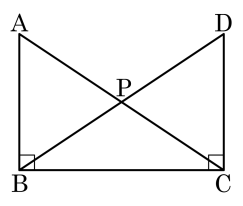
1. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이면 $\triangle PBC$ 는 어떤 삼각형인가?

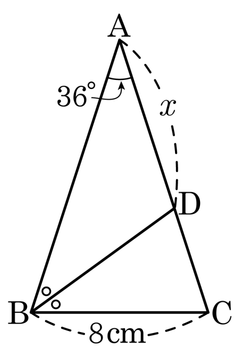


① 정삼각형
② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형
④ 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
i) $\overline{AC} = \overline{DB}$
ii) $\angle ABC = \angle DCB = 90°$
iii) $\overline{AB} = \overline{DC}$
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB$ 이므로
$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

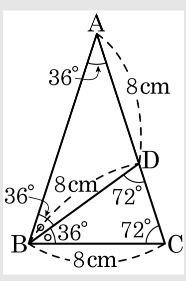
2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 8 cm

해설

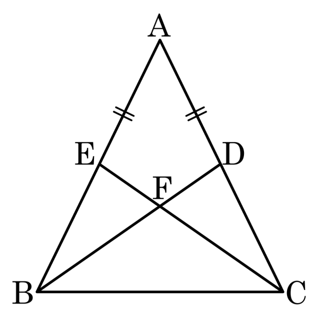


$\angle A = 36°$ 이고, $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 36°) = 72°$ 이다.

$\angle ABD = \angle CBD = 36°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 두 내각의 크기가 같게 되고, $\angle BCD = \angle BDC = 72°$ 이므로 $\triangle BCD$ 도 두 내각의 크기가 같으므로, 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 이등변삼각형ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 일 때, $\triangle FBC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

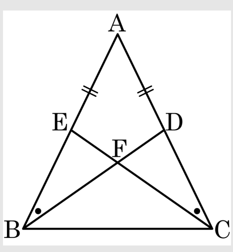


▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

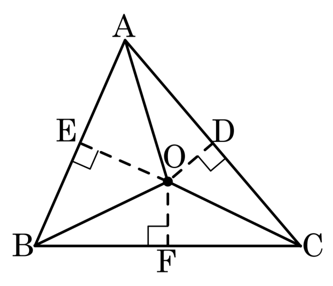
해설

다음 그림에서 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동 : $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통) 이므로 $\angle EBF = \angle DCF$ 이다.



따라서 $\angle FBC = \angle FCB$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 이등변삼각형이다

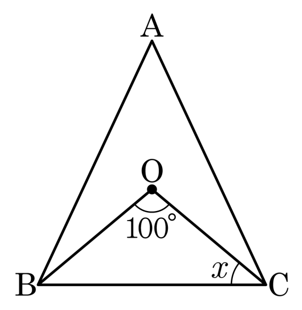
4. 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?



① △OBE ≡ △OBF ② △OCF ≡ △OCD
③ △OBE ≡ △OAE ④ △AOD ≡ △COD
⑤ △OBF ≡ △OCF

해설
△AOE ≡ △BOE, △OBF ≡ △OCF, △AOD ≡ △COD 이다.

5. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

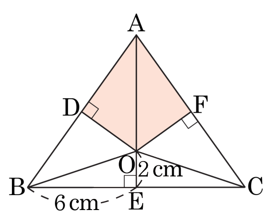


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\triangle ABC = 50\,\text{cm}^2$일 때, $\square ADOF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $19\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

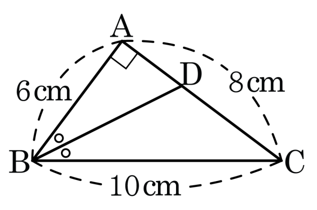
$\triangle OBE = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$

또한, $\triangle OBE \equiv \triangle OCF$, $\triangle OCF \equiv \triangle OAF$, $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$(RHS 합동)이므로

$$\begin{aligned} \triangle OBE + \triangle OCF + \triangle OAD &= \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \\ &= 25(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ \square ADOF &= \triangle AOD + \triangle AOF \\ &= \triangle AOD + \triangle COF \\ &= 25 - 6 \\ &= 19(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 가 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

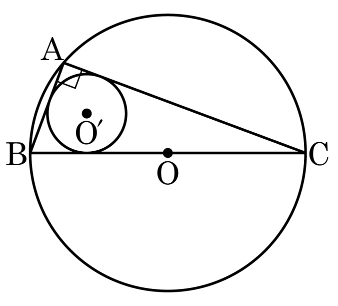
$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$(RHA합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이다.

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle DBC$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{ED} = x\text{cm}$ 라 하면

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times x + \frac{1}{2} \times 10 \times x$ 이다.

따라서 $\overline{AD} = x = 3\text{cm}$ 이다.

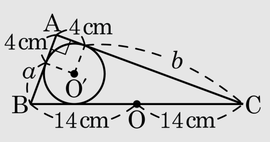
8. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 14cm, 4cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿ cm^2

▷ 정답 : $128\,\text{cm}^2$

해설



$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 28 \times 4$

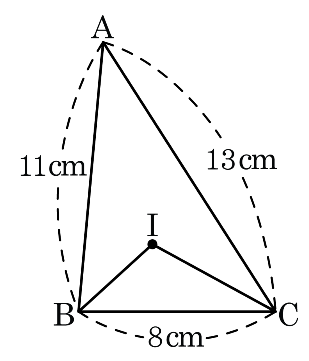
$= 2a + 8 + 2b + 8 + 56$

$= 2(a+b) + 72$

$= 2 \times 28 + 72$

$= 128(\text{cm}^2)$

9. 삼각형ABC 에서 점 I 는 내심이고 $\triangle\mathrm{ABC}=48\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{IBC}$ 의 넓이는?



① $8\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\,\mathrm{cm}^2$ ③ $14\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $18\,\mathrm{cm}^2$

해설

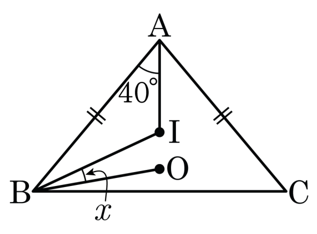
$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}r(a+b+c)$

$=\dfrac{1}{2}r(11+13+8)=48$

$r=3\,\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{IBC}=\dfrac{1}{2}\times3\times8=12(\,\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 I, O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심, 외심일 때 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\triangle$ABC 의 외심이 점 O일 때,

$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로

$\angle A = 80°$, $\angle BOC = 160°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I일 때,

$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

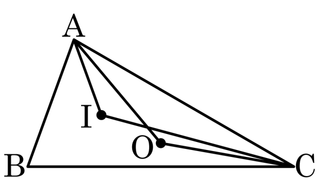
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 80° + 90° = 130°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 10°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 50° = 25°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 25° - 10° = 15°$ 이다.

11. 다음그림에서 삼각형 ABC 내부의 점 O 와 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이다.$\angle AOC - \angle AIC = 15°$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기= (　　)° 이다. 빈 칸을 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC - \angle AIC = 2\angle B - \left(\frac{1}{2}\angle B + 90°\right) = 15°$ 일 때, $\angle B = 70°$ 이다.

$\angle B = 70°$ 이고, $\angle AOC = 140°$ 이다. ($\because$ 점 O는 외심) , $\triangle OAC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAC = 20°$ 이다.

12. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.
② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.
③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.
⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설
② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.