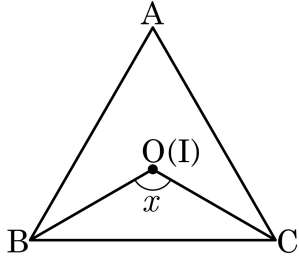


1. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O와 내심 I가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 ()이고, $\angle BOC = ()^\circ$ 이다.

- ① 직각삼각형, 90
- ② 직각삼각형, 120
- ③ 이등변삼각형, 60
- ④ 정삼각형, 90
- ⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. $\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다. 따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

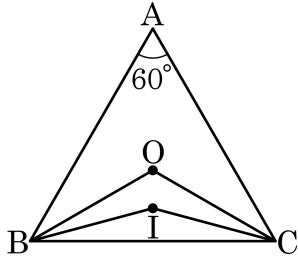
2. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

- ① 직각삼각형 ② 예각삼각형 ③ 둔각삼각형
④ 정삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

내심과 외심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



- ① 0° ② 10° ③ 20° ④ 30° ⑤ 40°

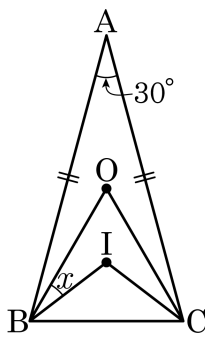
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$ 이다.

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 15 ② 22.5 ③ 25 ④ 27.5 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,

$$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A, \angle A = 30^\circ \text{ 이므로}$$

 $\angle ABC = 75^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$ 이다.

$\angle ABC = 75^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$
 $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$$\frac{1}{2} \angle A + 90^\circ = \angle BIC \text{ 이므로}$$

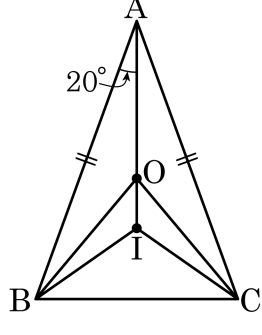
$$\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC \quad \text{이므로}$$

$$\angle \text{BIC} = \frac{1}{2} \times 30^\circ + 90^\circ = 105^\circ \text{ 이다.}$$

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60^\circ$ 이다.

∴ $\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 외심을 O , 내심을 I 라 할 때 $\angle OBI$ 의 크기는?



- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

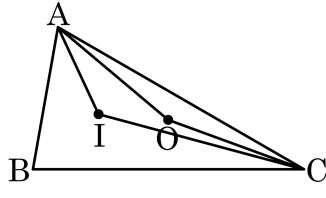
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 40^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 50^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
 $\angle AOC + \angle AIC = 290^\circ$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?

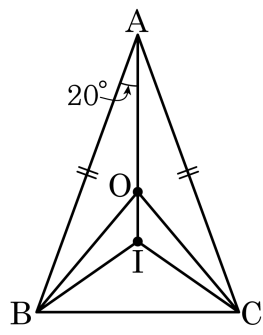


- ① 160° ② 120° ③ 125° ④ 130° ⑤ 140°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = \angle AIC$ 이므로
 $\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 290^\circ$ 일 때, $\angle B = 80^\circ$ 이다.
따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90^\circ = 40^\circ + 90^\circ = 130^\circ$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

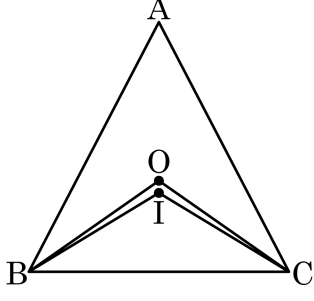
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 40^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110^\circ - 80^\circ = 30^\circ$ 이다.

8. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 외심과 내심이 각각 O, I이고 $\angle BOC = 110^\circ$ 일 때, $\angle BIC + \angle A$ 의 크기는 몇 도인가?



- ① 166° ② 168.5° ③ 170°
④ 172.5° ⑤ 178°

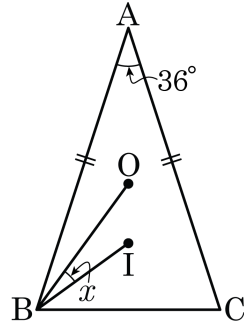
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC = 110^\circ$, $\angle A = 55^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 55^\circ + 90^\circ = 117.5^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BIC + \angle A = 117.5^\circ + 55^\circ = 172.5^\circ$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I와 점 O는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



- ① 14° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

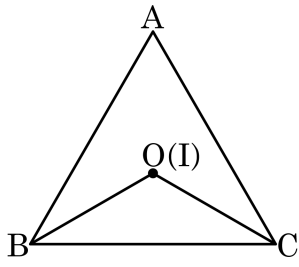
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36^\circ$, $\angle BOC = 72^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36^\circ + 90^\circ = 108^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\angle ABO = \angle BCO$ ② $\overline{AB} = \overline{BC}$
③ $\angle BOC = 120^\circ$ ④ $\angle A = 2\angle OCB$
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100^\circ$

해설

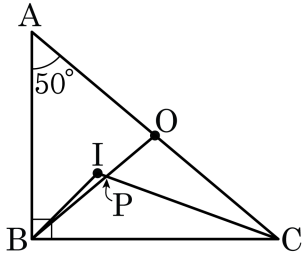
$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로

$\angle BAC = 60^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30^\circ$ 이다.

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이다. CI 와 BO 의 교점을 P 라 할 때, $\angle IPB$ 의 크기는 얼마인가?



- ① 56° ② 57° ③ 58° ④ 59° ⑤ 60°

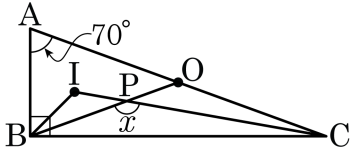
해설

$$\angle ACB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \text{ 이므로 } \angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 20^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$, $\triangle PBC$ 에서 $\angle BPC = 180^\circ - (40^\circ + 20^\circ) = 120^\circ$ 이다.

따라서 $\angle IPB = 180^\circ - \angle BPC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

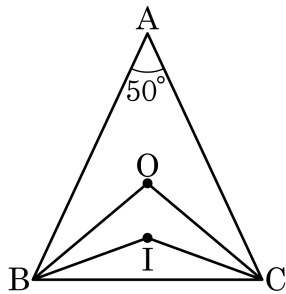


- ① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

$\angle ACB = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10^\circ$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$
따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$ 이다.

13. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?

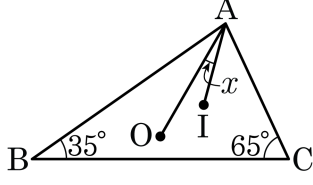


- ① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 32°

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$ 이고,
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ$
 점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20^\circ$

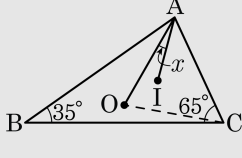
14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



- ① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

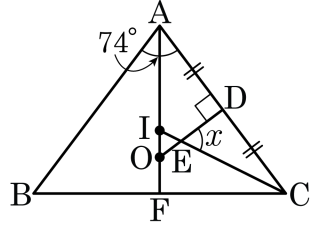
점 O 와 점 C 를 이으면,



i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$

ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$
 $\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$

15. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

해설

$$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$$

$$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53^\circ = 26.5^\circ$$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle ACI = 90^\circ - 26.5^\circ = 63.5^\circ$ 이다.

16. $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC 의 외심을 O, 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{CD} = a$ 라 할 때, AOD 의 넓이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?

① $3 + 2a$

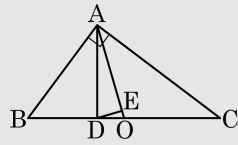
② $3 + a$

③ $3 - \frac{a}{2}$

④ $\frac{2a}{5} - 3$

⑤ $\frac{6a}{5} - 3$

해설



점 D 에서 $\overline{AO}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \frac{5}{2}$$

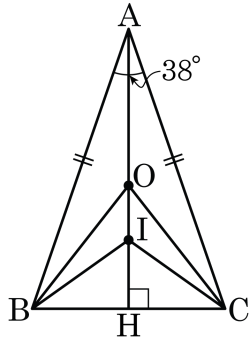
$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD} \text{ 에서 } \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AD}$$

$$\therefore \overline{AD} = \frac{12}{5}$$

이때, $\overline{CD} = a$ 라 하면

$$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \left(a - \frac{5}{2}\right) \times \frac{12}{5} = \frac{6}{5}a - 3 \text{ 이다.}$$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기는?



- ① 13° ② $\frac{29}{2}^\circ$ ③ $\frac{33}{2}^\circ$ ④ 16° ⑤ 17°

해설

$$\begin{aligned} \angle BOC &= 2 \times \angle BAC = 2 \times 38^\circ = 76^\circ \\ \therefore \angle OBC &= 52^\circ \\ \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC = 109^\circ, \\ \angle IBH &= \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}^\circ \\ \angle x = \angle OBI &= \angle OBC - \angle IBH = 52^\circ - \frac{71}{2}^\circ = \frac{33}{2}^\circ. \end{aligned}$$

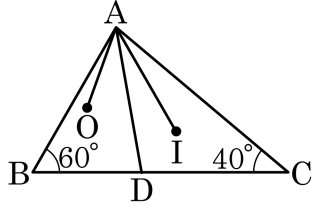
18. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

- ① 정삼각형 ② 직각삼각형 ③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형 ⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.

19. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?

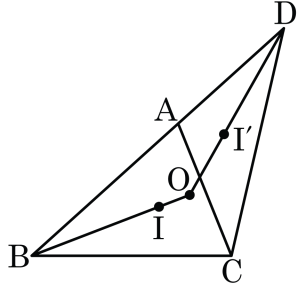


- ① 18° ② 46° ③ 50° ④ 52° ⑤ 108°

해설

$\angle DOA = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이므로 $\angle OAD = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ$ 이고,
 $\angle DAC = 44^\circ$ 이므로 $\angle DAI = 40^\circ \div 2 = 20^\circ$
따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50^\circ$

20. $\angle BAC = 70^\circ$, $\angle ABC = 42^\circ$, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이고 점 I, I'는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. 점 O는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점일 때, $\angle IOI'$ 의 크기를 구하여라.



- ① 147.5° ② 148.5° ③ 149.5°
 ④ 131.5° ⑤ 141.5°

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로
 $\angle ADC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$
 점 I는 내심이므로 $\angle ABI = 42^\circ \times \frac{1}{2} = 21^\circ$
 점 I'는 내심이므로 $\angle ADI' = 35^\circ \times \frac{1}{2} = 17.5^\circ$
 $\therefore \angle IOI' = 180^\circ - (21^\circ + 17.5^\circ) = 141.5^\circ$