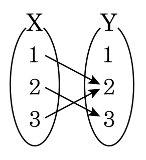
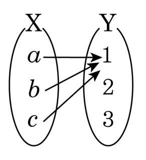
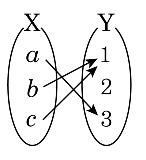
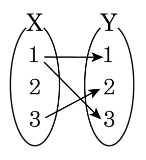
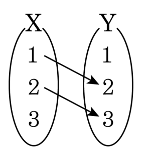
1. 다음 대응 중 X에서 Y로의 함수가 아닌 것을 모두 고르면?

①


②


③


④


⑤


해설

④ X의 원소 1에 대응되는 Y의 원소는 2개이고 X의 원소 2에 대응하는 Y의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
⑤ X의 원소 3에 대응되는 Y의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

2. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$에 대하여 함수 $f : X \to Y$, $f(x) = |x - 2|$ 으로 주어질 때, 다음 중 $\{f(x) | x \in X\}$ 의 원소가 <u>아닌</u> 것은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

정의역을 X로 하는 $f(x)$의 치역은 $\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$

3. $X = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $Y = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$에 대하여 함수 $f : X \to Y$, $f(x) = |2x-3|$으로 주어질 때, 다음 중 $f(X)$의 원소가 아닌 것은 무엇인가? (단, $f(X)$는 함수 f의 치역)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$f(x) = |2x-3|$에서
$f(1) = 1,\ f(2) = 1,\ f(3) = 3,\ f(4) = 5,\ f(5) = 7$ 이므로
$f(X) = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$
$\therefore\ 2 \notin f(X)$

4. 1보다 큰 자연수 x에 대하여 $f(x) = \dfrac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$로 정의 할 때, $f(25)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

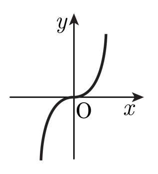
▷ 정답 : 26

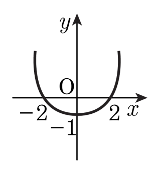
해설

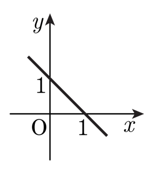
$f(x) = \dfrac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \dfrac{\frac{x^2 - 1}{x}}{\frac{x - 1}{x}} = x + 1$

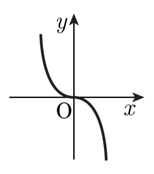
$\therefore f(25) = 26$

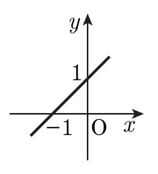
5. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 <u>아닌</u> 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수
x_1 , x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때
$f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로
정답은 ②번이다.

6. 집합 $X = \{-1,\ 0,\ 1\}$에 대하여 다음 중 X에서 X로의 항등함수를 <u>모두</u> 고른 것은 무엇인가?

$$f(x) = x, \quad g(x) = |x|$$
$$h(x) = x^3, \quad k(x) = \frac{|x+1| - |x-1|}{2}$$

① f　　② $f,\ h$　　③ $f,\ g,\ h$

④ $f,\ h,\ k$　　⑤ $g,\ h,\ k$

해설

$f : f(-1) = -1,\ f(0) = 0,\ f(1) = 1$이므로 항등함수이다.

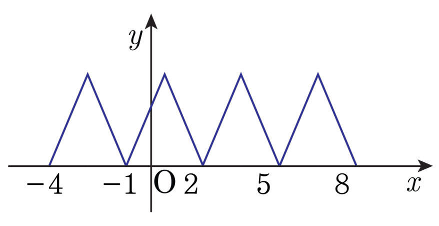
$g : g(-1) = 1$이므로 항등함수가 아니다.

$h : h(-1) = -1,\ h(0) = 0,\ h(1) = 1$이므로 항등함수이다.

$k : k(-1) = -1,\ k(0) = 0,\ k(1) = 1$이므로 항등함수이다.

따라서 항등함수인 것은 $f,\ h,\ k$이다.

7. 다음은 실수전체의 집합에서 정의된 주기함수$y = f(x)$ 의 그래프이다. 이 함수의 주기를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2-(-1)=3$ 이므로, 모든 x 에 대하여
$f(x+3)=f(x)$ 이다.
또한, $f(x+p)=f(x)$ 를 만족시키는 p 는
$-3,\ 3,\ 6,\ 9\cdots$ 등 이지만
이 중에서 최소의 양수는 3 이므로
이 함수의 주기는 3 이다.

8. 다항식 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x))=x$ 이고 $g(1)=0$ 일 때, $g(-1)$ 의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$g(x)$ 가 n 차 다항식이라 하면
$g\left(g(x)\right)$ 의 차수는 n^2 이다.
모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x))=x$ 이므로
양변의 차수를 비교하면 $n^2=1$
$\therefore n=1$ ($\because n$ 은 자연수)
즉, $g(x)$ 는 일차다항식이므로
$g(x)=ax+b$ 라 하면 $g(1)=0$ 이므로
$a+b=0$, 즉 $b=-a$
$\therefore g(x)=ax+b=ax-a$
$g(g(x))=g(ax-a)=a(ax-a)-a$
$=a^2x-a^2-a=x$
이 식은 x 에 대한 항등식이므로
$a^2=1$, $-a^2-a=0$
$\therefore a=-1$
즉, $g(x)=-x+1$ 이므로 $g(-1)=2$

9. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

10. 두 함수 $f(x)=x+2$, $g(x)=2x-1$에 대하여 $(g\circ f)(1)$의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$(g\circ f)(1)=g(f(1))=g(3)=5$

11. 두 함수 $f(x) = -3x+k,\ g(x) = 2x+4$에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$가 성립하도록 하는 k의 값은 얼마인가?

① -16　② -14　③ -6　④ -4　⑤ -2

해설

$f(x) = -3x + k,\ g(x) = 2x + 4$에서

$(f \circ g)(x) = f(2x+4) = -3(2x+4) + k$

$= -6x - 12 + k \cdots$ ㉠

$(g \circ f)(x) = g(-3x+k) = 2(-3x+k) + 4$

$= -6x + 2k + 4 \cdots$ ㉡

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$

$\therefore k = -16$

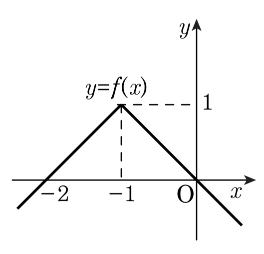
12. $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x<0) \\ -2x & (x\geq 0)\end{cases}$ 일 때, $(f^{-1}\circ f^{-1})(4)$ 의 값은 얼마인가?

① -1 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$(f^{-1}\circ f^{-1})(4)=(f\circ f)^{-1}(4)=a$ 라 놓으면,
$(f\circ f)(a)=f(f(a))=4$
$f(-2)=(-2)^2=4$ 이므로 $f(a)=-2$
또, $f(1)=-2\cdot 1=-2$
$\therefore\ a=1$

13. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



① $y = |x-1| - 1$

② $y = |x+1| - 1$

③ $y = |x-1| + 1$

④ $y = -|x+1| + 1$

⑤ $y = -|x+1| - 1$

해설

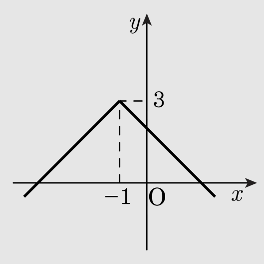
주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 -1 만큼,
y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
$y = -|x|$ 에 x 대신 $x+1$,
y 대신 $y-1$ 을 대입하면 $y-1 = -|x+1|$
즉, $f(x) = -|x+1| + 1$ 이므로 $y = -|x+1| + 1$

14. 함수 $y = -|x+1|+3$ 의 최댓값을 구하면?

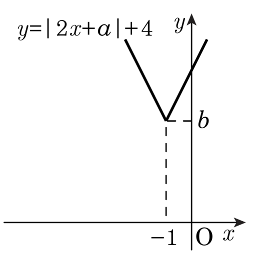
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$y = -|x+1|+3$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로 최댓값은 $x = -1$ 일 때, 3이다.



15. 함수 $y=|2x+a|+4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?



① 2　　② 4　　③ 6

④ 8　　⑤ 10

해설

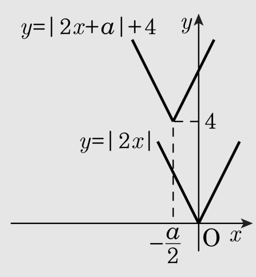
$y=|2x+a|+4$

$=\left|2\left(x+\dfrac{a}{2}\right)\right|+4$

즉, 함수 $y=|2x+a|+4$ 의 그래프는 함수 $y=|2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

$-\dfrac{a}{2}$ 만큼,

y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.



이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\dfrac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$-\dfrac{a}{2}=-1,\ b=4$

$\therefore\ a=2,\ b=4 \qquad \therefore\ ab=8$

16. 함수 $f(x) = ||x-1|-a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$f(2) = ||2-1|-a| = 4 \rightarrow |1-a| = 4$

따라서 $a = -3,\ 5$ 이므로 양수 $a = 5$

17. 함수 $y = |x+1| - |x-3|$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x+1| - |x-3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$y = -(x+1) + x - 3 = -4$

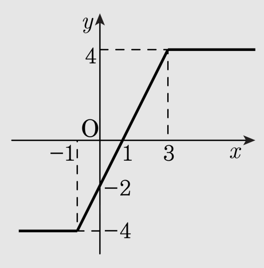
ii) $-1 \le x < 3$ 일 때

$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$

iii) $x \ge 3$ 일 때

$y = x + 1 - (x - 3) = 4$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로



$M = 4, m = -4$

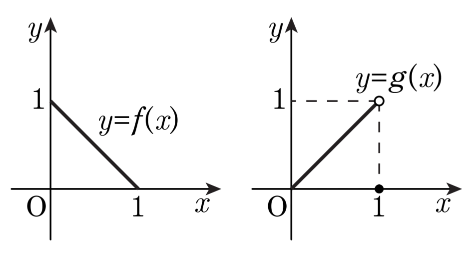
$\therefore M - m = 4 - (-4)$

$= 8$

18. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다.

> Ⅰ. $f(x)$와 $g(x)$는 주기가 2인 주기함수이다.
> Ⅱ. 임의의 실수 x 에 대하여
> $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$

함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때, $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값을 구하면?



① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

Ⅱ. 에 의하여
$y = f(x)$ 의 그래프는 y축에 대하여 대칭이고,
$y = g(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

$$g\left(-\frac{7}{3}\right) = -g\left(\frac{7}{3}\right) = -g\left(2+\frac{1}{3}\right)$$
$$= -g\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}$$

($\because$ $-1 < x < 1$ 에서 $g(x) = x$) 이고
$0 \le x \le 1$ 에서 $f(x) = -x + 1$

따라서 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) = f\left(\frac{1}{3}\right)$
$$= -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

19. 다음 중 우함수인 것을 모두 고르면?

㉠ $y = x^4 - 3x^2$	㉡ $y = \dfrac{1}{x}$	㉢ $y = \sqrt{x^2+1}$
㉣ $y = 4x$	㉤ $y = \dfrac{3}{x^2}$	㉥ $y = x^3$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉠, ㉤, ㉥
④ ㉡, ㉢, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

우함수인 것은 $y = x^4 - 3x^2$, $y = \sqrt{x^2+1}$, $y = \dfrac{3}{x^2}$ 이고, 나머지는 모두 기함수이다.

20. 함수 $f(x)$가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right)=x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$\frac{x+1}{5}=t$ 로 놓으면 $x=5t-1$

$f(t)=(5t-1)+2=5t+1$ 에서

$f(x)=5x+1$

$\therefore\ f(f(x))=f(5x+1)=5(5x+1)+1$

$=25x+6$

$\therefore\ f(f(10))=25\cdot 10+6=256$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=|x-2|+ax-6$ 이 역함수를 가질 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a<-1$　　② $-1<a<0$

③ $0<a<1$　　④ $a>1$

⑤ $a<-1$ 또는 $a>1$

해설

$f(x)=|x-2|+ax-6$

$$=\begin{cases}(a+1)x-8 & (x\ge 2)\\(a-1)x-4 & (x<2)\end{cases}$$

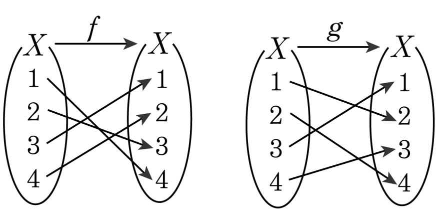
함수 $f(x)$ 가 연속함수이므로 역함수가 존재하기 위해서는 $f(x)$ 가 증가함수이거나 감소함수이어야 한다.

따라서, 기울기 $a+1$ 와 $a-1$ 은 모두 양이거나 모두 음이어야 한다.

즉, $(a+1)(a-1)>0$

$\therefore\ a<-1$ 또는 $a>1$

22. 두 함수 f, g 가 각각 다음 그림과 같이 정의될 때, $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

함수 f 는 일대일 대응이므로 역함수가 존재한다.
이 때, $f(4) = 2$ 이므로 $f^{-1}(2) = 4$
$\therefore \left(g \circ f^{-1}\right)(2) = g\left(f^{-1}(2)\right) = g(4) = 3$

23. 함수 $y = \sqrt{a-2x}+1$ 의 역함수가 점$(5, -2)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

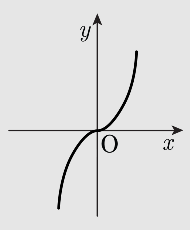
역함수가 점 $(5, -2)$ 를 지나므로
원함수는 점 $(-2, 5)$ 를 지나게 된다.
따라서 $5 = \sqrt{a+4}+1$
$\therefore a = 12$

24. 삼차함수 $y = ax^3$ 의 그래프의 설명 중 틀린 것은?

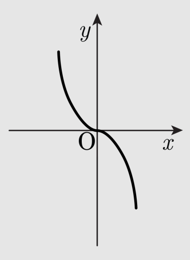
① x 축에 대하여 대칭이다.
② 원점에 대하여 대칭이다.
③ $a > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
④ $|a|$ 가 크면 클수록 y 축에 가깝다.
⑤ $a < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$f(x) = ax^3$ 의 그래프는 다음과 같다.
(i) $a > 0$



(ii) $a < 0$



따라서 그래프는 x 축에 대하여 대칭이 아니다.

25. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x)=f(x)$ 이면 $f(x)$ 를 우함수, $f(-x)=-f(x)$ 이면 $f(x)$ 를 기함수라 한다. 다음은 「모든 함수는 우함수와 기함수의 합으로 나타낼 수 있다.」라는 명제의 참 · 거짓을 밝히는 과정이다. 다음 증명 과정에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 차례로 나열하면?

보기

임의의 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)=\dfrac{f(x)+f(-x)}{2}+\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$ 라고 놓고 $g(x)=\dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$, $h(x)=\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$ 라 하면 $g(x)$ 는 [(가)] 이고 $h(x)$ 는 [(나)] 이다. 따라서 주어진 명제는 [(다)]이다.

① 기함수, 우함수, 참
② 우함수, 기함수, 참
③ 우함수, 우함수, 거짓
④ 기함수, 기함수, 거짓
⑤ 우함수, 기함수, 거짓

해설

$g(-x)=\dfrac{f(-x)+f(x)}{2}=g(x)$ 이므로

$g(x)$ 는 우함수 $\cdots$(가)

$h(-x)=\dfrac{f(-x)-f(x)}{2}=-\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}$

$=-h(x)$ 이므로

$h(x)$ 는 기함수 $\cdots$(나)

따라서, 임의의 함수 $f(x)$ 를

우함수와 기함수의 합으로 나타내었으므로

주어진 명제는 참이다. $\cdots$(다)

26. 함수 $f(x) = [x]^2 - 2[x] - 3$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

보기

㉠ $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$

㉡ 치역은 $\{x \mid x \geq -3\}$ 이다.

㉢ $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1)f(x_2)$ 이다.

① ㉠　② ㉢　③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\left[\frac{1}{2}\right] = 0$ 이므로 $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$

㉡ $f(x) = [x]^2 - 2[x] - 3 = ([x] - 1)^2 - 4$ 이므로 $f(x) \geq -4$
따라서 치역은 $\{f(x) \mid f(x) \geq -4,\ f(x)$는 정수$\}$이다.

㉢ [반례] $x_1 = -1,\ x_2 = 3$ 일 때
$f(x_1) = f(-1) = [-1]^2 - 2[-1] - 3 = 0$
$f(x_2) = f(3) = [3]^2 - 2[3] - 3 = 0$ 이므로
$x_1 < x_2$ 이지만 $f(x_1) = f(x_2)$ 이다.

이상에서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

27. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

① $y=[x]$ 의 그래프는 함수의 그래프이다.

② $y=[x]$ 의 정의역이 모든 실수일 때, 치역은 정수 전체의 집합이다.

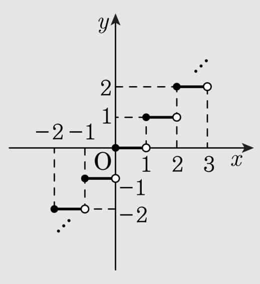
③ $x=2.1$ 이면 $[x]=2$ 이다.

④ $x=-1.8$ 이면 $[x]=-2$ 이다.

⑤ $y=[x]$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

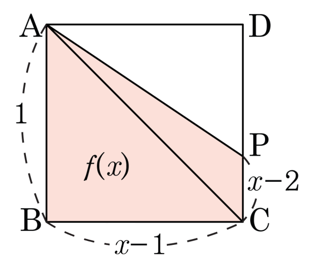
해설

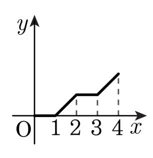
$y=[x]$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로

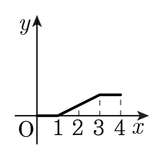


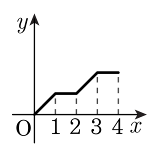
$y=[x]$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이 아니다.

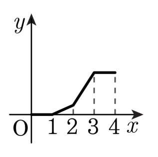
28. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정사각형의 변 $ABCD$ 위를 움직이는 동점 P가 있다. 점 P는 A 점에서 출발, 일정한 속력으로 점 B를 돌아 다시 점 A로 돌아온다. 점 P가 움직인 거리를 x, 선분 AP가 지나간 부분의 넓이를 $f(x)$라 할 때, 다음 중 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

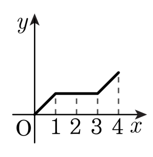


①


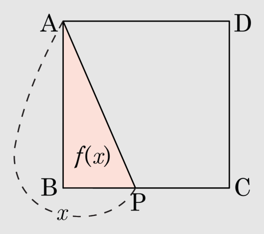
②


③


④


⑤


해설



x 의 크기에 따른 넓이의 변화를 살펴보면

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \le x \le 1) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (1 \le x \le 2) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (2 \le x \le 3) \\ 1 & (3 \le x \le 4) \end{cases}$$ 한편, 각 구간의 경계점에서

함수는 연속이므로 ②가 옳다.

29. 두 집합 $A=\{-1,\ 0,\ 1\}$, $B=\{-2,\ -1,\ 0,\ 1, 2\}$ 에서 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x)=f(x^2)$ 으로 되는 A 에서 B 로의 함수 f 의 개수는?

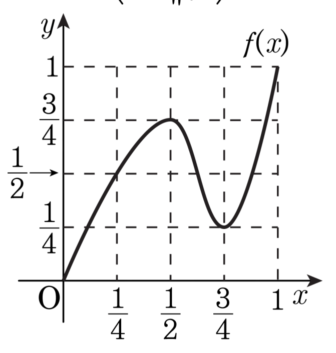
① 12 개　② 20 개　③ 25 개　④ 27 개　⑤ 30 개

해설

$f(-1)=f(1), f(0)=f(0)$ 이므로
A 의 원소 1 이 대응하는 방법의 수는 5 가지
A 의 원소 0 이 대응하는 방법의 수는 5 가지
$\therefore 5\times 5=25$ (가지)

30. $R = \{x | 0 \le x \le 1\}$이라 할 때, R에서 R로의 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.(단, $f^n(x) = (f \circ f \circ \dots \circ f)(x)$: f 개수 n개)

〈그래프〉



이 때, $f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \cdots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하면?

(단, $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$, $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$)

① $\frac{99}{2}$ ② $\frac{95}{2}$ ③ $\frac{93}{2}$ ④ $\frac{91}{2}$ ⑤ $\frac{89}{2}$

해설

그래프에서 $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f^2\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$, $f^3\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$, $\cdots$ 이므로

$f^{3k+1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f^{3k+2}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$, $f^{3k+3}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$ $(k = 0,\ 1,\ 2, \cdots)$

$\therefore\ f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \cdots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right) = 33 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{99}{2}$

31. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=2x(x\neq 1)$ 를 만족할 때 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 의 식은?

① $\frac{x+2}{x-2}(x\neq 2)$ ② $\frac{x+1}{x-2}(x\neq 2)$ ③ $\frac{x-1}{x-2}$ $(x\neq -1)$
④ $\frac{x+2}{x+1}(x\neq -1)$ ⑤ $\frac{x+2}{x-1}(x\neq 1)$

해설

$f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=2x$ 에서

$\frac{x+1}{x-1}=t$ 로 놓으면 $x=\frac{t+1}{t-1}$

$\therefore f(t)=\frac{2(t+1)}{t-1}$, $f(x)=\frac{2(x+1)}{x-1}$

$y=\frac{2(x+1)}{x-1}$ 이면

$yx-y=2x+2$ 에서 $x=\frac{y+2}{y-2}$

$\therefore f^{-1}(x)=\frac{x+2}{x-2}$ $(x\neq 2)$

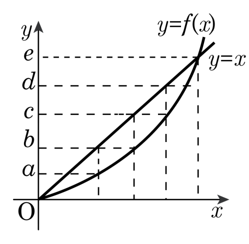
32. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 \ (x \geq 0)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x \geq 0$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면
$\frac{1}{2}x^2 = x$ 에서 $x^2 - 2x = 0$, $x(x-2) = 0$
$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
따라서 두 교점의 좌표가 $(0,\ 0)$, $(2,\ 2)$ 이므로
두 교점 사이의 거리는 $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

33. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \circ f)^{-1}(b)$ 의 값은?



① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$(f \circ f)^{-1}(b) = (f^{-1} \circ f^{-1})(b) = f^{-1}(f^{-1}(b))$

$f^{-1}(b) = k$ 라고 하면, $f(k) = b$

$\therefore\ k = c \qquad \therefore\ f^{-1}(f^{-1}(b)) = f^{-1}(c)$

또, $f^{-1}(c) = t$ 라고 하면, $f(t) = c$

$\therefore\ t = d \qquad \therefore\ (f \circ f)^{-1}(b) = d$