

1.  $x$  에 대한 다항식  $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$  에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 내림차순으로 정리하면  $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$  이다.
- ㉡ 오름차순으로 정리하면  $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$  이다.
- ㉢ 주어진 다항식은  $x$  에 대한 3 차식이다.
- ㉣  $x^3$  의 계수는 3이다.
- ㉤ 상수항은  $-4$  이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣  $x^3$  의 계수는  $3y$  이다.

㉤ 상수항은  $5y - 4$  이다.

2. 두 다항식  $A, B$  에 대하여  $A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5$ ,  $2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1$  일 때, 두 다항식  $A, B$  를 구하면?

①  $A = x^3 + x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - 3x^2 + 3x + 3$

②  $A = x^3 - x^2 + x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$

③  $A = x^3 - x^2 + x - 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 3x + 7$

④  $A = x^3 - x^2 - x + 2$ ,  $B = -2x^3 - x^2 + 5x + 3$

⑤  $A = 3x^3 - 3x^2 + 3x + 6$ ,  $B = -4x^3 + x^2 + x - 1$

### 해설

$$A + B = -x^3 - 2x^2 + 4x + 5 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$2A - B = 4x^3 - x^2 - x + 1 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

$$(\textcircled{\Gamma} + \textcircled{\text{L}}) \div 3 : A = x^3 - x^2 + x + 2$$

$$(2\textcircled{\Gamma} - \textcircled{\text{L}}) \div 3 : B = -2x^3 - x^2 + 3x + 3$$

3. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $\Delta, \nabla$ 를  $A\Delta B = 2A + B$ ,  $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$ ,  $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때  $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

①  $2x^3 - 18x - 10$

②  $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③  $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$

④  $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤  $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned}A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B\end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후  $A, B$ 에 대입하여 정리한다.

4. 세 다항식  $A = x^2 + 3x - 2$ ,  $B = 3x^2 - 2x + 1$ ,  $C = 4x^2 + 2x - 3$  에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

①  $3x^2 + 12x - 13$

②  $-3x^2 + 24x + 21$

③  $3x^2 - 12x + 21$

④  $-3x^2 - 24x + 21$

⑤  $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$

$$= -2A + 5B - 4C$$

$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$

$$= -3x^2 - 24x + 21$$

5. 다항식  $x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$  의 차수는?

① 2차

② 3차

③ 6차

④ 7차

⑤ 8차

해설

$$x^5 \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}\right)$$

$$= x^2(x^2 + 1)(x^2 + 2x + 3)$$

∴ 6차 다항식

6.  $A$ 를  $B$ 로 나눈 몫을  $Q$ , 나머지를  $R$ 라 하고,  $Q$ 를  $B'$ 으로 나눈 몫은  $Q'$ , 나머지는  $R'$ 이라 한다.  $A$ 를  $BB'$ 으로 나눈 나머지는? (단, 모든 문자는 자연수이다.)

①  $R + R'B$

②  $R' + RB$

③  $RR'$

④  $R$

⑤  $R'$

### 해설

주어진 조건을 식으로 나타내면

$$A = BQ + R \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$Q = B'Q' + R' \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$A = B(B'Q' + R') + R$$

$$= (BB')Q' + (R + R'B)$$

$R + R'B$ 가  $A$ 를  $BB'$ 로 나눈 나머지가 되기 위해서는  $R + R'B < BB'$ 이어야 한다.

그런데  $R \leq B - 1$ ,  $R' \leq B' - 1$ 이므로

$$R + R'B \leq (B - 1) + (B' - 1)B$$

$$= BB' - 1 < BB'$$

따라서  $A$ 를  $BB'$ 으로 나눈 나머지는  $R + R'B$ 이다.

7. 사차식  $3x^4 - 5x^2 + 4x - 7$ 을 이차식  $A$ 로 나누었더니 몫이  $x^2 - 2$ 이고 나머지가  $4x - 5$ 일 때, 이차식  $A$ 를 구하면?

①  $3x^2 - 2$

②  $3x^2 - 1$

③  $3x^2$

④  $3x^2 + 1$

⑤  $3x^2 + 2$

해설

$$\text{검산식 : } 3x^4 - 5x^2 + 4x - 7 = A(x^2 - 2) + 4x - 5$$

$$A = \frac{3x^4 - 5x^2 - 2}{x^2 - 2} = 3x^2 + 1$$

8. 다항식  $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$  를 다항식  $B$  로 나눌 때, 몫이  $2x - 1$  , 나머지가  $-7x - 2$  이다. 다항식  $B = ax^2 + bx + c$  일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$  의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

### 해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$  이다.

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을  $2x - 1$  로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

9. 다항식  $2x^2 + 5ax - a^2$  을 다항식  $P(x)$  로 나눈 몫이  $x + 3a$ , 나머지가  $2a^2$  일 때, 다항식  $(x + a)P(x)$  를 나타낸 것은?

①  $x^2 + 2ax - 2a^2$

②  $x^2 - a^2$

③  $2x^2 + 3ax + a^2$

④  $2x^2 - 3ax - a^2$

⑤  $2x^2 + ax - a^2$

해설

$2x^2 + 5ax - a^2 = P(x)(x + 3a) + 2a^2$  이므로

$$P(x)(x + 3a) = 2x^2 + 5ax - 3a^2$$

따라서, 다항식  $P(x)$  는  $2x^2 + 5ax - 3a^2$  을  $x + 3a$  로 나눈 몫이므로

$$P(x) = 2x - a$$

$$\begin{aligned}\therefore (x + a)P(x) &= (x + a)(2x - a) \\ &= 2x^2 + ax - a^2\end{aligned}$$

10. 다항식  $f(x)$  를  $x + \frac{1}{3}$  으로 나누었을 때, 몫과 나머지를  $Q(x)$ ,  $R$  라고 한다. 이 때,  $f(x)$  를  $3x + 1$  으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

①  $Q(x)$ ,  $R$

②  $3Q(x)$ ,  $3R$

③  $3Q(x)$ ,  $R$

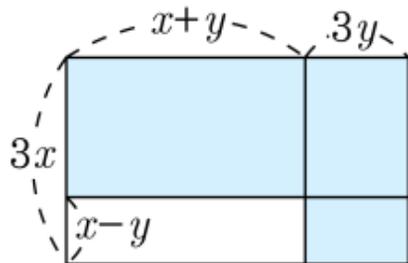
④  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $R$

⑤  $\frac{1}{3}Q(x)$ ,  $\frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left( x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3}Q(x) (3x + 1) + R$$

11. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때,  $y^2$  항의 계수는?



① -2

② -1

③ 0

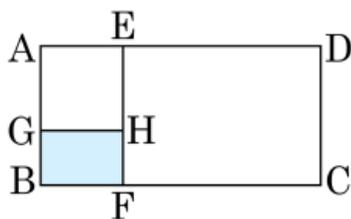
④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}
 & (x + 4y)(3x) - (x + y)(x - y) \\
 &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\
 &= 2x^2 + 12xy + y^2
 \end{aligned}$$

12. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고,  $\overline{AD} = a$ ,  $\overline{AB} = b$  일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ①  $a^2 - 2ab - b^2$                       ②  $a^2 + 3b^2 - 2ab$   
 ③  $-a^2 + 3ab - 2b^2$                       ④  $-a^2 + 3ab - b^2$   
 ⑤  $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

13.  $x+y+z = 4$ ,  $xy+yz+zx = 1$ ,  $xyz = 2$  일 때,  $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 의 값을 구하면?

① 16

② 8

③ 4

④ 2

⑤ 1

해설

$(xy + yz)(yz + zx)(zx + xy)$ 을

$xy + yz + zx = 1$ 을 이용하여 변형하면

$(xy + yz)(yz + zx)(zx + xy)$

$= (1 - zx)(1 - xy)(1 - yz)$

$= 1 - (xy + yz + zx) + (x^2yz + xy^2z + xyz^2) - (xyz)^2$

$= 1 - (xy + yz + zx) + xyz(x + y + z) - (xyz)^2$

$= 1 - 1 + 2 \cdot 4 - 4$

$= 4$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$(x - a)(x - b)(x - c)$

$= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc$

14.  $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

①  $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

②  $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③  $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤  $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

15.  $(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8)$  을 간단히 하면?

①  $4^8 + 3^8$

②  $4^{15} - 3^{15}$

③  $4^{15} + 3^{15}$

④  $4^{16} - 3^{16}$

⑤  $4^{16} + 3^{16}$

해설

$$\begin{aligned} & (4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4 - 3)(4 + 3)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^2 - 3^2)(4^2 + 3^2)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^4 - 3^4)(4^4 + 3^4)(4^8 + 3^8) \\ &= (4^8 - 3^8)(4^8 + 3^8) \\ &= 4^{16} - 3^{16} \end{aligned}$$

16.  $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$  의 값을 구하면?

①  $2^{32} - 1$

②  $2^{32} + 1$

③  $2^{31} - 1$

④  $2^{31} + 1$

⑤  $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에  $(2 - 1) = 1$  을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$P = (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$$

$$= \vdots$$

$$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)$$

$$= 2^{32} - 1$$

17.  $(1 + 2x - 3x^2 + 4x^3 - 5x^4 + 6x^5 + 7x^6)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

$x^3$ 을 만들 수 있는 것은

(3차항)×(상수항), (2차항)×(1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

18. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x) + (1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

i)  $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

:  $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,  
계수 = 2

:  $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에  $x$ 를 곱할 때,  
계수 = 1

ii)  $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,

$$(Y+1)^3 = Y^3 + 3Y^2 + 3Y + 1$$

$$3Y = 3x + 3x^2 + 3x^3$$

일차항의 계수 = 3, 다른 항에는 일차항이 없다.

i), ii)에서  $2+1+3=6$

19.  $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$\begin{aligned} & 10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2) \\ &= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5 \\ &= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8 \\ &\therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18 \end{aligned}$$

20.  $\frac{2005^3 + 1}{2005 \times 2004 + 1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

2005 =  $x$  로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{x^3 + 1^3}{x(x-1) + 1} \\ &= \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 \\ &= 2006\end{aligned}$$

21.  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14 (x > 0)$  일 때,  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  의 값은?

① 36

② 44

③ 52

④ 68

⑤ 82

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \text{ 이므로}$$

$$x + \frac{1}{x} = 4 \quad (\because x > 0)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 52$$

22.  $a + b + c = 0$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$  일 때,  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$  의 값은?

①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{1}{2}$

③ 0

④ 1

⑤ 4

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$  에 대입하면

$$ab + bc + ca = -\frac{1}{2}$$

$(ab + bc + ca)^2 = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$

$$\frac{1}{4} = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c)$$

따라서  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \frac{1}{4}$

23.  $a+b+c=1$ ,  $ab+bc+ca=1$ ,  $abc=1$  일 때,  $a^3+b^3+c^3$  의 값은?

① 3

② -3

③ 1

④  $\frac{1}{3}$

⑤  $\frac{1}{9}$

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$1 = a^2 + b^2 + c^2 + 2$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = -1$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3 = 1 \cdot (-1 - 1) = -2$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 1$$

24.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots \text{①}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를  $x$ 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

①에 대입하면,  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$

25. 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $x^2 + y^2 = 7$ ,  $x + y = 3$  일 때,  $x^5 + y^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 123

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \text{에서 } 3^2 = 7 + 2xy, xy = 1$$

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \text{에서 } x^3 + y^3 = 18$$

$$\begin{aligned} x^5 + y^5 &= (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \\ &= 7 \times 18 - 1^2 \times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$