

1. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여 $A \cap B^c = A$, $n(A) = 9$, $n(B) = 14$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$A \cap B^c = A - B = A$ 이므로 A, B 는 서로소
 $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 23$

2. 집합 A 에 대하여 안에 공통으로 들어가는 집합을 써넣라.

(1) $A \cup \emptyset =$

(2) $A \cap A =$

(3) $A \cup A =$

▶ 답 :

▶ 정답 : A

해설

(1) $\emptyset$ 은 집합 A 에 포함되므로 $A \cup \emptyset = A$ 이다.

(2) $A \cap A = A$

(3) $A \cup A = A$

3. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{3, 5, 6\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 은?

① $\{1, 3\}$

② $\{3, 5\}$

③ $\{1, 3, 4, 5\}$

④ $\{3, 4, 5, 6\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

$A - B = \{2, 7\}$ 이므로 $(A - B)^c = (\{2, 7\})^c = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{1, a - 3, 4\}$, $B = \{1, 4, a\}$ 에 대하여 $B - A = \{6\}$ 일 때, a 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

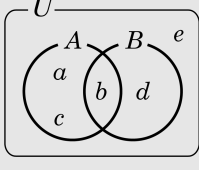
$(B - A) \subset B$ 이므로 $a = 6$ 이다.

5. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, c\}, B = \{b, d\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

- ① $\{a\}$ ② $\{a, c\}$ ③ $\{b\}$ ④ $\{e\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{a, b, c, d\})^c = \{e\}$ 이다.



6. 두 집합 $A = \{2, 3, a^2\}$, $B = \{2a + 3, -a + 3\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1\}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$A \cap B = \{1\}$ 에서 $1 \in A$ 이므로 $a^2 = 1 \therefore a = 1$ 또는 $a = -1$
(i) $a = 1$ 일 때, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 5\}$ 이므로 $A \cap B = \{2\}$ 이다.
(ii) $a = -1$ 일 때, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$ 이므로 $A \cap B = \{1\}$ 이다.
 $\therefore a = -1$

7. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 + 3\}$, $B = \{3, -3a + 1, a^2 + a + 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 4\}$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

두 집합의 교집합에 4가 들어가므로 $a^2 + 3 = 4$ 이다.
즉, a 는 1, -1이 가능한데, 이를 B 에 대입하면 답이 ④가 된다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 25, n(B) = 23, n(A - B) = 15$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $n(A \cap B^c) = 15$

② $n(A \cap B) = 10$

③ $n((A \cup B)^c) = 5$

④ $n(A^c) = 15$

⑤ $n(B - A) = 13$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 23 - 10 = 38$ 이므로

③ $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 38 = 2$ 이다.

9. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10\text{미만의 소수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $C \cup (B \cap A)$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, $C = \{1, 2, 4, 8\}$ 이다.
먼저 집합 B 와 A 의 교집합을 구하면 $\{2, 3, 5, 7\}$ 이다.
 $C \cup (B \cap A) = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$ 이다.
따라서 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8 = 30$ 이다.

10. 두 집합 A, B 가 아래의 표를 만족하도록 ㉠에 적절한 그림을 고르면?

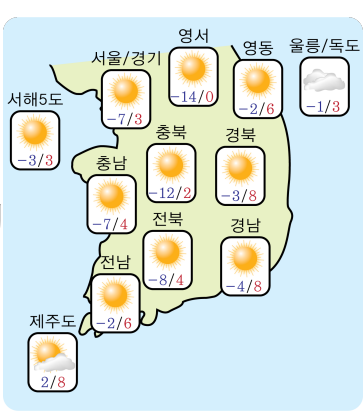
A	B	$A \cup B$

- ①
- ②
- ㉠ ③
- ④
- ⑤

해설

$A \cup B = A \cup B$

11. 다음 그림은 2009년 3월 중의 우리나라의 지역별 일일 최저기온/최고기온을 나타낸 것이다.
두 집합
 $A = \{x \mid x \text{는 일 최저기온이 경남보다 낮은 지}$
 $B = \{x \mid x \text{는 일 최고기온이 영서보다 높고 영동보다 낮은 지역}\}$ 에 대하여 $A \cup B$ 는?



- ① {충남, 충북}
- ② {서울 / 경기, 충남, 충북}
- ③ {서울 / 경기, 충남, 영서, 서해5도, 울릉 독도}
- ④ {서울 / 경기, 충남, 충북, 영서, 서해5도, 전북, 울릉 / 독도}
- ⑤ {충남, 충북, 영서, 서해5도, 전남, 울릉 / 독도, 제주도}

해설

$A = \{\text{서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 전북}\}$ 이고,
 $B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.
따라서 $A \cup B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

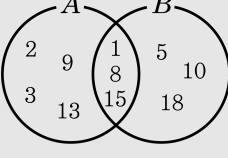
12. 집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{1, 8, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 15, 18\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

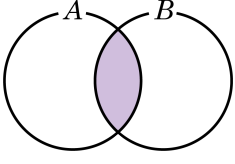
해설

$B = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$, $A \cap B = \{1, 8, 15\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 8, 9, 10, 13, 15, 18\}$ 이므로
벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



그러므로 $A = \{1, 2, 3, 8, 9, 13, 15\}$ 이고, 집합 A 의 원소의 개수는 7 개이다.

13. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$ 를 벤다이어그램으로 나타낼 때 어두운 부분에 들어갈 원소를 모두 적어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 27

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 3 \text{인 자연수}\} = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, \dots\}$

$B = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9, 27\}$

어두운 부분은 두 집합 A, B 의 교집합이므로

$A \cap B = \{3, 27\}$

14. 두 집합 A, B 에 대해 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap \emptyset = A$

② $B \cup \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cup B) \subset A$

④ $(A \cap B) \subset B$

⑤ $A = \{0\}$ 일 때, $n(A) = 0$

해설

① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $B \cup \emptyset = B$

③ $(A \cup B) \supset A$

⑤ $n(A) = 1$

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, a\}$, $A \cap B = \{2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로 집합 A 는 반드시 2 와 5 를 포함해야 한다.
따라서 $a = 5$ 이다.

집합 B 또한 $A \cap B = \{2, 5\}$ 에 의하여 원소 2 와 5 를 반드시 포함하고, 원소 1 은 포함하지 않는 집합이어야 한다.

$$\therefore B = \{2, 3, 4, 5\}$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 + 5 = 14$$

16. 두 집합 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{2, 3, a+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, 집합 $A \cup B$ 는?

① $\{2, 3\}$

② $\{2, 3, 4\}$

③ $\{3, 4, 5\}$

④ $\{1, 2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $A = \{1, 2, 3\}$

따라서 $a = 3$ 이다. $B = \{2, 3, 4\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$

17. 세 집합 A, B, X 에 대하여 $(A \cup B) \cap X = X$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $X \subset (A \cup B)$ ② $(A \cap B) \subset X$
③ $(A \cup B) \subset X$ ④ $A \cap B = \emptyset$
⑤ $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$

해설

$(A \cup B) \cap X = X$ 이면 $X \subset (A \cup B)$ 이다.
② $(A \cap B) \subset X$ 라고 말할 수 없다.
④ $A \cap B = \emptyset$ 라고 말할 수 없다.

18. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$ 이고, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 4 개

해설

$$A \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset A$$
$$(A \cap B) \cup X = X \text{ 이므로}$$
$$(A \cap B) \subset X$$
$$A \cap B = \{2, 3\}$$
$$\{2, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$$

X 는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3을 포함하는 집합이다.

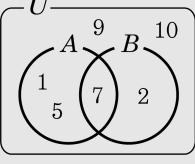
집합 X 의 개수 : $2^2 = 4$ 개다.

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{2, 9, 10\}$, $B^c = \{1, 5, 9, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 7\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합은?

- ① 2
- ② 5
- ③ 7
- ④ 9
- ⑤ 13

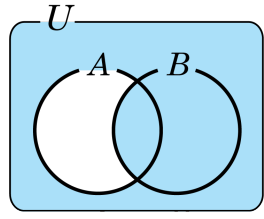
해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore B = \{2, 7\}$ 이므로 집합 B 의 원소의 합은 9 이다.

20. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



- ① $A^c \cap B^c$
- ② $(A \cap B)^c$
- ③ $B \cup A^c$
- ④ $A^c \cap B^c$
- ⑤ $B^c - A$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ③ $B \cup A^c$ 이다.

21. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 4, 5, 12\}$, $B = \{2, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, $(A^c \cup B^c) - B$ 의 원소를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

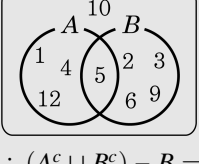
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 12

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore (A^c \cup B^c) - B = (A \cap B)^c - B = \{1, 4, 10, 12\}$

22. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \cap B = A$

② $(A \cup B) \subset A$

③ $B \cap A^C \neq \emptyset$

④ $A \subset B$

⑤ $A - (A \cap B) = \emptyset$

해설

$U = \{1, 2, 3, \cdots, 30\}$,
 $A = \{6, 12, 18, 24, 30\}$, $B = \{12, 24\}$ 이다. 따라서 $B \subset A$ 이다.
따라서 ② $(A \cup B) \subset A$ 이다.

23. 다음은 수경, 모범, 미소가 오늘 수학 시간에 배운 집합의 성질을 공책에 적은 것이다. 옳지 않게 적은 사람은 누구인지 구하여라.

<수경>
전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup A^c = U$ 이다.

<모범>
전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap A^c = \emptyset$ 이다.

<미소>
전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A^c)^c = \emptyset$ 이다.

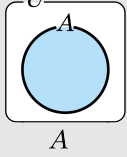
▶ 답 :

▷ 정답 : 미소

해설

$A, A^c, (A^c)^c$ 을 벤 다이어그램으로 그려 보면 다음과 같다.

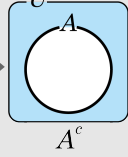
U



A

→

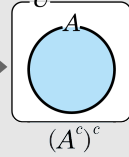
U



A^c

→

U



$(A^c)^c$

∴ 미소 : 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A^c)^c = A$ 이다.

24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) = \emptyset$ 의 관계가 성립하면, A 와 B 의 포함 관계는?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

③ $A = B$

④ $A^c = B$

⑤ $A = B^c$

해설

$A \cap B^c = A - B$ 이므로 $(B - A) \cup (A - B) = \emptyset$
 $\therefore B - A = \emptyset, A - B = \emptyset$ ($\because (B - A)$ 와 $A - B$ 는 서로소)
 $\therefore B \subset A, A \subset B$ 즉 $A = B$

25. $A = \{1, a, 5\}, B = \{a + 1, 5, 7\}$ 이고 $A - B = \{1, 3\}$ 일 때, $B \cap A^c$ 은?

① $\{4\}$

② $\{7\}$

③ $\{4, 7\}$

④ $\{3, 7\}$

⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$A - B = \{1, 3\}$ 이므로 $a = 3$ 이다. 따라서 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{4, 5, 7\}$ 이고 $B \cap A^c = B - A = \{4, 7\}$ 이다.

26. 두 집합 $A = \{1, 4, 6, 7, a\}$, $B = \{2, 3, b, b+3\}$ 에 대하여 $A - B = \{1, 5, 6\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

집합 A 에서 $a = 5$ 이고,

$A \cap B = \{4, 7\}$ 이므로

(i) $b + 3 = 4$ 일 때, $b = 1$ 이므로

$B = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow A \cap B = \{1, 4\}$ (×)

(ii) $b = 4$ 일 때,

$B = \{2, 3, 4, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{4, 7\}$ (○)

$\therefore a + b = 5 + 4 = 9$

27. 다음 집합 중 $A - B$ 와 다른 집합을 모두 고르면?(정답 2개)

① $(A \cup B) \cap B^c$

② $A - B^c$

③ $(A \cup B)^c$

④ $A - (A \cap B)$

⑤ $A \cap B^c$

해설

$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B) = (A \cup B) \cap B^c$ 이므로 다른 집합은 ②, ③이다.

28. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 6\text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - B$ 는?

- ① {1}
- ② {2}
- ③ {1, 2}
- ④ {2, 3}
- ⑤ {2, 3, 4}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $(A \cup B) - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{3, 4, 5\} = \{1, 2\}$ 이다.

29. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 이고, $n(A \cup X) = 4$, $n((A - B) \cap X) = 2$ 일 때, 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$n(A \cup X) = 4$ 에서 $n(A) = 4$ 이므로 $A \cup X = A$, 즉 $X \subset A$ 가 된다.

또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 2\} \cap X) = 2$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다.

따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 1,2를 반드시 포함하는 A 의 부분 집합의 개수와 같으므로

$2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

30. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 $(A \cap B^c) \cup (B - A^c)$ 과 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$$\begin{aligned}(A \cap B^c) \cup (B - A^c) &= (A \cap B^c) \cup (B \cap A) \\ &= A \cap (B^c \cup B) \\ &= A \cap U = A\end{aligned}$$

31. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B^c = \{5, 6\}, (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B^c) = \{1, 2, 3, 9, 10\}$ 일 때, 집합 $B - A$ 의 원소의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$\begin{aligned} U &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \\ A - B^c &= A \cap (B^c)^c = A \cap B = \{5, 6\} \\ (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B^c) &= (A \cup A^c) \cap B^c \\ &= U \cap B^c = B^c \end{aligned}$$

따라서, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$
 $\therefore B - A = B - (A \cap B) = \{4, 7, 8\}$
 $\therefore$ 원소의 개수는 3개이다.

32. 자연수 전체의 집합 N 에서 자연수 k 의 배수의 집합을 N_k 라 할 때, 다음 중 집합 $(N_2 \cup N_4) \cap N_3$ 와 같은 집합은?

① N_2 ② N_6 ③ N_8 ④ N_{12} ⑤ N_{24}

해설

N_2 는 2의 배수의 집합이고, N_4 는 4의 배수의 집합이므로 $N_4 \subset N_2$

$$\therefore N_2 \cup N_4 = N_2$$

또, N_3 은 3의 배수의 집합이므로 $N_2 \cap N_3$ 는 2의 배수이면서 3의 배수의 집합이다.

$$\therefore N_2 \cap N_3 = N_6$$

$$\therefore (N_2 \cup N_4) \cap N_3 = N_2 \cap N_3 = N_6$$

33. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?(단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \Delta U = U$
- ② $A \Delta B = B \Delta A$
- ③ $A \Delta \emptyset = A^c$
- ④ $A \Delta B = A^c \Delta B^c$
- ⑤ $A \Delta A^c = \emptyset$

해설

$A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 에 따라 $A \Delta U = A$

34. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 로 정의할 때, $(A \Delta B) \Delta B$ 와 같은 집합은?

- ① U
- ② $\emptyset$
- ③ A
- ④ B
- ⑤ $A \cap B$

해설

$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

따라서 $(A \Delta B) \Delta B = \{(A \Delta B) - B\} \cup \{B - (A \Delta B)\}$ 이므로 이를 벤 다이어그램으로 나타내면

$\therefore (A \Delta B) \Delta B = A$

35. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = 9$ 일 때, 집합 $B - A$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$n(U) = 9, n(A \cup B) = 9 \text{ 이므로}$$

$$A \cup B = U \dots \textcircled{1}$$

$$n(A \cap B) = 0 \text{ 이므로 } A \cap B = \emptyset \dots \textcircled{2}$$

① 과 ② 에 의하여

$$B = A^c = \{2, 4, 6, 8\}$$

36. 어느 반 학생 35 명을 대상으로 제주도 여행을 해 본 학생과 울릉도 여행을 해 본 학생 수를 조사하였다. 제주도 여행을 해 본 학생이 28 명, 울릉도 여행을 해 본 학생이 12 명, 제주도 여행과 울릉도 여행을 모두 못해 본 학생이 4 명일 때, 제주도 여행과 울릉도 여행 중 한 가지만 해 본 학생 수는?

① 20 명 ② 21 명 ③ 22 명 ④ 23 명 ⑤ 24 명

해설

$n(U) = 35, n(A) = 28, n(B) = 12, n((A \cup B)^c) = 4$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$,
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 12 - 31 = 9$ 이다.
 $n((A - B) \cup (B - A)) = n(A \cup B) - n(A \cap B) = 31 - 9 = 22$ 이다.

37. 청산중학교 1학년 어떤 반에서 수학을 좋아하는 학생이 18명, 과학을 좋아하는 학생 12명, 수학 또는 과학을 좋아하는 학생이 23명이다. 수학과 과학을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 7명

해설

수학을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 과학을 좋아하는 학생을 B 라고 하자.

그렇다면 수학 또는 과학을 좋아하는 학생은 $A \cup B$ 가 된다.

순하과 과하은 모든 좋아하는 하새 즉 $A \cap B$ 를 구하는 것이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$22 - 18 + 12 = 16$$

$$23 = 18 + 12 - x$$

그러므로 x 는 7이다.

38. 명희네 반 학생 중에서 영어를 좋아하는 학생은 28 명, 수학을 좋아하는 학생은 23 명이다. 영어 또는 수학을 좋아하는 학생이 41 명일 때, 수학만 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 13 명

해설

영어를 좋아하는 학생들의 집합을 A , 수학을 좋아하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(A) = 28, n(B) = 23$$

$$n(A \cup B) = 41$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 23 - 41 = 10$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 23 - 10 = 13$$

39. 전체 인원이 35명인 학급에서 수학을 ‘수’를 받은 학생이 15명, 수학과 영어 모두 ‘수’를 받은 학생이 10명이었다. 이 때, 영어에서 ‘수’를 받은 학생수의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

수학에서 ‘수’를 받은 학생들의 집합을 A , 영어에서 ‘수’를 받은 학생들의 집합을 B 라고 하면, $n(B) = n(A \cup B) - n(A - B)$ 이므로 $n(A \cup B) = n(U)$ 일 때, $n(B)$ 가 최대이다.

$n(U) = 35, n(A) = 15, n(A \cap B) = 10, n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 5$

$n(B) = n(A \cup B) - n(A - B) = 35 - 5 = 30$

$\therefore$ 30명

40. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $n(A - B) = 2$ 일 때, $n(B)$ 의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) - n(A - B) \\ &= 4 - 2 = 2 \end{aligned}$$

이므로 집합 A 의 원소 중 2개는 B 에 속하고 2개는 집합 B 에 속하지 않는다. 또한 $n(A^c) = 2$ 이므로 $2 \leq n(B) \leq 4$ 따라서 $n(B)$ 의 최댓값은 4

41. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{1, 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

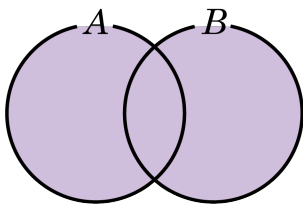
$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$$

$$A \times C = \{(1, 1), (1, 4), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$$

$$\therefore (A \times B) \cap (A \times C) = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\}$$

$$\therefore n((A \times B) \cap (A \times C)) = 3$$

42. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 9, 15\}$, $B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 105

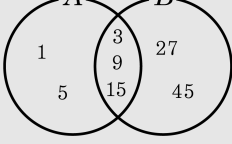
해설

$B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{3, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1, 3, 5, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은

$1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 27 + 45 = 105$ 이다.

43. 두 집합 $A = \{-1, 0, 2 \times a - 5, 5\}$, $B = \{0, b + 3, 3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$, $A \cap B = \{0, 3\}$ 이기 위한 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A \cap B = \{0, 3\}$ 이므로 $3 \in A$,

$2 \times a - 5 = 3$, $a = 4$

$A = \{-1, 0, 3, 5\}$, $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$ 이므로 $2 \in B$,

$b + 3 = 2$, $b = -1$

$\therefore a + b = 3$

44. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{5, 9, 14\}$ 이고 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① $X \subset A$

② $X \subset (A \cap B)$

③ $\{5, 9\} \subset X$

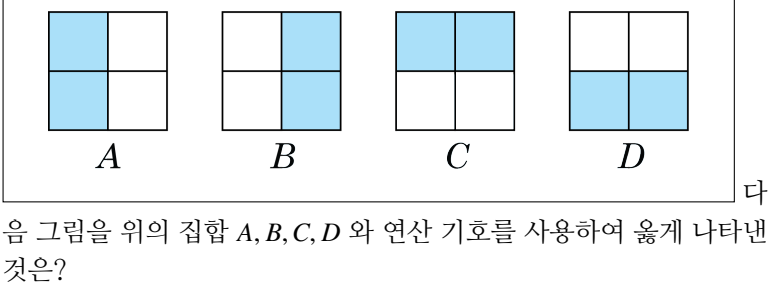
④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset B$

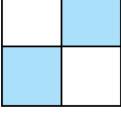
해설

$A \cap X = X$ 일 때 $X \subset A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.
② $(A \cap B) \subset X$ 이므로 옳지 않다.
③ $A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $\{5, 9\} \subset X$ 이다.
⑤ $(A \cap B) \subset X \subset A$ 이지만 $X \subset B$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이라고 할 수 없다.

46. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



- ① $(A - B) \cup (B - A)$

② $(A \cup B) - (B \cap C)$

③ $(B - C) \cup (C - B)$

④ $(A \cup C) - (A \cap C)$

⑤ $(B - C) \cup (C - B)$

해설

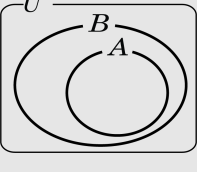
주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A \cup C) - (A \cap C)$ 이다.

47. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $[(A \cap B) \cup (B - A)] \cap A = A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $A \cup B = A$
- ② $A \cap B = B$
- ③ $A - B = U$
- ④ $A^c \cup B = U$
- ⑤ $(A \cap B)^c = B^c$

해설

$(A \cap B) \cup (B - A) = B$
 $\therefore$ 준식 : $B \cap A = A \Rightarrow A \subset B$
 $\therefore A^c \cup B = U$
① $A \cup B = B$
② $A \cap B = A$
③ $A - B = \emptyset$
⑤ $(A \cap B)^c = A^c$



48. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

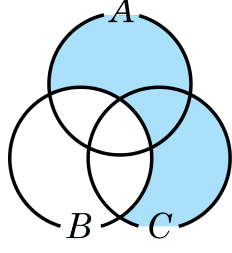
$A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5\text{이하의 홀수}\}$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

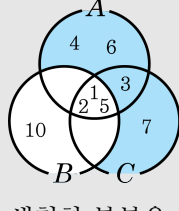
$(A - B) \cap X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

49. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



- ① $(A \cap B) - C$
- ② $(A \cap C) - B$
- ③ $(A \cup B) - C$
- ④ $(A \cup C) - B$
- ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.

50. 실수 전체의 집합 R 의 부분집합 S 에 대하여 $P = \{x \mid -\frac{3}{2} \leq x - 1 \leq \frac{1}{2}, x \in S\}$ 이라 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, Q, Z, N 은 각각 유리수, 정수, 자연수의 집합이다.)
- ① $S = R$ 이면 P 는 공집합이다.
 - ② $S = R$ 이면 P 는 유한집합이다.
 - ③ $S = Q$ 이면 P 는 유한집합이다.
 - ④ $S = Z$ 이면 P 는 유한집합이다.
 - ⑤ $S = N$ 이면 P 는 무한집합이다.

해설

$-\frac{3}{2} \leq x - 1 \leq \frac{1}{2}$ 에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ 이므로 $S = R$ 이거나, $S = Q$ 이면 P 는 무한집합, $S = Z$ 이면 $P = \{0, 1\}$ 이므로 P 는 유한집합, $S = N$ 이면 $P = \{1\}$ 이므로 P 는 유한집합이다.