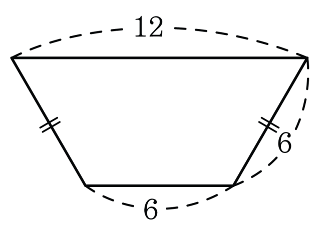
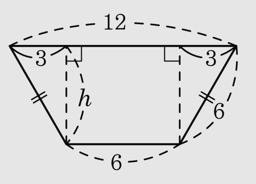
1. 윗변의 길이가 12, 아랫변의 길이가 6, 나머지 두변의 길이가 6 인 등변사다리꼴의 넓이는?



① $21\sqrt{3}$ ② $22\sqrt{3}$ ③ $23\sqrt{3}$ ④ $25\sqrt{3}$ ⑤ $27\sqrt{3}$

해설

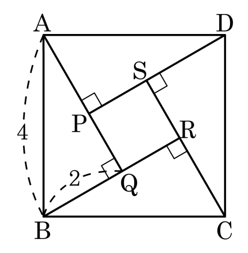


등변사다리꼴의 높이는

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{6^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{36 - 9} \\ &= \sqrt{27} \\ &= 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

(넓이) $= (6 + 12) \times 3\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 27\sqrt{3}$

2. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 네 개의 직각삼각형이 합동일 때, 정사각형 PQRS 의 한 변의 길이는?



① $2(\sqrt{2}-1)$　② $2(\sqrt{3}-1)$　③ $3(\sqrt{2}-1)$

④ $3(\sqrt{3}-1)$　⑤ 3

해설

$\overline{AP} = \overline{BQ} = 2$, $\overline{AQ} = \sqrt{4^2-2^2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 2\sqrt{3}-2$

$\therefore$ □PQRS 의 한 변의 길이는 $2(\sqrt{3}-1)$ 이다.

3. 세 변의 길이가 각각 5, $n+3$, $n+4$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : __________ 개

▷ 정답 : 8 개

해설

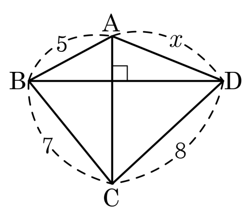
가장 긴 변의 길이가 $n+4$ 이므로 이 삼각형이 예각삼각형이 되려면

$(n+4)^2 < 5^2 + (n+3)^2$

$\therefore\ n < 9$

따라서 조건을 만족시키는 자연수 n 은 $1, 2, 3, \cdots, 8$ 의 8 개이다.

4. 다음 사각형에서 x 의 값을 구하면?



① 6 ② $\sqrt{37}$ ③ $\sqrt{39}$

④ $2\sqrt{10}$ ⑤ 7

해설

$5^2 + 8^2 = x^2 + 7^2$

$\therefore\ x = 2\sqrt{10}$

5. 대각선의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각형의 넓이는?

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

피타고라스 정리를 적용하여

$(6\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$

$2x^2 = 72$

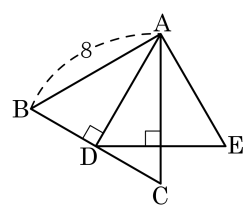
$x^2 = 36$

그런데, $x > 0$ 이므로

$x = \sqrt{36} = 6$

따라서 $6 \times 6 = 36$ 이다.

6. $\triangle$ABC는 한 변의 길이가 8인 정삼각형이다. 이 삼각형의 높이를 한 변으로 하는 정삼각형의 넓이를 구하면?



① $9\sqrt{3}$ ② $11\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$ ④ $13\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{3}$

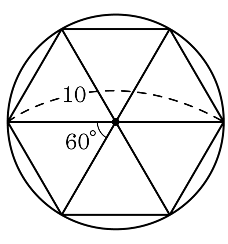
해설

$\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$

한변의 길이가 $4\sqrt{3}$인 정삼각형 ADE의 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}$ 이다.

7. 지름이 10인 원 안에, 다음과 같이 정육각형이 내접해 있다. 이때, 정육각형의 넓이는?



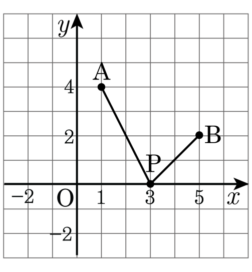
① $\frac{71\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{73\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{75\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{77\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{79\sqrt{3}}{2}$

해설

(정육각형의 넓이) $=$ (정삼각형의 넓이) $\times 6$ 이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 6 = \frac{75\sqrt{3}}{2}$

8. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 4), B(5, 2) 와 x 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값을 구하면?



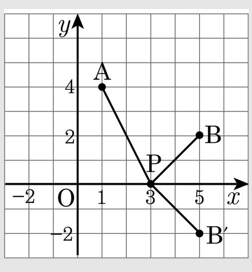
① $\sqrt{13}$　② 2　③ 3

④ $2\sqrt{6}$　⑤ $2\sqrt{13}$

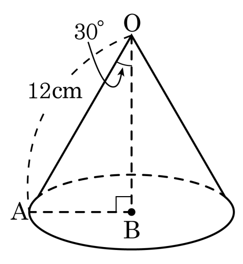
해설

점 B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면 B′(5, −2), $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최단 거리= $\overline{\mathrm{AB'}}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB'}} = \sqrt{4^2+6^2} = 2\sqrt{13}$ 이다.



9. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔에서 $\angle\mathrm{AOB} = 30°$ 일 때, 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

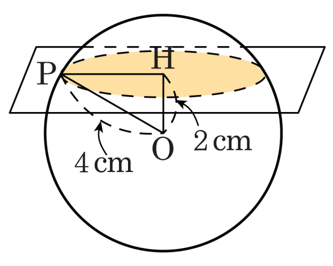
▷ 정답 : $72\sqrt{3}\pi$ cm^3

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{OB}} = 6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

(부피) $= \dfrac{1}{3} \times 6x^2 \times \pi \times 6\sqrt{3} = 72\sqrt{3}\pi(\,\mathrm{cm}^3)$

10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$ 인 구를 중심 O 에서 $2\,\mathrm{cm}$ 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면인 원의 넓이는?

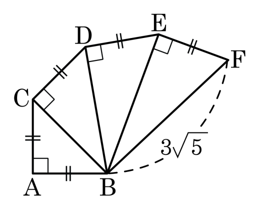


① $9\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $18\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $27\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $36\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{HP}} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}(\,\mathrm{cm})$
$\therefore$ (단면의 넓이) $= \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi(\,\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\sqrt{5}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3

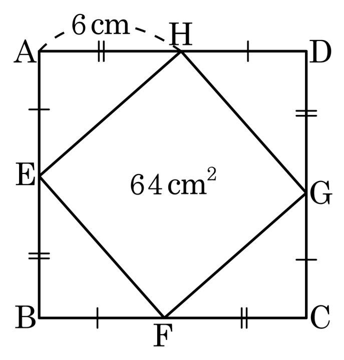
④ 4 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

$\overline{AC} = a$라고 두면

$\overline{BF} = \sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2} = a\sqrt{5} = 3\sqrt{5}, a = 3$이다.

12. 다음 정사각형 ABCD 안에 직각삼각형 AEH 와 합동인 삼각형이 4 개가 들어 있을 때, □EFGH 의 사각형의 종류와 $\overline{AE}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?

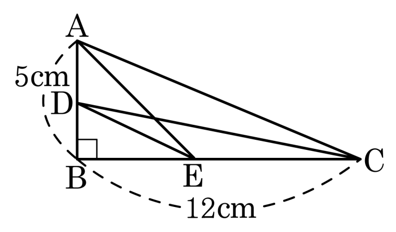


① 직사각형, $2\sqrt{7}$cm
② 정사각형, $2\sqrt{7}$cm
③ 직사각형, $3\sqrt{7}$cm
④ 정사각형, $3\sqrt{7}$cm
⑤ 직사각형, $3\sqrt{6}$ cm

해설

□EFGH 는 네 변의 길이가 같고, 네 내각이 90° 이므로, 정사각형이다.
$\overline{EH} = 8\text{cm}$, $(\overline{EH})^2 = (\overline{AE})^2 + (\overline{AH})^2$, $\overline{AE} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AE} = 7\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값은?(단, 단위는 생략)

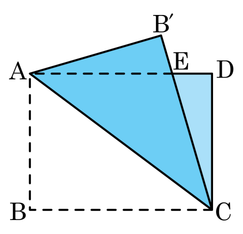


① 100 ② 120 ③ 150 ④ 150 ⑤ 210

해설

$\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ 이므로 $\overline{CD}^2 - \overline{DE}^2 = 13^2 - 7^2 = 120$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle$AEC 의 넓이는 $\triangle$ECD 의 넓이의 몇 배인가?



① 2 배　② 3 배　③ $\frac{22}{7}$ 배
④ $\frac{25}{7}$ 배　⑤ $\frac{25}{8}$ 배

해설

$\overline{ED} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ ($\because \triangle AEB' \equiv \triangle CED$)

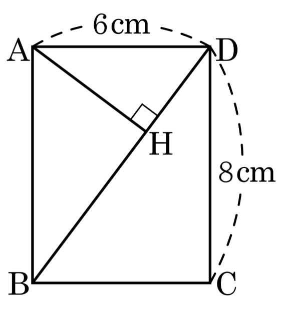
따라서 $\triangle$CDE 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{7}{4}$

$\triangle$AEC , $\triangle$ECD 은 밑변의 길이만 다르므로 넓이의 비 또한 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, $\triangle$AEC 의 넓이는 $\triangle$ECD 의 넓이의 $\frac{8-x}{x} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{25}{7}$ (배)

이다.

15. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 6cm , 8cm 인 직사각형이 있다. $\overline{AH}\perp\overline{BD}$ 라고 할 때, $\overline{AH}+\overline{BH}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 11.2 cm

해설

$\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$

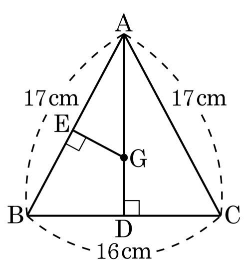
$\triangle ABD$ 의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}\times10\times\overline{AH}$

$\overline{AH}=\frac{24}{5}\text{cm},\ 8^2=\overline{BH}\times10,\ \overline{BH}=\frac{32}{5}\ \text{cm}$

$\overline{AH}+\overline{BH}=\frac{24}{5}+\frac{32}{5}=\frac{56}{5}(\text{cm})$

16. 다음 그림과 같은 이등변삼각형의 무게중심을 G 라 할 때, 점 G 에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $\frac{80}{17}$ cm

해설

$\overline{AG} = \left(\sqrt{17^2 - 8^2}\right) \times \frac{2}{3} = 15 \times \frac{2}{3} = 10$

$\triangle ABG = \triangle ACG$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이에서

$16 \times 15 \times \frac{1}{2} = 17 \times \overline{EG} \times \frac{1}{2} \times 2 + 16 \times 5 \times \frac{1}{2}$

$\therefore \ \overline{EG} = \frac{80}{17}(\text{cm})$

17. 두 점 $A(-2,\ 3)$, $B(x,\ 4)$ 에서 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{17}$ 가 될 수 있는 x의 값은? (단, 점 B 는 제1 분면 위의 점이다.)

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(-2-x)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{17}$

$\sqrt{4 + 4x + x^2 + 1} = \sqrt{17}$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x+6)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = 2\ (\because\ x > 0)$

18. 좌표평면 위의 네 점 $A(1, 3)$, $B(-6, -3)$, $C(3, -1)$, $D(10, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 □ABCD 는 어떤 사각형인지 고르면?

① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 마름모 ⑤ 정사각형

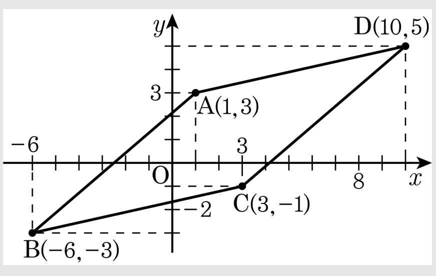
해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(-6-1)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{\{3-(-6)\}^2 + \{-1-(-3)\}^2} = \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$$

$$\overline{CD} = \sqrt{(10-3)^2 + \{5-(-1)\}^2} = \sqrt{49+36} = \sqrt{85}$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(10-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{81+4} = \sqrt{85}$$



네 변의 길이가 모두 같으나 네 각의 크기는 다르므로 마름모이다.

19. 두 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 8$ 과 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$ 의 그래프의 두 꼭짓점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{149}$

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2 + 4x - 8$

$y = -\frac{1}{3}(x - 6)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 4)$ 이고,

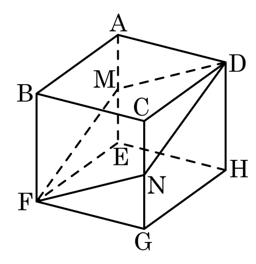
$y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$

$y = \frac{1}{2}(x + 4)^2 - 3$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ -3)$ 이다.

따라서 두 꼭짓점 사이의 거리는

$\sqrt{\{6 - (-4)\}^2 + \{4 - (-3)\}^2} = \sqrt{149}$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체에서 $\overline{\mathrm{AE}}$ 의 중점을 M, $\overline{\mathrm{CG}}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □MFND 의 넓이는 ?



① $16\sqrt{2}$ ② $32\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $16\sqrt{6}$ ⑤ 32

해설

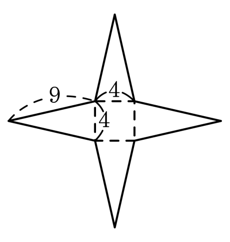
사각형 MFND 는 마름모이다. $\overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{AC}} = 8$ 이고, $\overline{\mathrm{DF}}$ 는 정육면체의 대각선의 길이이므로

$\overline{\mathrm{DF}} = \sqrt{3} \times 4\sqrt{2} = 4\sqrt{6}$

마름모의 넓이 공식에 의해

□MFND $= 4\sqrt{6} \times 8 \times \dfrac{1}{2} = 16\sqrt{6}$ 이다.

21. 다음의 전개도로 만든 입체도형의 부피를 구하면?



① $\frac{14\sqrt{73}}{3}$ ② $\frac{15\sqrt{73}}{3}$ ③ $\frac{16\sqrt{73}}{3}$
④ $\frac{17\sqrt{73}}{3}$ ⑤ $\frac{18\sqrt{73}}{3}$

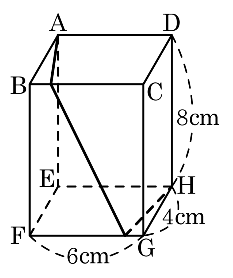
해설

높이를 h, 부피를 V라 하면

$h = \sqrt{9^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{81 - 8} = \sqrt{73}$

$V = 16 \times \sqrt{73} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{73}}{3}$

22. 다음 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 A 에서 선분 BC , 선분 FG 를 지나 점 H 에 이르는 최단 거리를 전개도로 나타내어 구하여라.

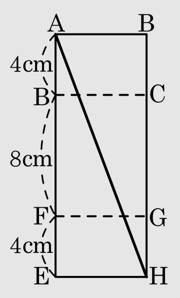


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{73}$ cm

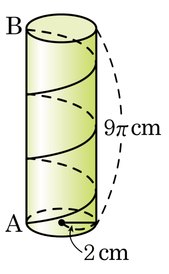
해설

선이 지나는 점의 부분만 전개해서 그려보면 다음과 같이 된다.



$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{16^2 + 6^2} = \sqrt{292} = 2\sqrt{73}(\mathrm{cm})$

23. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2 cm, 높이가 9π cm 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 표면을 따라 세 바퀴 감았을 때, 실의 최소 길이를 구하여라.

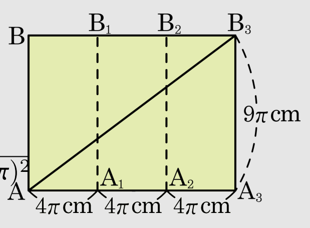


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15π cm

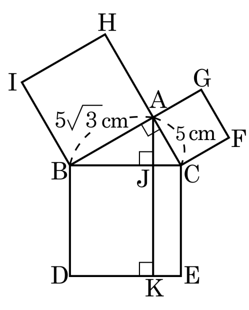
해설

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi \times 2 = 4\pi$ (cm)
다음 전개도에서 구하는 실의 길이는 $\overline{AB_3}$ 의 길이이다.



$\therefore \overline{AB_3} = \sqrt{(4\pi + 4\pi + 4\pi)^2 + (9\pi)^2}$
$= \sqrt{225\pi^2} = 15\pi$ (cm)

24. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



① 2 cm　② 2.5 cm　③ 3 cm
④ 3.5 cm　⑤ 4 cm

해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, □ACFG = □JKEC 이므로
□ACFG = □JKEC $= 25\,\text{cm}^2$ 이다.
따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

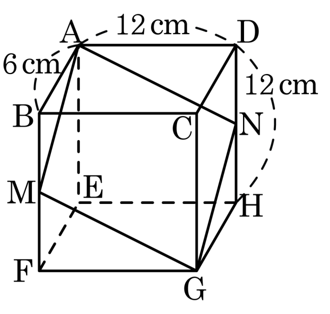
25. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것은?

① $\sqrt{2},\ \sqrt{2},\ \sqrt{5}$ ② $4,\ 5,\ 6$ ③ $2,\ 3,\ \sqrt{10}$
④ $\sqrt{5},\ \sqrt{11},\ 4$ ⑤ $7,\ 8,\ 10$

해설

$\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{11}\right)^2=4^2$

26. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M , $\overline{DH}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □AMGN 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $108\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

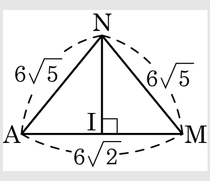
□AMGN 은 평행사변형이므로

□AMGN $= 2\triangle$AMN

$\overline{AM} = \sqrt{6^2+6^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AN} = \sqrt{12^2+6^2} = 6\sqrt{5}(\text{cm})$

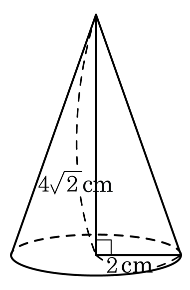
$\triangle$AMN 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$$\overline{NI} = \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2}$$
$$= \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 9\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\begin{aligned}(\square\text{AMGN의 넓이}) &= 2\times(\triangle\text{AMN의 넓이}) \\ &= 2\times\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{NI} \\ &= 6\sqrt{2}\times 9\sqrt{2} \\ &= 108(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

27. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답: $120\underline{^{\circ}}$

해설

원뿔의 모선의 길이는

$\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6 \ (\mathrm{cm})$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360^{\circ}} = 2\pi \times 2 \qquad \therefore \ x = 120^{\circ}$