1. 임의의 실수 x 대하여 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots+a_{20}x^{20}$ 이 항상 성립할 때, $2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{20}$ 의 값은?

① 1023 ② 1024 ③ 1025 ④ 2046 ⑤ 2050

해설

$x = 0$ 대입, $a_0 = 1$
$x = 1$ 대입, $2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$
$2a_0 + a_1 + a_2 + \cdots\cdots + a_{20} = 1 + 1024 = 1025$

2. $(x+1)^5 = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5$ 이 x에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8　② 16　③ 32　④ 64　⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$을 대입하면,
$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
$\therefore\ 2^5 = 32$

3. x에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함) 의 합은?

① 0　② 16　③ 32　④ 64　⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(4x^2-3x+1)^5 = a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$과 같이 된다.
여기서 모든 계수들의 합
$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$을 구하려면
$x=1$을 대입하면 된다.
즉, $(4-3+1)^5 = a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$
모든 계수들의 합은 $2^5=32$

4. $x^3 - x^2 + 2 = (x+1)^3 + a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 항등식일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

$$\begin{array}{r|rrrr}
-1 & 1 & -1 & 0 & 2 \\
 & & -1 & 2 & -2 \\
\hline
-1 & 1 & -2 & 2 & \boxed{0} \\
 & & -1 & 3 & \\
\hline
-1 & 1 & -3 & \boxed{5} & \\
 & & -1 & & \\
\hline
 & 1 & \boxed{-4} & &
\end{array}$$

$\therefore\ a = -4,\ b = 5,\ c = 0$

$\therefore\ a + b + c = 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$2 = 1 + a + b + c$

$\therefore\ a + b + c = 1$

5. $x^3 + 2x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$가 x의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 $a+b+c+d$의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

양변에 $x = 2$를 대입하면

$8 + 8 - 2 + 1 = a + b + c + d$

$\therefore\ a + b + c + d = 15$

해설

(i) a, b, c, d의 값을 각각 구하려면 우변을 전개하여 계수비교를 하거나

(ii) 조립제법 : 좌변을 $x-1$로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b가 되고 마지막 몫의 계수가 a이다.

6. 다항식 $(x^3+x^2-2x-1)^5$ 을 전개한 식이 $a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{14}x^{14}+a_{15}x^{15}$ 일 때, $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{14}-a_{15}$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(x^3+x^2-2x-1)^5$
$=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+\cdots+a_{14}x^{14}+a_{15}x^{15}$
양변에 $x=-1$을 대입하면
$(-1+1+2-1)^5=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots+a_{14}-a_{15}=1$