

1. ${}_nC_4 = {}_nC_6$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 10$

해설

$$n = 4 + 6 = 10$$

2. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36

② 72

③ 120

④ 144

⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

3. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 20 가지

해설

$${}_6C_3 = 20$$

4. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

- ① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_9C_2 = 36$$

5. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35

② 72

③ 108

④ 144

⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.

$$\therefore {}_3C_2 \times 4! = 72$$

6. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6개의 숫자 중에서 서로 다른 4개를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수의 개수는?

① 120

② 240

③ 300

④ 360

⑤ 400

해설

0 이 포함되는 것과 안 되는 것을 구별하여 구한다.

1) 0 이 포함되는 것 : ${}_5C_3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 1 = 180$

2) 0 이 포함되지 않는 것 : ${}_5P_4 = 120$

$\therefore 180 + 120 = 300$

7. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 21개

해설

$${}_7C_2 = 21$$

8. 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 7 개의 점이 있을 때, 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

$${}_7C_3 = 35$$

9. ${}_nC_5 = {}_{n-1}C_3 + {}_{n-1}C_4$ 를 만족하는 n 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$${}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r$$

$$\text{따라서 } {}_{n-1}C_3 + {}_{n-1}C_4 = {}_nC_4$$

$$\therefore {}_nC_4 = {}_nC_5$$

$$\therefore n = 4 + 5 = 9$$

10. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

$${}_{n+2}C_4 = 11 {}_n C_2$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $n = 10$

해설

$${}_{n+2}C_4 = \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1},$$

$${}_n C_2 = \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1} \text{ 이므로 조건식은}$$

$$\frac{(n+2)(n+1)n(n-1)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 11 \times \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}$$

$n \geq 2$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$(n+2)(n+1) = 12 \cdot 11$$

$$\therefore (n-10)(n+13) = 0$$

$$n+13 \neq 0 \text{ 이므로 } n-10 = 0$$

$$\therefore n = 10$$

11. 12개의 프로 야구팀이 다른 모든 팀과 각각 3번씩경기를 치르는 리그전을 벌일 때, 전체 경기 수는?

① 120

② 144

③ 168

④ 198

⑤ 200

해설

(12 개의 팀 중에서 2 개의 팀을 고르는 방법) $\times 3$

$$= {}_{12}C_2 \times 3 = 198$$

12. 경찰관 7 명과 소방관 5 명 중에서 3 명을 뽑을 때, 3 명의 직업이 같은 경우는 몇 가지인가?



① 45

② 50

③ 55

④ 60

⑤ 65

해설

경찰관만 뽑힐 경우와 소방관만 뽑힐 경우를 더한다.

$$\therefore {}_7C_3 + {}_5C_3 = 45$$

13. 어떤 학교의 농구 동아리 A 와 B 는 올해 신입생이 각각 n 명과 7명이다. 5명의 신입생 연합 팀을 구성하여 다른 학교와 시합을 하려고 할 때, 동아리 A 의 신입생 2명과 동아리 B 의 신입생 3명으로 구성하는 방법의 수가 525가지이다. 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 6$

해설

동아리 A 의 신입생 n 명 중에서 2명을
선택하는 방법의 수는 ${}_nC_2$ 이고, 동아리 B 의
신입생 7명 중에서 3명을 선택하는 방법의
수는 ${}_7C_3$ 이므로 구하는 방법의 수는

$${}_nC_2 \times {}_7C_3 = 525 \text{에서}$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 525 \text{이므로}$$

$$n(n-1) = 30$$

$$\therefore n = 6$$

14. 1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 수를 임의로 선택할 때, 선택된 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우의 수는?

① 27

② 35

③ 54

④ 62

⑤ 70

해설

두 수의 곱은 ‘홀수×홀수’인 경우를 제외하고 모든 경우에 짝수이므로 전체에서 홀수만 2개 뽑는 경우를 제한다.

$${}_{10}C_2 - {}_5C_2 = 45 - 10 = 35$$

15. 남자 5명과 여자 4명 중에서 3명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남자 1명이 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 80가지

해설

전체의 경우에서 여자만 뽑히는 경우의 수를 뺀다.

$$\therefore {}_9C_3 - {}_4C_3 = 80$$

16. $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 1, 2, 3에 대응될 원소 3개를 뽑으면 된다.

$${}_5C_3 = 10$$

17. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하여라. (단, $a \in X, b \in Y$)

$a < b$ 이면 $f(a) > f(b)$ 이다.

▶ 답 :

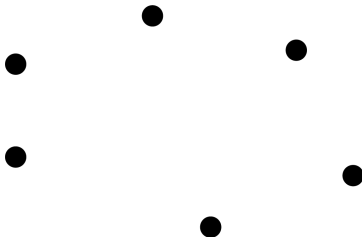
▷ 정답 : 5개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 $-1, 0, 1, 2$ 에
대응될 원소 4개를 뽑으면 된다.

$$\therefore {}_5C_4 = 5(\text{개})$$

18. 다음 그림과 같이 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않은 서로 다른 6개의 점에 대하여 만들어지는 직선의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

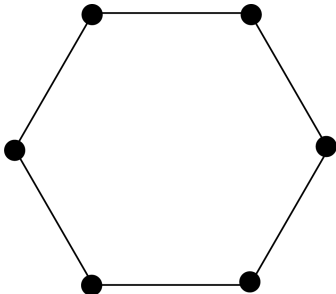
▷ 정답 : 15 개

해설

두 점을 이어서 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \text{ (개)}$$

19. 그림과 같은 정육각형의 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 20

② 22

③ 24

④ 26

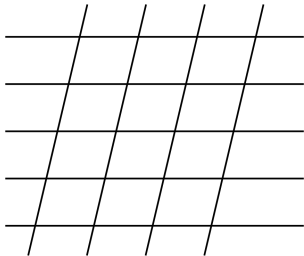
⑤ 28

해설

정육각형의 6 개의 점 중 3 개를 선택하는 경우와 같다.

$$\Rightarrow {}_6C_3 = 20$$

20. 그림과 같이 5개의 평행선과 4개의 평행선이 서로만날 때, 이 평행선으로 만들어지는 평행사변형의 개수는?



① 30

② 40

③ 50

④ 60

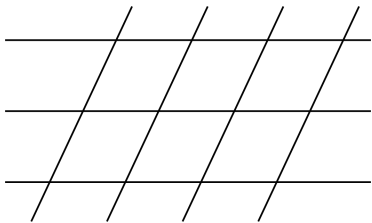
⑤ 70

해설

가로줄에서 2 개, 세로줄에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 된다.

$$\therefore {}_4C_2 \times {}_5C_2 = 60$$

21. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다.
이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



- ① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면
평행사변형이 하나 정해진다.

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$$

22. 대학수학능력시험에서 과학탐구 영역을 선택하는 학생은 물리Ⅰ, 화학Ⅰ, 생물Ⅰ, 지구과학Ⅰ, 물리Ⅱ, 화학Ⅱ, 생물Ⅱ, 지구과학Ⅱ 이 8개 과목 중에서 최대 4과목까지 응시할 수 있다. 단, 물리Ⅱ, 화학Ⅱ, 생물Ⅱ, 지구과학Ⅱ의 4개 과목에서는 2과목까지만 선택할 수 있다. 어떤 학생이 과학탐구 영역에서 3개 과목을 선택하려고 할 때, 모든 경우의 수는?

① 48

② 52

③ 56

④ 62

⑤ 74

해설

(Ⅰ, Ⅱ) = (3, 0), (2, 1), (1, 2)가 가능하고
각각의 경우를 구해 더한다.

$$\therefore {}_4C_3 + {}_4C_2 \times {}_4C_1 + {}_4C_1 \times {}_4C_2 = 52$$

23. H고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a , 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 75 가지

해설

라면 요리 4가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4C_2$ 이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5C_3$ 이므로

$$\begin{aligned} a &= {}_4C_2 \times {}_5C_3 \\ &= \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 60 \end{aligned}$$

또, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지를 포함하여 5가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1가지와 튀김 요리 2가지를 제외하고 나머지 6가지의 요리 중에서 2가지를 주문하는 방법과 같으므로

$$b = {}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

따라서 $a + b = 60 + 15 = 75$

24. 서로 다른 책이 11권 꽂혀 있는 책장에서 3권의 책을 꺼낼 때, 읽은 책이 적어도 한 권 포함되는 경우의 수가 130이라면 읽은 책은 몇 권인가?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

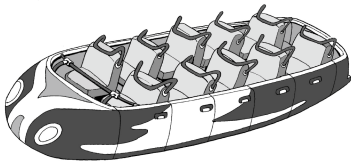
전체의 경우의 수에서 읽은 책이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼준다. 읽은 책의 권수를 x 라 하면,

$${}_{11}C_3 - {}_{11-x}C_3 = 130$$

$${}_{11-x}C_3 = 35$$

$$11 - x = 7, x = 4$$

25. 남학생 2 명과 여학생 2 명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2 개의 의자가 있고 모두 5 줄로 되어 있다. 남학생 1 명과 여학생 1 명이 짝을 지어 2 명씩 같은 줄에 앉을 때, 4 명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 80 가지

해설

남학생을 A, B 라 하고, 여학생을 a, b 라 하면
 짝을 이루는 방법은 $(Aa, Bb), (Ab, Ba)$ 두 가지가
 있다. 이때, 5 줄 중 2 줄에 앉아야 하고 각 줄에서
 남학생과 여학생이 자리를 바꿀 수 있으므로
 $2 \times {}_5C_2 \times 2 \times 2 = 80$

26. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 치역과 공역이 일치하는 X 에서 Y 로의 함수의 개수는?

① 120 개

② 180 개

③ 240 개

④ 300 개

⑤ 360 개

해설

정의역의 원소 5개 중 2개는 같은 함수값을 가진다.

집합 X 의 원소 중 같은 함수값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는

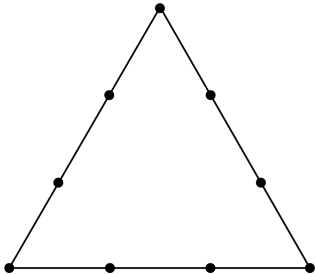
$${}_5C_2 = 10$$

택한 2개의 원소를 하나로 생각하여 집합 X 의 원소 4개를 집합

Y 의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는 $4! = 24$

따라서 구하는 함수의 개수는 $10 \times 24 = 240(\text{개})$

27. 그림과 같이 같은 간격으로 놓인 9 개의 점 중에서 3 개의 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 64

② 68

③ 72

④ 76

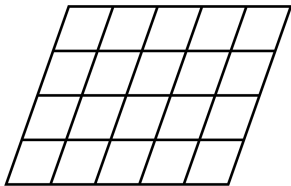
⑤ 80

해설

9 개의 점에서 3 개의 점을 선택하는 가지 수에서 직선 위 4 개의 점 중 3 개의 점을 선택하는 경우의 수를 빼준다.

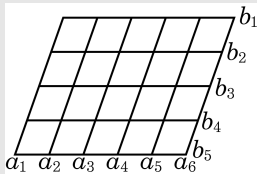
$${}_9C_3 - ({}_4C_3 \times 3) = 72$$

28. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



- ① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

해설



그림에서 평행사변형이 형성되려면

가로 축 ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$) 중에서 2 개와 세로 축 (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) 중에서 2 개를 연결하면 생기게 되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

29. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20

② 30

③ 40

④ 50

⑤ 60

해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지)이다.

이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.

그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

30. A 지역에는 세 곳, B 지역에는 네 곳, C 지역에는 다섯 곳, D 지역에는 여섯 곳의 관광지가 있다. 이 중에서 세 곳을 선택하여 관광하려고 할 때, 선택한 세 곳이 모두 같은 지역이 되는 경우의 수는?

① 20

② 25

③ 30

④ 35

⑤ 40

해설

(i) 선택한 세 곳이 모두 A 지역일 경우 : 1 (가지)

(ii) 선택한 세 곳이 모두 B 지역일 경우 :

이는 B 지역의 네 곳 중 세 곳을 선택한 경우와 같다.

$${}_4C_3 = 4 \text{ (가지)}$$

(iii) 선택한 세 곳이 모두 C 지역일 경우 :

위와 같은 방법으로 ${}_5C_3 = 10$ (가지)

(iv) 선택한 세 곳이 모두 D 지역일 경우 :

위와 같은 방법으로 ${}_6C_3 = 20$ (가지)

따라서, (i), (ii), (iii), (iv)에 의하여

$$1 + 4 + 10 + 20 = 35 \text{ (가지)}$$