

1. 이차함수 $y = -(x + 2)^2$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq -1$

② $y \leq -1$

③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$

⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

2. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ② 아래로 볼록인 포물선이다.
- ③ $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다.
- ⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 y 축에 대한 대칭이다.

해설

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 x 축에 대한 대칭이다.

3. 함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R 은 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$$a^2 - a - 2 = 4, \quad a^2 - a - 6 = 0, \quad (a - 3)(a + 2) = 0$$

$\therefore a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

4. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 (1, 3), (2, 6) 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = 2 + b + c, b + c = 1 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$x = 2, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = 8 + 2b + c, 2b + c = -2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b = -3, c = 4$ 이므로 $c - b = 4 - (-3) = 7$ 이다.

5. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $(1, -2)$ ㉡ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$ ㉢ $(3, -12)$
 ㉣ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ ㉤ $(-4, -30)$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로

$$2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7, \quad 2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7, \quad -7a = 14, \quad a =$$

$$-2 \quad \therefore f(x) = -2x^2$$

$$\textcircled{㉢} f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18 \quad \therefore (3, -18)$$

$$\textcircled{㉤} f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32 \quad \therefore (-4, -32)$$

따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ㉣, ㉤의 2 개이다.

6. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 $(a+1, a-1)$ 을 지날 때, 모든 a 의 값의 곱은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{5}{2}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $-\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{2}{5}$

해설

$$-(a-1) = 2(a+1)^2$$

$$-a+1 = 2a^2 + 4a + 2$$

$$2a^2 + 5a + 1 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 곱은 $\frac{1}{2}$ 이다.

7. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 점 $(2a, -a-5)$ 를 지날 때, 모든 a 의 값의 합은?

① -1

② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$-a-5 = -\frac{3}{2}(2a)^2$$

$$6a^2 - a - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 합은 $\frac{1}{6}$ 이다.

8. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2$, $y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.

따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

9. 다음 중 이차함수 $y = ax^2$ ($a < 0$) 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

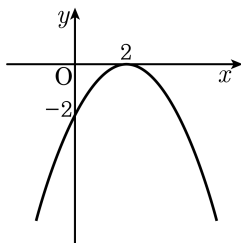
- ① 위로 볼록한 그래프이다.
- ② y 축에 대하여 대칭이다.
- ③ y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.
- ④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 는 감소한다.
- ⑤ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

해설

④ $x < 0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 도 증가한다.

10. 이차함수 $y = a(x-b)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $ax^2 + bx - 2 = 0$ 의 해는?

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 0$
④ $x = -1$ ⑤ $x = -2$



해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이므로 $b = 2$ 이다.

$y = a(x-2)^2$ 이 점 $(0, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = a(0-2)^2$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

$ax^2 + bx - 2 = 0$ 에 $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$ 를 대입하면

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

11. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 점 $(-2, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ㉡ 대칭축은 $x = -2$ 이다.
- ㉢ x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x < 2$ 이다.
- ㉣ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉤ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

이차함수 $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프로 꼭짓점은 $(2, 0)$, 축의 방정식은 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는 $x < 2$ 이다.

12. 이차함수 $y = 2x^2$ 이 점 $(2, 10)$ 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = 2x^2 + q$ 에 $(2, 10)$ 을 대입하면

$$10 = 2 \times 4 + q$$

$$\therefore q = 2$$

13. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

14. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x + 3)^2$

② $y = -2(x - 3)^2$

③ $y = 2(x - 3)^2$

④ $y = 2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(3x - 1)^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3)^2$ 이고, 이를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x - 3)^2$ 이다.

따라서 $y = -2(x - 3)^2$ 이다.

15. 포물선 $y = 3x^2 + 5$ 과 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = -3x^2 + 5$

② $y = 3x^2 - 5$

③ $y = -3x^2 - 5$

④ $y = 3x^2$

⑤ $y = 3x^2 + 10$

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대하여 대칭을 이루는 포물선의 식은 $y = -ax^2 - q$ 이다.

16. 이차함수 $y = 3(x + 1)^2 + q$ 의 그래프가 모든 사분면을 지나기 위한 상수 q 의 범위는?

① $q < -1$

② $q < -2$

③ $q < -3$

④ $q < -4$

⑤ $q < -5$

해설

꼭짓점은 $(-1, q)$ 로 아래로 볼록한 그래프이다.

모든 사분면을 지나려면 $3 + q < 0$ 이어야 한다.

$$\therefore q < -3$$

17. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2

② $-\frac{5}{2}$

③ 3

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$$a = \frac{1}{2}, b = -3 \text{ 이다.}$$

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ 이고 } (-3, c) \text{ 를 지나므로}$$

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

19. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

① $-\frac{3}{4}$

② -1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{7}{4}$

해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

20. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

21. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

22. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

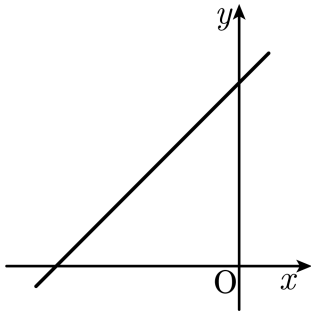
$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

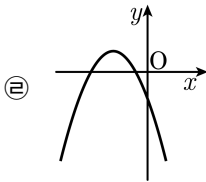
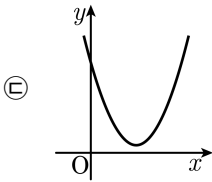
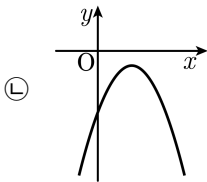
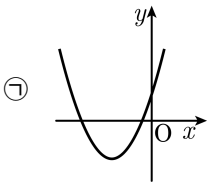
$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

23. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로

꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

24. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

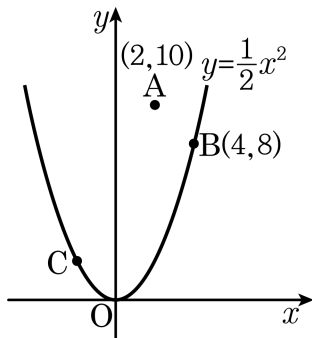
$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$

25. 정점 A(2, 10), B(4, 8)에 대하여 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 C를 잡고 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC를 만들 때, 점 C의 y좌표를 p 라 하자. 또 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 D를 잡아서, $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형 ABD를 만들 때, 점 D의 y좌표를 q 라 하자. 이 때, $p + (q - 7)^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

직선 AB의 방정식은 $y = -x + 12$

따라서, 직선 AB에 수직인 직선 BC는 점 (4, 8)을 지나고, 기울기 1인 직선이다.

$$\therefore y = x + 4$$

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

점 C의 x좌표가 -2이므로

$$y\text{좌표는 } \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2 = p$$

$\overline{AB}$ 의 중점 (3, 9)를 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식은

$$y = x + 6 \text{ 이다. } \frac{1}{2}x^2 = x + 6, x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{1 - (-12)} = 1 \pm \sqrt{13}$$

$$y = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{13})^2$$

$$= \frac{1}{2}(14 \pm 2\sqrt{13}) = 7 \pm \sqrt{13} = q$$

$$\therefore p + (q - 7)^2 = 2 + 13 = 15$$