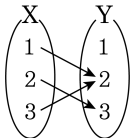
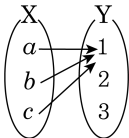


1. 다음 대응 중 X 에서 Y 로의 함수가 아닌 것을 모두 고르면?

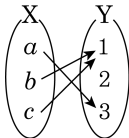
①



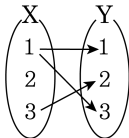
②



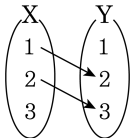
③



④



⑤



해설

④ X 의 원소 1에 대응되는 Y 의 원소는 2개이고 X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

⑤ X 의 원소 3에 대응되는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

2. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = |x - 2|$ 으로 주어질 때, 다음 중 $\{f(x) | x \in X\}$ 의 원소가 아닌 것은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

정의역을 X 로 하는 $f(x)$ 의 치역은 $\{0, 1, 2, 3\}$

3. $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = |2x - 3|$ 으로 주어질 때, 다음 중 $f(X)$ 의 원소가 아닌 것은 무엇인가? (단, $f(X)$ 는 함수 f 의 치역)

① 1

② 2

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$f(x) = |2x - 3|$ 에서

$f(1) = 1$, $f(2) = 1$, $f(3) = 3$, $f(4) = 5$, $f(5) = 7$ 이므로

$f(X) = \{1, 3, 5, 7\}$

$\therefore 2 \notin f(X)$

4. 1보다 큰 자연수 x 에 대하여 $f(x) = \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$ 로 정의 할 때, $f(25)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 26

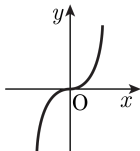
해설

$$f(x) = \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{x^2 - 1}{x}}{\frac{x - 1}{x}} = x + 1$$

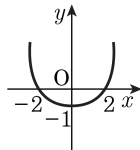
$$\therefore f(25) = 26$$

5. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

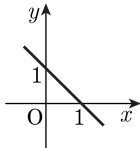
①



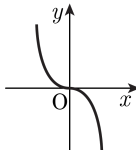
②



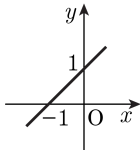
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

6. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$f(x) = x, \quad g(x) = |x|$$
$$h(x) = x^3, \quad k(x) = \frac{|x+1| - |x-1|}{2}$$

① f

② f, h

③ f, g, h

④ f, h, k

⑤ g, h, k

해설

$f : f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

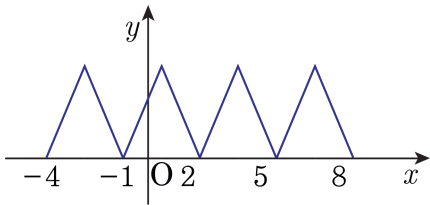
$g : g(-1) = 1$ 이므로 항등함수가 아니다.

$h : h(-1) = -1, h(0) = 0, h(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

$k : k(-1) = -1, k(0) = 0, k(1) = 1$ 이므로
항등함수이다.

따라서 항등함수인 것은 f, h, k 이다.

7. 다음은 실수전체의 집합에서 정의된 주기함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다.
이 함수의 주기를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2 - (-1) = 3$ 이므로, 모든 x 에 대하여

$f(x+3) = f(x)$ 이다.

또한, $f(x+p) = f(x)$ 를 만족시키는 p 는

$-3, 3, 6, 9 \dots$ 등 이지만

이 중에서 최소의 양수는 3 이므로

이 함수의 주기는 3 이다.

8. 다항식 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이고 $g(1) = 0$ 일 때, $g(-1)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$g(x)$ 가 n 차 다항식이라 하면

$g(g(x))$ 의 차수는 n^2 이다.

모든 실수 x 에 대하여 $g(g(x)) = x$ 이므로

양변의 차수를 비교하면 $n^2 = 1$

$\therefore n = 1$ ($\because n$ 은 자연수)

즉, $g(x)$ 는 일차다항식이므로

$g(x) = ax + b$ 라 하면 $g(1) = 0$ 이므로

$a + b = 0$, 즉 $b = -a$

$\therefore g(x) = ax + b = ax - a$

$g(g(x)) = g(ax - a) = a(ax - a) - a$

$= a^2x - a^2 - a = x$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$a^2 = 1$, $-a^2 - a = 0$

$\therefore a = -1$

즉, $g(x) = -x + 1$ 이므로 $g(-1) = 2$

9. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

10. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 5$$

11. 두 함수 $f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16

② -14

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$$f(x) = -3x + k, g(x) = 2x + 4 \text{에서}$$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \textcircled{㉠}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \textcircled{㉡}\end{aligned}$$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$$

$$\therefore k = -16$$

12. $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$ 일 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$ 라 놓으면,

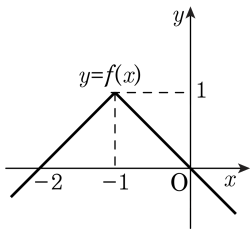
$$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4 \text{ 이므로 } f(a) = -2$$

$$\text{또, } f(1) = -2 \cdot 1 = -2$$

$$\therefore a = 1$$

13. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



① $y = |x - 1| - 1$

② $y = |x + 1| - 1$

③ $y = |x - 1| + 1$

④ $y = -|x + 1| + 1$

⑤ $y = -|x + 1| - 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로

$y = -|x|$ 에 x 대신 $x + 1$,

y 대신 $y - 1$ 을 대입하면 $y - 1 = -|x + 1|$

즉, $f(x) = -|x + 1| + 1$ 이므로 $y = -|x + 1| + 1$

14. 함수 $y = -|x + 1| + 3$ 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

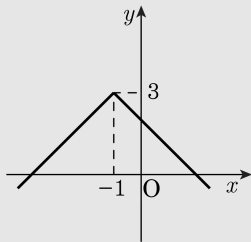
③ 3

④ 4

⑤ 5

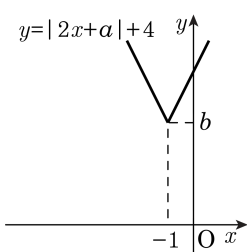
해설

$y = -|x + 1| + 3$ 의 그래프는 다음
그림과 같으므로 최댓값은
 $x = -1$ 일 때, 3이다.



15. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$$y = |2x + a| + 4$$

$$= \left| 2 \left(x + \frac{a}{2} \right) \right| + 4$$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는
 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방
 향으로
 $-\frac{a}{2}$ 만큼,

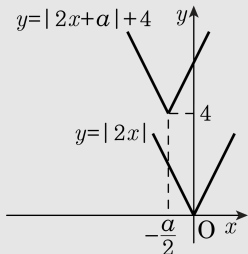
y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = -1, b = 4$$

$$\therefore a = 2, b = 4 \quad \therefore ab = 8$$



16. 함수 $f(x) = ||x - 1| - a|$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로

$$f(2) = ||2 - 1| - a| = 4 \rightarrow |1 - a| = 4$$

따라서 $a = -3, 5$ 이므로 양수 $a = 5$

17. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$$y = -(x + 1) + x - 3 = -4$$

ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때

$$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$$

iii) $x \geq 3$ 일 때

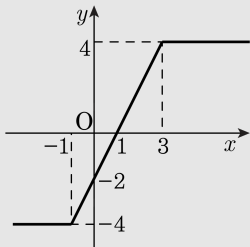
$$y = x + 1 - (x - 3) = 4$$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로

$$M = 4, m = -4$$

$$\therefore M - m = 4 - (-4)$$

$$= 8$$



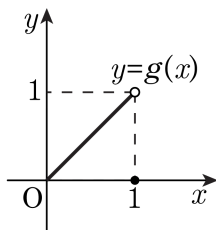
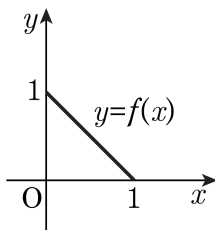
18. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다.

I. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이다.

II. 임의의 실수 x 에 대하여

$$f(-x) = f(x), g(-x) = -g(x)$$

함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때,
 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값을 구하면?



① $-\frac{2}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ 0

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

II. 예 의하여

$y = f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이고,

$y = g(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

$$\begin{aligned} g\left(-\frac{7}{3}\right) &= -g\left(\frac{7}{3}\right) = -g\left(2 + \frac{1}{3}\right) \\ &= -g\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

($\because -1 < x < 1$ 에서 $g(x) = x$) 이고

$0 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) = -x + 1$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) &= f\left(-\frac{1}{3}\right) \\ &= -\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

19. 다음 중 우함수인 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = x^4 - 3x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = 4x$$

$$\textcircled{\text{㉥}} y = \frac{3}{x^2}$$

$$\textcircled{\text{㉦}} y = x^3$$

$$\textcircled{1} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{2} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉥}}$$

$$\textcircled{3} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉥}}, \textcircled{\text{㉦}}$$

$$\textcircled{4} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉦}}$$

$$\textcircled{5} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$$

해설

우함수인 것은 $y = x^4 - 3x^2$, $y = \sqrt{x^2 + 1}$, $y = \frac{3}{x^2}$ 이고, 나머지는 모두 기함수이다.

20. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{에서}$$

$$f(x) = 5x + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore f(f(x)) &= f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1 \\ &= 25x + 6\end{aligned}$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = |x - 2| + ax - 6$ 이 역함수를 가질 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -1$

② $-1 < a < 0$

③ $0 < a < 1$

④ $a > 1$

⑤ $a < -1$ 또는 $a > 1$

해설

$$f(x) = |x - 2| + ax - 6$$

$$= \begin{cases} (a+1)x - 8 & (x \geq 2) \\ (a-1)x - 4 & (x < 2) \end{cases}$$

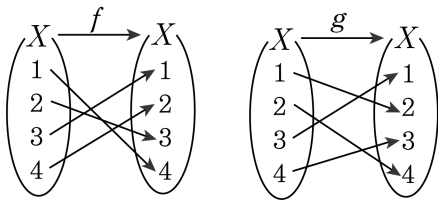
함수 $f(x)$ 가 연속함수이므로 역함수가 존재하기 위해서는 $f(x)$ 가 증가함수이거나 감소함수이어야 한다.

따라서, 기울기 $a+1$ 와 $a-1$ 은 모두 양이거나 모두 음이어야 한다.

$$\text{즉, } (a+1)(a-1) > 0$$

$$\therefore a < -1 \text{ 또는 } a > 1$$

22. 두 함수 f, g 가 각각 다음 그림과 같이 정의될 때, $(g \circ f^{-1})(2)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

함수 f 는 일대일 대응이므로 역함수가 존재한다.

이 때, $f(4) = 2$ 이므로 $f^{-1}(2) = 4$

$\therefore (g \circ f^{-1})(2) = g(f^{-1}(2)) = g(4) = 3$

23. 함수 $y = \sqrt{a-2x} + 1$ 의 역함수가 점 $(5, -2)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 12$

해설

역함수가 점 $(5, -2)$ 를 지나므로
원함수는 점 $(-2, 5)$ 를 지나게 된다.
따라서 $5 = \sqrt{a+4} + 1$
 $\therefore a = 12$

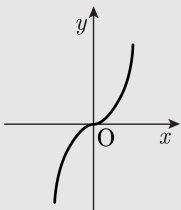
24. 삼차함수 $y = ax^3$ 의 그래프의 설명 중 틀린 것은?

- ① x 축에 대하여 대칭이다.
- ② 원점에 대하여 대칭이다.
- ③ $a > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ $|a|$ 가 크면 클수록 y 축에 가깝다.
- ⑤ $a < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

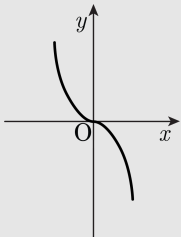
해설

$f(x) = ax^3$ 의 그래프는 다음과 같다.

(i) $a > 0$



(ii) $a < 0$



따라서 그래프는 x 축에 대하여 대칭이 아니다.

25. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이면 $f(x)$ 를 우함수, $f(-x) = -f(x)$ 이면 $f(x)$ 를 기함수라 한다. 다음은 「모든 함수는 우함수와 기함수의 합으로 나타낼 수 있다.」라는 명제의 참·거짓을 밝히는 과정이다. 다음 증명 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 나열하면?

보기

임의의 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2} + \frac{f(x) - f(-x)}{2}$ 라고 놓고 $g(x) = \frac{f(x) + f(-x)}{2}$, $h(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$ 라 하면 $g(x)$ 는 [(가)] 이고 $h(x)$ 는 [(나)] 이다. 따라서 주어진 명제는 [(다)]이다.

① 기함수, 우함수, 참

② 우함수, 기함수, 참

③ 우함수, 우함수, 거짓

④ 기함수, 기함수, 거짓

⑤ 우함수, 기함수, 거짓

해설

$$g(-x) = \frac{f(-x) + f(x)}{2} = g(x) \text{ 이므로}$$

$g(x)$ 는 우함수 ... (가)

$$h(-x) = \frac{f(-x) - f(x)}{2} = -\frac{f(x) - f(-x)}{2}$$

$$= -h(x) \text{ 이므로}$$

$h(x)$ 는 기함수 ... (나)

따라서, 임의의 함수 $f(x)$ 를

우함수와 기함수의 합으로 나타내었으므로

주어진 명제는 참이다. ... (다)

26. 함수 $f(x) = [x]^2 - 2[x] - 3$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

보기

㉠ $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$

㉡ 치역은 $\{x \mid x \geq -3\}$ 이다.

㉢ $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1)f(x_2)$ 이다.

① ㉠

② ㉢

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\left[\frac{1}{2}\right] = 0$ 이므로 $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$

㉡ $f(x) = [x]^2 - 2[x] - 3 = ([x] - 1)^2 - 4$ 이므로 $f(x) \geq -4$ 따라서 치역은 $\{f(x) \mid f(x) \geq -4, f(x) \text{는 정수}\}$ 이다.

㉢ [반례] $x_1 = -1, x_2 = 3$ 일 때

$$f(x_1) = f(-1) = [-1]^2 - 2[-1] - 3 = 0$$

$$f(x_2) = f(3) = [3]^2 - 2[3] - 3 = 0 \text{ 이므로}$$

$x_1 < x_2$ 이지만 $f(x_1) = f(x_2)$ 이다.

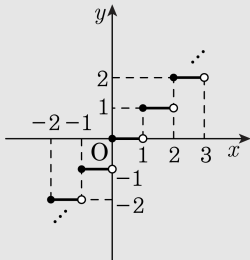
이상에서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

27. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

- ① $y = [x]$ 의 그래프는 함수의 그래프이다.
- ② $y = [x]$ 의 정의역이 모든 실수일 때, 치역은 정수 전체의 집합이다.
- ③ $x = 2.1$ 이면 $[x] = 2$ 이다.
- ④ $x = -1.8$ 이면 $[x] = -2$ 이다.
- ⑤ $y = [x]$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

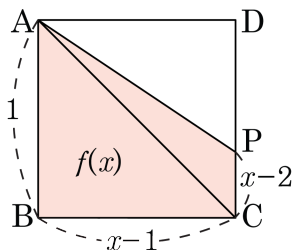
해설

$y = [x]$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로

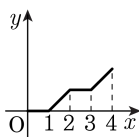


$y = [x]$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이 아니다.

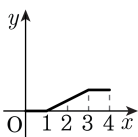
28. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 변 $ABCD$ 위를 움직이는 동점 P 가 있다. 점 P 는 A 점에서 출발, 일정한 속력으로 점 B 를 돌아 다시 점 A 로 돌아온다. 점 P 가 움직인 거리를 x , 선분 AP 가 지나간 부분의 넓이를 $f(x)$ 라 할 때, 다음 중 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



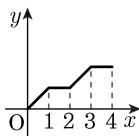
①



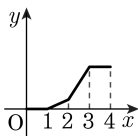
②



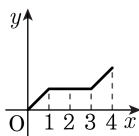
③



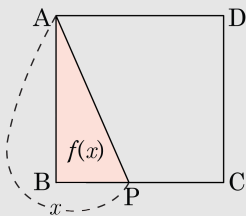
④



⑤



해설



x 의 크기에 따른 넓이의 변화를 살펴보면

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (0 \leq x \leq 1) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (1 \leq x \leq 2) \\ \frac{1}{2}(x-1) & (2 \leq x \leq 3) \\ 1 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

한편, 각 구간의 경계점에서

함수는 연속이므로 ②가 옳다.

29. 두 집합 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 에서 A 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) = f(x^2)$ 으로 되는 A 에서 B 로의 함수 f 의 개수는?

① 12 개

② 20 개

③ 25 개

④ 27 개

⑤ 30 개

해설

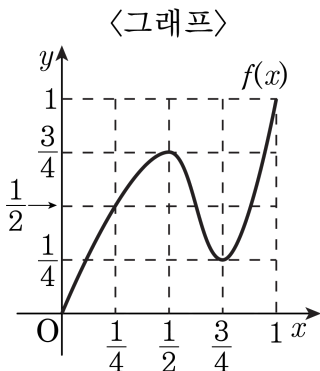
$f(-1) = f(1), f(0) = f(0)$ 이므로

A 의 원소 1 이 대응하는 방법의 수는 5 가지

A 의 원소 0 이 대응하는 방법의 수는 5 가지

$\therefore 5 \times 5 = 25$ (가지)

30. $R = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 이라 할 때, R 에서 R 로의 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.(단, $f^n(x) = (f \circ f \circ \dots \circ f)(x) : f$ 개수 n 개)



이 때, $f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right)$ 의 값을 구하면?

(단, $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$, $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$)

- ① $\frac{99}{2}$ ② $\frac{95}{2}$ ③ $\frac{93}{2}$ ④ $\frac{91}{2}$ ⑤ $\frac{89}{2}$

해설

그래프에서 $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f^2\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4}$, $f^3\left(\frac{1}{4}\right) = f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4}$, ... 이므로

$f^{3k+1}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$, $f^{3k+2}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$, $f^{3k+3}\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

$\therefore f\left(\frac{1}{4}\right) + f^2\left(\frac{1}{4}\right) + f^3\left(\frac{1}{4}\right) + \dots + f^{99}\left(\frac{1}{4}\right) = 33 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{99}{2}$

31. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2x (x \neq 1)$ 를 만족할 때 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 의 식은?

① $\frac{x+2}{x-2} (x \neq 2)$

② $\frac{x+1}{x-2} (x \neq 2)$

③ $\frac{x-1}{x-2} (x \neq -1)$

④ $\frac{x+2}{x+1} (x \neq -1)$

⑤ $\frac{x+2}{x-1} (x \neq 1)$

해설

$$f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 2x \text{ 에서}$$

$$\frac{x+1}{x-1} = t \text{ 로 놓으면 } x = \frac{t+1}{t-1}$$

$$\therefore f(t) = \frac{2(t+1)}{t-1}, f(x) = \frac{2(x+1)}{x-1}$$

$$y = \frac{2(x+1)}{x-1} \text{ 이면}$$

$$yx - y = 2x + 2 \text{ 에서 } x = \frac{y+2}{y-2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x+2}{x-2} (x \neq 2)$$

32. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ ($x \geq 0$) 의 역함수를 $g(x)$ 라 할때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

① 2

② $2\sqrt{2}$

③ 3

④ $2\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x \geq 0$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

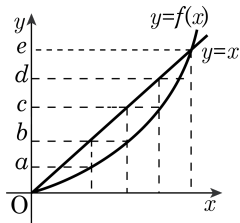
$$\frac{1}{2}x^2 = x \text{ 에서 } x^2 - 2x = 0, x(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 교점의 좌표가 $(0, 0)$, $(2, 2)$ 이므로
두 교점 사이의 거리는 $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

33. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \circ f)^{-1}(b)$ 의 값은?

- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e



해설

$$(f \circ f)^{-1}(b) = (f^{-1} \circ f^{-1})(b) = f^{-1}(f^{-1}(b))$$

$$f^{-1}(b) = k \text{ 라고 하면, } f(k) = b$$

$$\therefore k = c \quad \therefore f^{-1}(f^{-1}(b)) = f^{-1}(c)$$

$$\text{또, } f^{-1}(c) = t \text{ 라고 하면, } f(t) = c$$

$$\therefore t = d \quad \therefore (f \circ f)^{-1}(b) = d$$