1. ${}_nC_4 = {}_nC_6$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $n = 10$

해설

$n = 4 + 6 = 10$

2. 남자 4 명, 여자 6 명 중에서 남자 2 명, 여자 3 명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36 ② 72 ③ 120 ④ 144 ⑤ 156

해설

${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$

3. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 20 가지

해설

${}_6C_3 = 20$

4. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$\therefore {}_9C_2 = 36$

5. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35 ② 72 ③ 108 ④ 144 ⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.

$\therefore {}_3C_2 \times 4! = 72$

6. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120 ② 240 ③ 300 ④ 360 ⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.
1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$
2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$
$\therefore 180 + 120 = 300$

7. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 21 개

해설

${}_7C_2 = 21$

8. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

$_7C_3 = 35$

9. ${}_nC_5 = {}_{n-1}C_3 + {}_{n-1}C_4$ 를 만족하는 n 의 값을 구하면?

① 5 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

${}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r$

따라서 ${}_{n-1}C_3 + {}_{n-1}C_4 = {}_nC_4$

$\therefore {}_nC_4 = {}_nC_5$

$\therefore n = 4 + 5 = 9$

10. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

${}_{n+2}C_4 = 11{}_nC_2$

▶ 답:

▷ 정답: $n = 10$

해설

${}_{n+2}C_4 = \dfrac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$,

${}_nC_2 = \dfrac{n(n-1)}{2\cdot 1}$ 이므로 조건식은

$\dfrac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1} = 11\times\dfrac{n(n-1)}{2\cdot 1}$

$n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$(n+2)(n+1) = 12\cdot 11$

$\therefore (n-10)(n+13) = 0$

$n+13 \neq 0$ 이므로 $n-10 = 0$

$\therefore n = 10$

11. 12개의 프로 야구팀이 다른 모든 팀과 각각 3번씩경기를 치르는 리그전을 벌일 때, 전체 경기 수는?

① 120 ② 144 ③ 168 ④ 198 ⑤ 200

해설

(12 개의 팀 중에서 2 개의 팀을 고르는 방법)×3
$={}_{12}C_2 \times 3 = 198$

12. 경찰관 7 명과 소방관 5 명 중에서 3 명을 뽑을 때, 3 명의 직업이 같은 경우는 몇 가지인가?

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

해설

경찰관만 뽑힐 경우와 소방관만 뽑힐 경우를 더한다.

$\therefore\ {}_7C_3 + {}_5C_3 = 45$

13. 어떤 학교의 농구 동아리 A와 B는 올해 신입생이 각각 n명과 7명이다. 5명의 신입생 연합 팀을 구성하여 다른 학교와 시합을 하려고 할 때, 동아리 A의 신입생 2명과 동아리 B의 신입생 3명으로 구성하는 방법의 수가 525가지이다. 자연수 n의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $n = 6$

해설

동아리 A의 신입생 n명 중에서 2명을 선택하는 방법의수는 ${}_nC_2$이고, 동아리 B의 신입생 7명 중에서 3명을 선택하는 방법의 수는 ${}_7C_3$이므로 구하는 방법의 수는

${}_nC_2 \times {}_7C_3 = 525$에서

$\frac{n(n-1)}{2\times 1} \times \frac{7\times 6\times 5}{3\times 2\times 1} = 525$이므로

$n(n-1) = 30$

$\therefore n = 6$

14. 1 에서 10 까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 선택할 때, 선택된 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수는?

① 27 ② 35 ③ 54 ④ 62 ⑤ 70

해설

두 수의 곱은 '홀수× 홀수' 인 경우를 제외하고
모든 경우에 짝수이므로 전체에서 홀수만 2 개
뽑는 경우를 제한다.
${}_{10}C_2 - {}_5C_2 = 45 - 10 = 35$

15. 남자 5 명과 여자 4 명 중에서 3 명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남자 1 명이 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 80 가지

해설

전체의 경우에서 여자만 뽑히는 경우의 수를 뺀다.

$\therefore {}_9C_3 - {}_4C_3 = 80$

16. $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

Y 의 원소 5 개 중 X 의 원소 $1, 2, 3$ 에
대응될 원소 3 개를 뽑으면 된다.
${}_5C_3 = 10$

17. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$에 대하여 함수 $f : X \to Y$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하여라. (단, $a \in X$, $b \in Y$)

$a < b$ 이면 $f(a) > f(b)$ 이다.

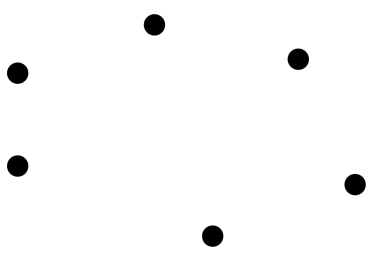
▶ 답 :

▷ 정답 : 5개

해설

Y의 원소 5개 중 X의 원소 $-1, 0, 1, 2$에
대응될 원소 4개를 뽑으면 된다.
$\therefore {}_5C_4 = 5$(개)

18. 다음 그림과 같이 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 서로 다른 6개의 점에 대하여 만들어지는 직선의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

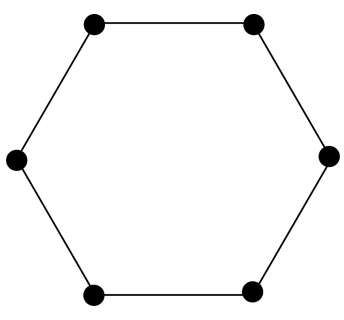
▷ 정답 : 15개

해설

두 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_6\mathrm{C}_2 = \frac{6\times 5}{2\times 1} = 15 \text{ (개)}$$

19. 그림과 같은 정육각형의 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



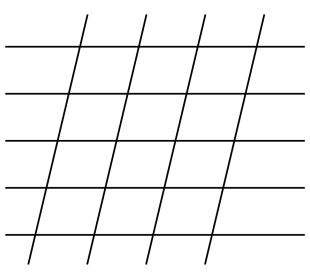
① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

정육각형의 6 개의 점 중 3 개를 선택하는 경우와 같다.

$\Rightarrow {}_6C_3 = 20$

20. 그림과 같이 5개의 평행선과 4개의 평행선이 서로만날 때, 이 평행선으로 만들어지는 평행사변형의개수는?



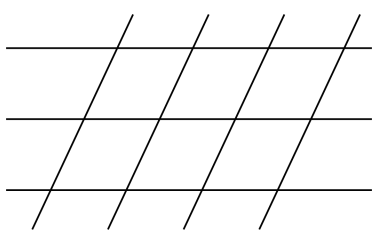
① 30 ② 40 ③ 50 ④ 60 ⑤ 70

해설

가로줄에서 2 개, 세로줄에서 2 개를 선택하면 팽행사변형이 된다.

$\therefore\ {}_4C_2 \times {}_5C_2 = 60$

21. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

22. 대학수학능력시험에서 과학탐구 영역을 선택하는 학생은 물리 Ⅰ, 화학 Ⅰ, 생물 Ⅰ, 지구과학 Ⅰ, 물리 Ⅱ, 화학 Ⅱ, 생물 Ⅱ, 지구과학 Ⅱ 이 8개 과목 중에서 최대 4과목까지 응시할 수 있다. 단, 물리 Ⅱ, 화학 Ⅱ, 생물 Ⅱ, 지구과학 Ⅱ의 4개 과목에서는 2과목까지만 선택할 수 있다. 어떤 학생이 과학탐구 영역에서 3개 과목을 선택하려고 할 때, 모든 경우의 수는?

① 48 ② 52 ③ 56 ④ 62 ⑤ 74

해설

(Ⅰ, Ⅱ) = (3, 0), (2, 1), (1, 2)가 가능하고
각각의 경우를 구해 더한다.
∴ ${}_4C_3 + {}_4C_2 \times {}_4C_1 + {}_4C_1 \times {}_4C_2 = 52$

23. H 고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 75가지

해설

라면 요리 4가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4C_2$ 이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5C_3$ 이므로

$a = {}_4C_2 \times {}_5C_3$

$= \frac{4\times3}{2\times1} \times \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 60$

또, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지를 포함하여 5가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1가지와 튀김 요리 2가지를 제외하고 나머지 6가지의 요리 중에서 2가지를 주문하는 방법과 같으므로

$b = {}_6C_2 = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$

따라서 $a+b = 60+15 = 75$

24. 서로 다른 책이 11권 꽂혀 있는 책장에서 3권의 책을 꺼낼 때, 읽은 책이 적어도 한 권 포함되는 경우의 수가 130이라면 읽은 책은 몇 권인가?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

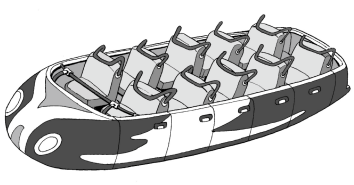
전체의 경우의 수에서 읽은 책이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼준다. 읽은 책의 권수를 x 라 하면,

${}_{11}C_3 - {}_{11-x}C_3 = 130$

${}_{11-x}C_3 = 35$

$11 - x = 7, x = 4$

25. 남학생 2 명과 여학생 2 명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2 개의 의자가 있고 모두 5 줄로 되어 있다. 남학생 1 명과 여학생 1 명이 짝을 지어 2 명씩 같은 줄에 앉을 때, 4 명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 80 가지

해설

남학생을 A, B 라 하고, 여학생을 a, b 라 하면
짝을 이루는 방법은 (Aa, Bb), (Ab, Ba) 두 가지가 있다. 이때, 5 줄 중 2 줄에 앉아야 하고 각 줄에서 남학생과 여학생이 자리를 바꿀 수 있으므로
$2 \times {}_5C_2 \times 2 \times 2 = 80$

26. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$에 대하여 치역과 공역이 일치하는 X에서 Y로의 함수의 개수는?

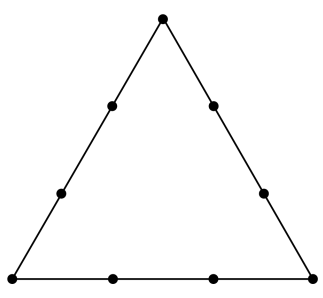
① 120개 ② 180개 ③ 240개

④ 300개 ⑤ 360개

해설

정의역의 원소 5개 중 2개는 같은 함숫값을 가진다.
집합 X의 원소 중 같은 함숫값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_5C_2 = 10$
택한 2개의 원소를 하나로 생각하여 집합 X의 원소 4개를 집합 Y의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는 $4! = 24$
따라서 구하는 함수의 개수는 $10 \times 24 = 240$(개)

27. 그림과 같이 같은 간격으로 놓인 9 개의 점 중에서 3 개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



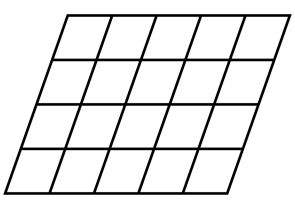
① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

해설

9 개의 점에서 3 개의 점을 선택하는 가지 수에서 직선 위 4 개의 점 중 3 개의 점을 선택하는 경우의 수를 빼준다.

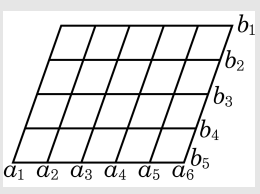
${}_9C_3 - ({}_4C_3 \times 3) = 72$

28. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

해설



그림에서 평행사변형이 형성되려면
가로축 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ 중에서 2 개와 세로축 $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ 중에서 2 개를 연결하면 생기게 되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6\mathrm{C}_2 \times {}_5\mathrm{C}_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

29. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지) 이다.
이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.
그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

30. A 지역에는 세 곳, B 지역에는 네 곳, C 지역에는 다섯 곳, D 지역에는 여섯 곳의 관광지가 있다. 이 중에서 세 곳을 선택하여 관광하려고 할 때, 선택한 세 곳이 모두 같은 지역이 되는 경우의 수는?

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

(i) 선택한 세 곳이 모두 A 지역일 경우 : 1 (가지)
(ii) 선택한 세 곳이 모두 B 지역일 경우 :
이는 B 지역의 네 곳 중 세 곳을 선택한 경우와 같다.
${}_4C_3 = 4$ (가지)
(iii) 선택한 세 곳이 모두 C 지역일 경우 :
위와 같은 방법으로 ${}_5C_3 = 10$ (가지)
(iv) 선택한 세 곳이 모두 D 지역일 경우 :
위와 같은 방법으로 ${}_6C_3 = 20$ (가지)
따라서, (i), (ii), (iii), (iv) 에 의하여
$1 + 4 + 10 + 20 = 35$ (가지)