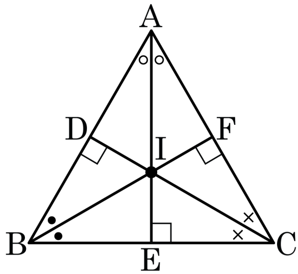
1. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



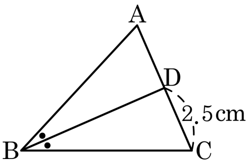
$\triangle IBE$와 $\triangle IBD$에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{\quad\quad} \cdots ①$
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{\quad\quad} = \overline{IF} \cdots ㉡$
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

2. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변 삼각형이다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① 4.2cm　② 4.4cm　③ 4.6cm

④ 4.8cm　⑤ 5cm

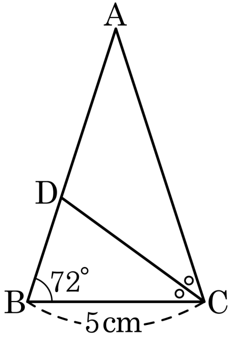
해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD} \perp \overline{AC}$, $\overline{CD} = \overline{AD}$

따라서 $\overline{AC} = 2.5 + 2.5 = 5(\text{cm})$

3. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형이다. $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

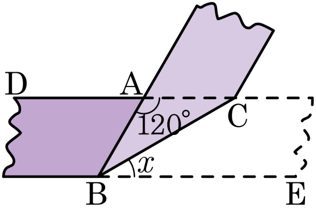


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\angle B = \angle C = 72°$ 이고 $\angle BCD = \angle ACD = 36°$ 이므로, $\angle A = 36°$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BC} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$ 이다.

4. 폭이 일정한 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



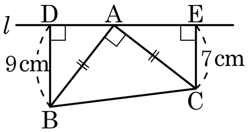
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\angle EBC = \angle ACB = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle EBC = \angle ACB = \angle ABC = \angle x$ 가 된다. 따라서 $\triangle ABC$ 가 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $120^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$, $\angle x = 30^\circ$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?



① 81cm^2 ② 96cm^2 ③ 112cm^2

④ 128cm^2 ⑤ 256cm^2

해설

$\triangle ABD$, $\triangle CAE$ 에 대하여

$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,

$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$

$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$

$\overline{AB} = \overline{CA}$

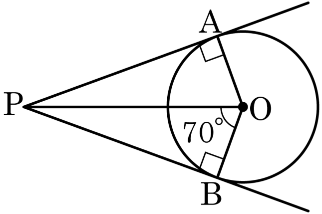
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.

사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림에 대한 설명 중 옳은 것은?



① $\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AO}$

② $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$

③ $\angle APB = 30°$

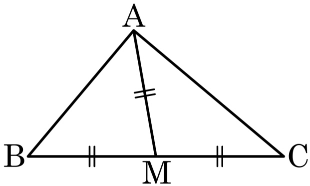
④ $\angle POA = 60°$

⑤ $\overline{PO} = \overline{AP}$

해설

$\triangle PAO$ 와 $\triangle PBO$ 에서 $\overline{OP}$ 는 공통이고, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$, $\overline{OB} = \overline{AO}$ 는 반지름으로 같으므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ 는 RHS 합동이다.

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 위의 한 점 M 에 대하여 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, $\angle A = (\quad)^\circ$ 인지 괄호를 채워 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\triangle ABM$은 이등변삼각형이므로

$\angle BAM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BMA) \cdots ㉠$

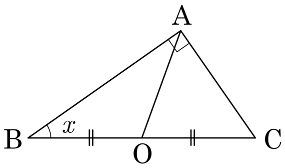
$\triangle ACM$은 이등변삼각형이므로

$\angle CAM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle CMA) \cdots ㉡$

㉠, ㉡에서

$$\begin{aligned} \angle A &= \angle BAM + \angle CAM \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2} \times (\angle BMA + \angle CMA) \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2} \times 180^\circ \\ &= 90^\circ \end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 점 O는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형의 빗변의 중점이다. $\angle AOB : \angle AOC = 11 : 7$일 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad °}$

▷ 정답 : $\underline{35°}$

해설

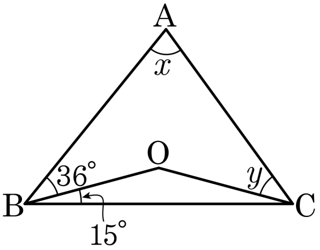
$\angle AOB : \angle AOC = 11 : 7$이므로

$\angle AOB = 180° \times \dfrac{11}{18} = 110°$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned}\angle B &= \frac{1}{2}(180° - 110°)\\ &= \frac{1}{2} \times 70°\\ &= 35°\end{aligned}$$

9. 다음 그림에서 점 O 는 △ABC 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 36 °

해설

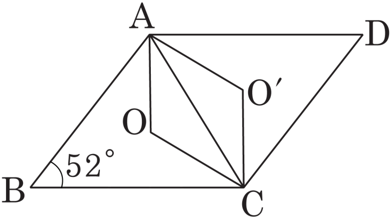
$2\angle\mathrm{OAC} = 180° - (36°\times 2 + 15°\times 2) = 78°$

$\therefore \angle\mathrm{OAC} = 39° = \angle y$

$\angle x = 36° + 39° = 75°$

$\angle x - \angle y = 75° - 39° = 36°$

10. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

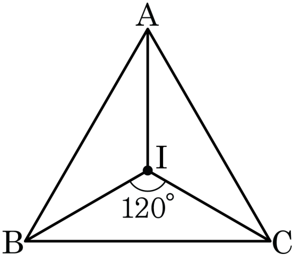


① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$
이때, $\square OAO'C$는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$
따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle BIC = 120°$일 때, $\angle BAI = (\qquad)°$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

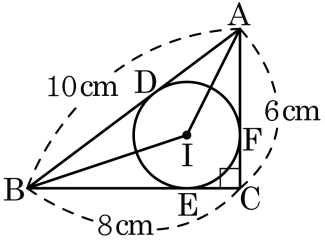
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle BIC = 120° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$,

$\angle A = \angle BAC = 60°$

$\therefore \angle BAI = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



① 4cm^2　② 6cm^2　③ 8cm^2
④ 10cm^2　⑤ 12cm^2

해설

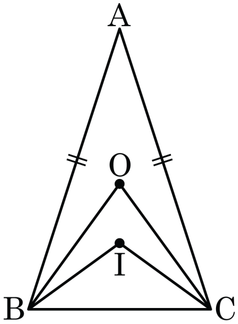
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$\begin{aligned}(\triangle ABC\text{의 넓이}) &= \frac{1}{2}\times 8\times 6\\ &= \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)\\ &= 24\end{aligned}$$

$\therefore\ r = 2\,\text{cm}$

$(\triangle IAB\text{의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 $2\angle A = \angle B$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심, 점 O 는 외심일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}\ ^\circ$

▷ 정답 : 18 $\underline{\ ^\circ}$

해설

$2\angle A = \angle B$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $5\angle A = 180^\circ, \angle A = 36^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC = 72^\circ$ 이다.

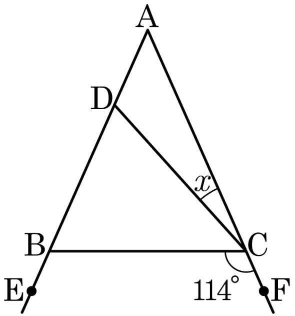
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36^\circ + 90^\circ = 108^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$ 이다.

14. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 18°　　② 24°　　③ 30°　　④ 36°　　⑤ 42°

해설

$\triangle ABC$ 에서

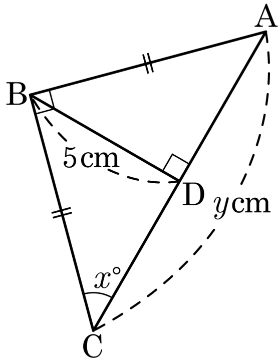
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$ 에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하자. 이 때, $x-y$의 값은?



① 30 ② 32 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180° - 90°) = 45°$

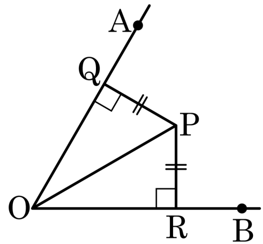
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45°$이므로

$\triangle CBD$는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,\text{cm}$인 이등변삼각형이고, 점 D는 $\overline{AC}$의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

16. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양끝각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

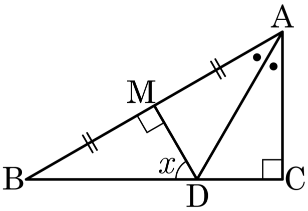
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

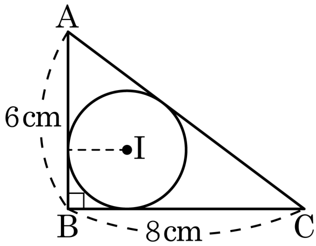
$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠

$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $3x = 180°$

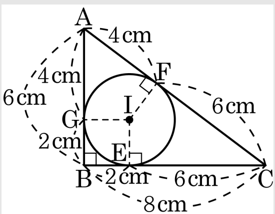
$\therefore \angle x = 60°$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



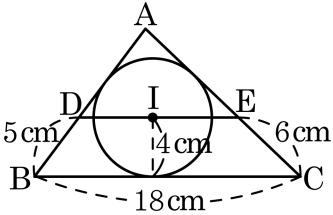
① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2 cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{ cm}$ 이다. $\overline{AD} = 4\text{ cm}, \overline{EC} = 6\text{ cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{ cm})$ 이다.

19. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이고 반지름이 4cm 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ **정답 :** $58\,\underline{\text{cm}^2}$

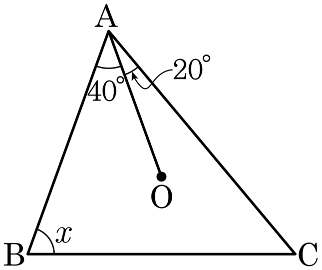
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(\text{cm})$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 58(\text{cm}^2)$ 이다.

20. 다음 그림에서 △ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle OAC = \angle OCA = 20°$, $\angle OBC = \angle OCB$ 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 30°$
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.