1. 삼각형의 합동에 대한 설명 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ 정삼각형은 모두 합동이다.

㉡ 세 변의 길이가 각각 같은 두 삼각형은 합동이다.

㉢ 넓이가 같은 두 삼각형은 합동이다.

㉣ 합동인 두 삼각형은 넓이가 같다.

㉤ 세 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 합동이다.

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠. 정삼각형이라도 길이가 다르면 합동이 될 수 없다.
㉢. 넓이가 같다고 해서 항상 합동이 되는 것은 아니다.
예) 밑변의 길이가 12cm, 높이가 6cm 인 삼각형과 밑변의 길이가 6cm, 높이가 12cm 인 삼각형은 넓이는 같지만 합동은 아니다.
㉤. 각의 크기가 같다고 해서 합동이 되는 것은 아니다.

2. 두 변의 길이가 $5\,\mathrm{cm}$, $7\,\mathrm{cm}$이고, 한 내각의 크기가 $40°$일 때, 만들 수 있는 삼각형은 몇 가지인가?

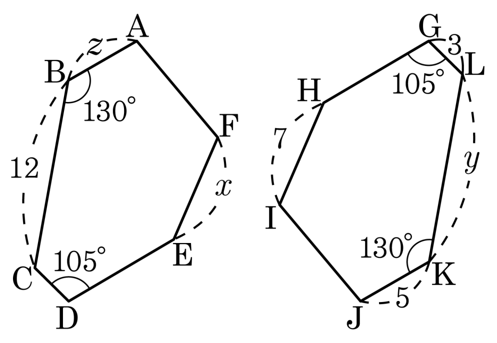
▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 3가지

해설

$40°$가 $5\,\mathrm{cm}$와 $7\,\mathrm{cm}$ 사이 끼인 각일 경우 1가지와 끼인 각이 아닐 경우 2가지가 있다. 그러므로 만들 수 있는 삼각형은 총 3가지이다.

3. 다음 그림에서 육각형 ABCDEF 와 육각형 JKLGHI 는 서로 합동이다. $\frac{10(y-x)}{z}$ 값을 구하여라.



▶ 답 :

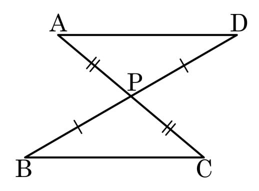
▷ 정답 : 10

해설

$x=\overline{EF}=\overline{HI}=7$
$y=\overline{LK}=\overline{CB}=12$
$z=\overline{AB}=\overline{JK}=5$

$\Rightarrow \frac{10(y-x)}{z}=\frac{10(12-7)}{5}=10$

4. 다음 그림에서 두 삼각형의 합동조건을 구하여라.



▶ 답 : ______ 합동

▷ 정답 : SAS 합동

해설

두 변의 길이가 같고, 그 끼인 각의 크기가 같으므로 SAS 합동이다.

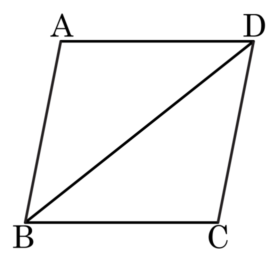
5. 다음 중 삼각형의 합동의 조건인 것은 어느 것인가?

① 세 변의 길이의 비가 같다.
② 두 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같다.
③ 두 변의 길이와 그 끼인 각의 크기가 같다.
④ 세 각의 크기가 같다.
⑤ 한 변의 길이의 비가 같고 양 끝각의 크기가 같다.

해설

삼각형의 합동 조건
- 대응하는 세 변의 길이가 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각이 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 같을 때

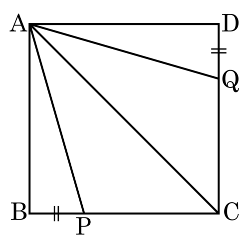
6. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고 $\triangle ABD$ 의 넓이가 $40cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① $70cm^2$ ② $75cm^2$ ③ $80cm^2$
④ $85cm^2$ ⑤ $90cm^2$

해설
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)
$\therefore$ ($\square ABCD$ 의 넓이)$= 40 \times 2 = 80(cm^2)$

7. 다음 그림의 정사각형에서 '$\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이면 $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 이다.' 를 증명할 때 사용되는 삼각형의 합동조건을 구하여라.



▶ 답 : 합동

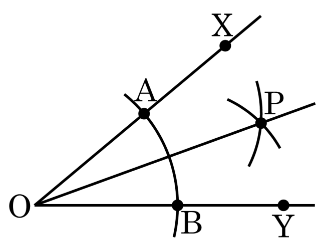
▷ 정답 : SAS 합동

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle ADQ$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이고
$\angle ABP = \angle ADQ = 90°$ 이므로
$\triangle ABP \equiv \triangle ADQ$ (SAS 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{AQ}$

8. 다음은 각의 이등분선을 작도하였을 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 보인 것이다. (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

보기



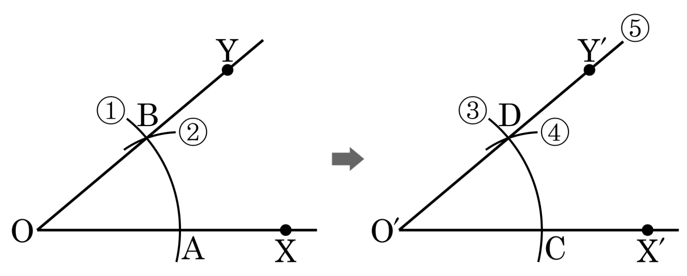
$\triangle AOP$ 와 $\triangle BOP$ 에서
$\overline{AO} = \overline{BO}$,
$\overline{AP} =$ (가),
(나) 는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ ((다) 합동)

① $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, SSS ② $\overline{AB}$, $\overline{OP}$, SSS ③ $\overline{BP}$, $\overline{AB}$, SSS
④ $\overline{BP}$, $\overline{OP}$, SSS ⑤ $\overline{BP}$, $\overline{AB}$, SAS

해설

$\overline{AO} = \overline{BO}$,
$\overline{AP} = \overline{BP}$
$\overline{OP}$ 는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (SSS 합동)

9. 다음은 $\angle XOY$ 와 크기가 같은 각을 $\overrightarrow{O'X'}$ 를 한 변으로 하여 $\triangle BOA \equiv \triangle DO'C$ 가 SSS 합동임을 보이기 위해 작도하는 과정이다. 작도 순서대로 번호를 나열한 것은?



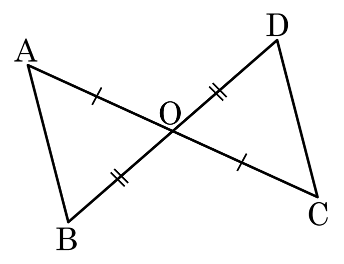
① ①-②-④-⑤-③　　② ①-②-③-④-⑤　　③ ①-⑤-③-②-④

④ ①-③-②-④-⑤　　⑤ ①-④-③-②-⑤

해설

컴퍼스와 눈금 없는 자를 이용하여
① 컴퍼스로 $\overline{OA}$ 의 길이를
③ $\overline{OD}$, $\overline{OC}$ 로 옮긴다.
② $\overline{AB}$ 의 길이를
④ $\overline{CD}$ 로 옮긴다.
⑤ 눈금없는 자로 $\overline{O'D}$ 를 잇는다.

10. 다음 그림에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이다. $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ 임을 보이려고 할 때, (　　) 안에 알맞은 각과 합동조건을 적어라.



$\overline{AO} = \overline{CO}$
$\angle AOB =$ (　　)
$\overline{BO} = \overline{DO}$
$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (　　) 합동

▶ 답 :

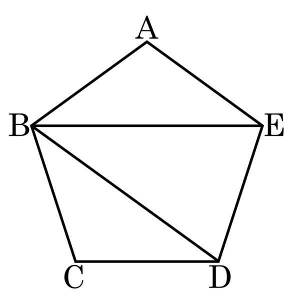
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle$ COD

▷ 정답 : SAS

해설
삼각형의 합동 조건
· 대응하는 세 변의 길이가 같을 때
· 대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각이 같을 때
· 대응하는 한 변의 길이와 양 끝각의 크기가 같을 때
이 중 '대응하는 두 변의 길이와 그 끼인각이 같을 때' 를 SAS 합동이라고 한다.

11. 다음은 정오각형 ABCDE 의 두 대각선 BE 와 BD 길이가 같음을 보인 것이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



보기

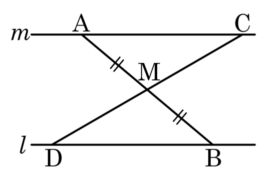
$\triangle$ABE 와 $\triangle$CBD 에서
$\overline{AB}$ = (가), (나) = $\overline{CD}$, $\angle$BAE = (다)
따라서 $\triangle$ABE ≡ $\triangle$CBD((라) 합동) 이므로 $\overline{BE}$ = (마) 이다.

① (가): $\overline{CB}$ ② (나): $\overline{AE}$ ③ (다) : $\angle$BCD
④ (라) : ASA ⑤ (마) : $\overline{BD}$

해설

두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle$ABE ≡ $\triangle$CBD
(SAS 합동이다)

12. 다음 그림에서 $\ell /\!/ m$ 이다. 점 M 이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점이고 $\triangle\mathrm{AMC} \equiv \triangle\mathrm{BMD}$ 임을 설명할 때, 사용되는 합동 조건을 구하여라.



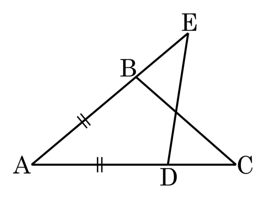
▶ 답 : ______ 합동

▷ 정답 : ASA 합동

해설

$\triangle\mathrm{AMC}$ 와 $\triangle\mathrm{BMD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}}$
($\because$ 점 M 이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점) 이고,
$l /\!/ m$ 에서 $\angle\mathrm{CAM} = \angle\mathrm{DBM}$ ($\because$ 엇각),
$\angle\mathrm{AMC} = \angle\mathrm{BMD}$ ($\because$ 맞꼭지각) 이다.
따라서 $\triangle\mathrm{AMC} \equiv \triangle\mathrm{BMD}$ (ASA 합동)

13. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABC=\angle ADE$ 일 때, $\triangle ABC \equiv \triangle ADE$ 이다. 이때 합동이 되는 이유로 알맞은 것은?



① $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}=\overline{AE}$, $\overline{BC}=\overline{DE}$

② $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}=\overline{AE}$, $\angle A$는 공통

③ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle A$는 공통, $\angle ABC=\angle ADE$

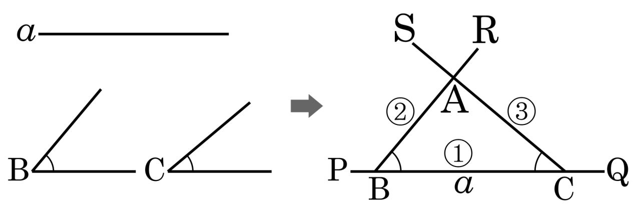
④ $\overline{BC}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{AE}$ $\angle A$는 공통

⑤ $\angle A$는 공통, $\angle ABC=\angle ADE$, $\angle ACB=\angle AED$

해설

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABC=\angle ADE$, $\angle A$ 는 공통 (ASA 합동)

14. 다음은 삼각형을 작도하는 방법이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 한 직선 PQ를 긋고, 그 위에 a와 같은 길이의 선분 BC를 잡는다.

② 반직선 BC를 한 변으로 하는 ∠B를 작도하고, 그 각을 ∠RBC라고 한다.

③ 반직선 CB를 한 변으로 하는 ∠C를 작도하고, 그 각을 ∠SCB라고 한다.

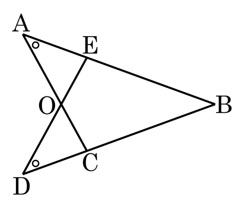
④ 반직선 BR와 CS의 교점을 A라 하면, △ABC가 구하는 삼각형이다.

⑤ △ABC를 SAS합동을 이용하여 작도한 그림이다.

해설

⑤ △ABC를 ASA합동을 이용하여 작도한 그림이다.

15. 다음 그림에서 $\angle A = \angle D$, $\overline{BA} = \overline{BD}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

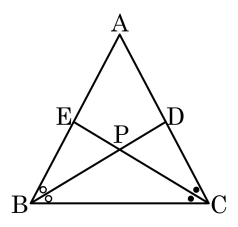


① $\triangle ACB \equiv \triangle DEB$
② $\overline{BE} = \overline{BC}$
③ $\angle ACB = \angle DEB$
④ $\overline{AE} = \overline{BE}$
⑤ $\angle OEB = \angle OCB$

해설

$\angle B$ 는 공통각이므로
$\triangle ACB \equiv \triangle DEB$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{BE} = \overline{BC}$, $\angle ACB = \angle DEB$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$이고, $\overline{BD}$는 $\angle B$의 이등분선, $\overline{CE}$는 $\angle C$의 이등분선일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



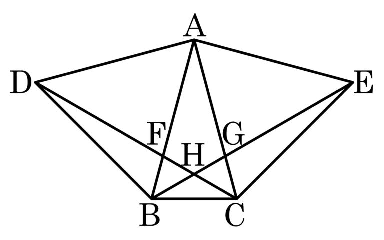
① $\overline{BD} = \overline{CE}$　　② $\overline{CD} = \overline{BE}$　　③ $\overline{AD} = \overline{CD}$

④ $\overline{AD} = \overline{AE}$　　⑤ $\overline{BP} = \overline{CP}$

해설

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$이다.
$\angle B = \angle C$, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle BCE = \angle CBD$($\overline{BD}$,$\overline{CE}$는 각의 이등분선)
$\therefore \triangle DBC \equiv \triangle ECB$(ASA 합동)
합동이면 대응하는 변의 길이와 각의 크기가 같으므로
① $\overline{BD} = \overline{CE}$
② $\overline{CD} = \overline{BE}$
④ $\overline{AB} = \overline{AC}$,
대응하는 변의 길이는 같으므로 $\overline{BE} = \overline{CD}$
$\overline{AB} = \overline{AE} + \overline{BE}$, $\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{CD}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{AD}$
⑤ $\triangle BEP \equiv \triangle CDP$(ASA 합동)이므로
$\overline{BP} = \overline{CP}$

17. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 30°$ 인 이등변삼각형의 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ABD, ACE 를 그린 것이다. $\angle BCD$ 의 크기는?



① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

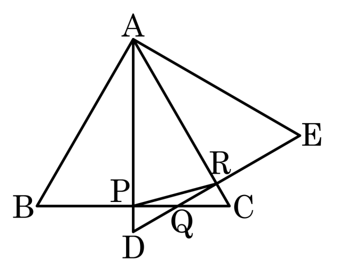
$\angle B = \angle C = \dfrac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$

$\overline{DA} = \overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle DAC$ 는 이등변삼각형

$\angle ACD = \dfrac{1}{2} \times \{180° - (30° + 60°)\} = 45°$

$\therefore\ \angle BCD = 75° - 45° = 30°$

18. 다음 그림은 합동인 두 정삼각형 ABC, ADE 를 겹쳐 놓은 것이다. $\angle PAR = 30°$ 일 때, $\angle ARP$ 의 크기는?



① $60°$　② $65°$　③ $70°$　④ $75°$　⑤ $80°$

해설

$\angle BAC = \angle BAP + \angle PAC = 60°$

$\angle DAE = \angle DAR + \angle RAE = 60°$ 이므로

$\angle BAP = \angle RAE$ ($\because \angle PAC = \angle DAR$) $\cdots$ ㉠

$\angle ABP = \angle AER = 60° \cdots$ ㉡

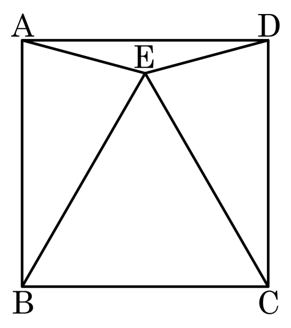
$\overline{AB} = \overline{AE} \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABP \equiv \triangle AER$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AP} = \overline{AR}$ 이므로 $\triangle APR$ 은 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle ARP = (180° - 30°) \div 2 = 75°$

19. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 정사각형이고 $\triangle EBC$ 가 정삼각형이면 $\triangle EAB \equiv \triangle EDC$ 이다. 이 때, 사용된 삼각형의 합동조건은?

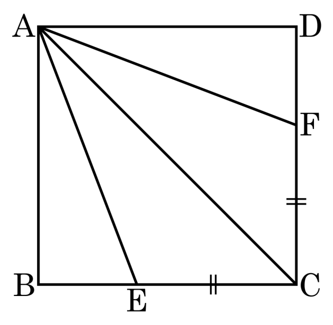


① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ AAA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\square ABCD$가 정사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}$
$\triangle EBC$가 정삼각형이므로 $\overline{EB} = \overline{EC}$, $\angle EBC = \angle ECB = 60°$
따라서 $\angle ABE = 90° - \angle EBC = 30°$
$\angle DCE = 90° - \angle ECB = 30°$
따라서 SAS 합동이다.

20. 다음 그림의 정사각형ABCD 에서 $\overline{EC} = \overline{FC}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① 합동인 삼각형은 모두 3 쌍이다.

② $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 는 ASA 합동이다.

③ $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$

④ $\triangle ABE \equiv \triangle AEC$

⑤ $\triangle ACE \equiv \triangle ACF$

해설

① 합동인 삼각형은$\triangle ABE$ 와$\triangle ADF$,$\triangle ABC$ 와$\triangle ADC$,$\triangle AEC$ 와$\triangle AFC$, 모두 세 쌍이다.
② $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ (SSS 합동, SAS 합동)
:$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = \overline{DC}$, $\overline{AC}$ 는 공통 $\therefore$ SSS합동
$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = \overline{DC}$, $\angle B = \angle D$ $\therefore$ SAS합동
③ $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(SAS합동)
:$\angle B = \angle D = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$ $\therefore$ SAS합동
⑤ $\triangle ACE \equiv \triangle ACF$(SAS합동)
:$\overline{EC} = \overline{FC}$, $\angle ACE = \angle ACF = 45°$, $\overline{AC}$ 는 공통 $\therefore$ SAS합동