

1. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i$ ,  $1 + \sqrt{-4}$ ,  $3 + 4i$ ,  $9$ ,  $i^2 + 1$

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

해설

$a + bi$  에서  $b = 0$  인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.  
 $2i$  의 허수 부분은 2,  $1 + \sqrt{-4} = 1 + 2i$  에서 허수 부분은 2이고,  
 $3 + 4i$  의 허수 부분은 4이다.  
 $9$  와  $i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$  의 허수 부분은 0이다.  
따라서 실수인 것은 9와  $i^2 + 1$  로 두 개다.

2. 두 실수  $x, y$ 에 대하여 등식  $(1+i)(x-yi) = 3+i$ 가 성립 할 때,  $2x+y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ① -1      ② 1      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}(x+y) + (x-y)i &= 3+i \\ \therefore x+y=3, x-y &= 1 \\ \therefore x=2, y &= 1 \\ \therefore 2x+y &= 5\end{aligned}$$

3.  $(2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2$  의 값은?

- ①  $8\sqrt{3}i$     ②  $4\sqrt{3}i$     ③  $-2$     ④  $0$     ⑤  $2$

해설

$$\begin{aligned} & (2 + \sqrt{3}i)^2 + (2 - \sqrt{3}i)^2 \\ &= (4 + 4\sqrt{3}i + 3i^2) + (4 - 4\sqrt{3}i + 3i^2) \\ &= 1 + 4\sqrt{3}i + 1 - 4\sqrt{3}i = 2 \end{aligned}$$

4.  $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ①  $i$       ②  $-i$       ③  $1+i$       ④  $0$       ⑤  $1$

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

5. 다음 중 옳은 것은?

①  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

②  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③  $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

②  $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③  $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤  $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

6. 실수  $x, y$ 에 대하여, 등식  $2x + y + (x - 3y)i = 3 + 2i$ 가 성립할 때,  $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하면?

- ①  $-\frac{1}{11}$     ② 11    ③ 7    ④ -7    ⑤ -11

해설

$2x + y = 3, x - 3y = 2$  이므로

$$x = \frac{11}{7}, y = -\frac{1}{7}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{11}{7} \times -\frac{7}{1} = -11$$

7.  $(x-3) + (y-2)i = 2 + 5i$ 를 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $2x+y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 10      ② 12      ③ 15      ④ 17      ⑤ 20

해설

$$x-3=2, y-2=5$$

$$\therefore x=5, y=7$$

$$\therefore 2x+y=17$$

8. 등식  $(4+i)x+2+2yi=2+5i$ 를 만족시키는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x+2y$ 의 값은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )

① -5      ② -3      ③ 0      ④ 5      ⑤ 3

해설

$$(4x+2) + (x+2y)i = 2+5i$$

$$4x+2=2, x+2y=5$$

9. 등식  $\frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} = 1 - \frac{i}{5}$  를 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $16xy$  의 값은?

- ① 97      ② 98      ③ 99      ④ 100      ⑤ 101

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= \frac{x}{1+2i} + \frac{y}{1-2i} \\ &= \frac{x(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} + \frac{y(1+2i)}{(1+2i)(1-2i)}\end{aligned}$$

$$\frac{(x+y) + 2(y-x)i}{5} \text{ 이므로}$$

$$\frac{x+y}{5} + \frac{2(y-x)i}{5} = 1 - \frac{i}{5}$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$\frac{x+y}{5} = 1, \quad \frac{2(y-x)}{5} = -\frac{1}{5}$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$x = \frac{11}{4}, \quad y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore 16xy = 16 \cdot \frac{11}{4} \cdot \frac{9}{4} = 99$$

10. 등식  $(1 - 2i)x + (2 + i)y = 4 - 3i$  를 만족하는 실수  $x + y$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 8

해설

$(1 - 2i)x + (2 + i)y = 4 + 3i = 0$  에서  
 $(x + 2y - 4) + (-2x + y + 3)i = 0$   
복소수가 서로 같을 조건에 의하여  
 $x + 2y - 4 = 0, -2x + y + 3 = 0$   
위의 두 식을 연립하여 풀면  
 $x = 2, y = 1$   
 $\therefore x + y = 3$

11. 허수단위  $i$ 에 대하여  $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

①  $1 + i$

②  $-1 + i$

③  $2i$

④  $2 + i$

⑤  $2$

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$



13. 복소수  $z = 1 - i$  라고 할 때,  $wz + 1 = \bar{w}$  를 만족하는 복소수  $w$  의 실수부분을 구하면? (단,  $\bar{w}$  는  $w$  의 켈레복소수이다.)

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 2

해설

$w = a + bi$  라고 하면

$$\begin{aligned}(a + bi)(1 - i) + 1 &= a - ai + bi + b + 1 \\ &= (a + b + 1) - (a - b)i \\ &= a - bi \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$a + b + 1 = a, \therefore b + 1 = 0 \text{ 이므로 } b = -1$$

$$a - b = b \text{ 이므로 } a + 1 = -1 \text{ 에서 } a = -2$$

따라서  $w$  의 실수부분은 -2

14.  $z = (1+i)x^2 + (2-i)x - 8 - 2i$ 에 대하여  $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수  $x$ 의 값을 구하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① -4      ② -2      ③ 2      ④ 4      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} z &= (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i \\ &= (x-2)(x+4) + (x+1)(x-2)i \end{aligned}$$

그런데,  $z^2 < 0$ 에서  $z$ 는 순허수이므로  
 $\therefore x = -4$

15.  $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$ 가 순허수가 되도록 실수  $a$ 의 값을 구하면?

- ① -10    ② -8    ③ -6    ④ -4    ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i \\ &= (a^2 + 2a - 8) + i(a^2 + a - 6) \\ &= (a+4)(a-2) + i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에  $a=2$ 가 되면 실수가 된다.  
 $a \neq 2, \therefore a = -4$

16. 복소수  $z = (2+i)a^2 + (1+4i)a + 2(2i-3)$ 이 순허수일 때, 실수  $a$ 의 값은?

- ① -2      ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로  $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a+2)(2a-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데  $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

17.  $(1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i$  가 순허수일 때,  $x$  의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ -3      ④ 1, 3      ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} & (1+i)x^2 + 2(1+2i)x - 3 + 3i \\ &= x^2 + x^2i + 2x + 4xi - 3 + 3i \\ &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 + 4x + 3)i \end{aligned}$$

순허수를 만족하려면 실수부=0, 허수부 $\neq 0$ 이어야 한다.  
 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면서,  $x^2 + 4x + 3 \neq 0$ 인  $x$  값을 찾아야 한다.  
 $\therefore x = 1$

18.  $\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$  의 값은?

- ①  $i$       ②  $-i$       ③  $-\frac{i}{2}$       ④  $\frac{1-i}{2}$       ⑤  $\frac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4} = \frac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1} = \frac{-i}{1} = -i$$

19.  $\frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{50}}$  의 값은?

①  $-1+i$

②  $-1-i$

③  $0$

④  $1+i$

⑤  $1-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \dots + \frac{1}{i^{50}} \\ & \left( \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \frac{1}{i^4} \right) + \left( \frac{1}{i^5} + \frac{1}{i^6} + \frac{1}{i^7} + \frac{1}{i^8} \right) + \dots \\ & + \left( \frac{1}{i^{45}} + \frac{1}{i^{46}} + \frac{1}{i^{47}} + \frac{1}{i^{48}} \right) + \frac{1}{i^{49}} + \frac{1}{i^{50}} \\ & = \left( \frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \left( \frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \dots \\ & + \left( \frac{1}{i} - 1 - \frac{1}{i} + 1 \right) + \frac{1}{i} - 1 \\ & = \frac{1}{i} - 1 = -i - 1 \end{aligned}$$

20.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008}$  을 간단히 하면?

- ①  $-1$     ②  $0$     ③  $1$     ④  $i$     ⑤  $-i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1+i}{1-i} &= \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} \\ &= \frac{2i}{2} = i \\ \therefore \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2008} &= i^{2008} \\ &= (i^4)^{502} = 1\end{aligned}$$

21.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$  을 간단히 하면?

- ① 0      ②  $1-i$       ③  $1+i$       ④  $-2i$       ⑤  $2i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i, \quad \frac{1-i}{1+i} = \frac{1}{i} = -i$$

$$\therefore (\text{준식}) = (i)^7 + (-i)^8 = -i + 1$$

22.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$  를 간단히 하면?

- ①  $-2i$     ②  $2i$     ③  $1+i$     ④  $1-i$     ⑤  $i$

해설

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right) = i, \left(\frac{1-i}{1+i}\right) = -i \text{ 고 } i^4 = 1$$

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2004} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$$

$$= i^{2004} + (-i)^{2005}$$

$$= i^{4 \times 501} + (-i)^{4 \times 501} \times (-i)$$

$$= 1 + (-i)$$

$$= 1 - i$$

23.  $i^{2000} + i^{2002} + i^{2003} + i^{2004}$ 의 값을 구하면?

- ① 1      ②  $1-i$       ③  $1+i$       ④  $-1$       ⑤ 0

해설

$i^4 = 1$  이므로

$i^{4k} = 1, i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = -1, i^{4k+3} = -i$

(준식)  $= 1 + (-1) + (-i) + 1$   
 $= 1 - i$