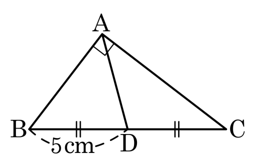
1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 D 는 빗변의 중심이다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



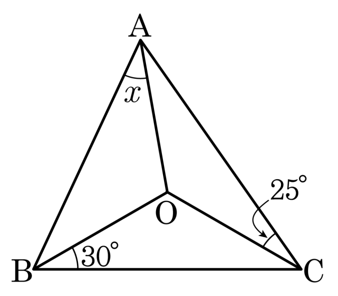
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

삼각형의 외심으로부터 각 꼭짓점까지의 거리는 같다.
$\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\,\text{cm}$

2. 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



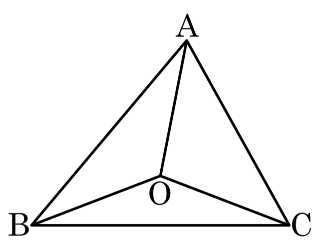
① $15\,^\circ$ ② $20\,^\circ$ ③ $25\,^\circ$ ④ $30\,^\circ$ ⑤ $35\,^\circ$

해설

점 O 가 외심이므로, $\angle x + 30\,^\circ + 25\,^\circ = 90\,^\circ$

$\therefore \angle x = 35\,^\circ$

3. 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle BOC = 138°$ 일때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



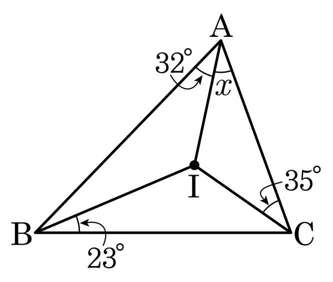
▶ 답: _____ °

▷ 정답: 69 °

해설

점O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $2\angle A = 138° \therefore \angle A = 69°$

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = (\quad\quad)^{\circ}$ 이다. $(\quad\quad)$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다. 따라서 $\angle BAI = \angle CAI = 32^{\circ}$ 이다.

5. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다. 빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

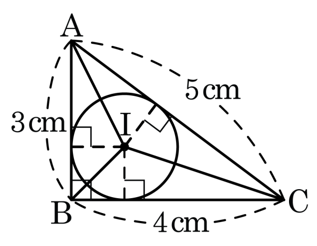
1. 세 내각의 이등분선을 긋는다. 2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다. 3. ____________________ 4. 그린 원을 오린다.

① 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
② 점 I 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다
③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.
④ 점 O 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
⑤ 점 O 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
4. 그린 원을 오린다.

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?



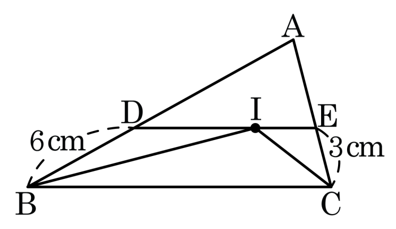
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 중심을 점 I 라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3+4+5)x = 6$

$\therefore\ x = 1\text{cm}$

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라고 한다.
$\overline{BD} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{CE} = 3\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

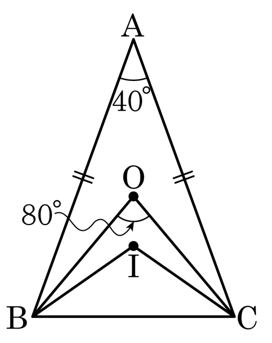
▷ 정답 : $9\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{BD} = \overline{DI}$, $\overline{CE} = \overline{IE}$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 6 + 3 = 9(\mathrm{cm})$

8. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40°$, $\angle O = 80°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 110°$

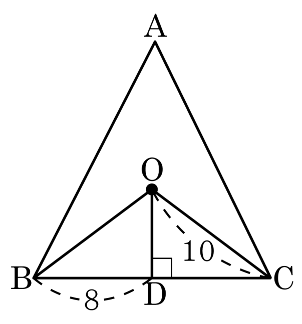
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$\angle OBC = 50°$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35°$ 이다.

$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$

9. 다음 그림에서 점 O 는 △ABC 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

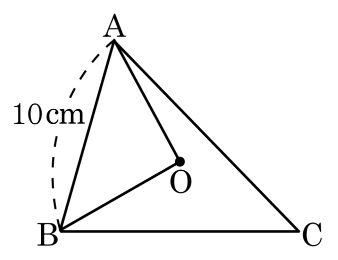


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB}=10\,\text{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?

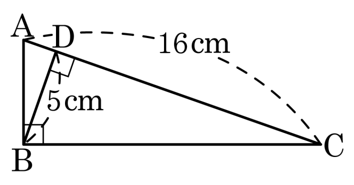


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}$
따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AB}=2\overline{OA}+10=24$
$\therefore OA=7(\text{cm})$

11. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

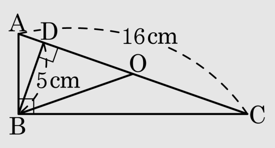


▶ 답 : ____ $\underline{\text{cm}}$

▷ 정답 : $8\,\underline{\text{cm}}$

해설

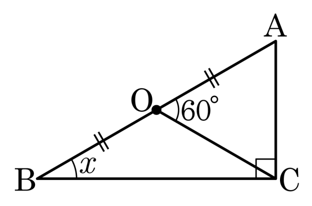
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심을 지나므로 외심 O는 $\overline{AC}$의 중점이다.



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로 외접원의 반지름은

$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \dfrac{16}{2} = 8(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

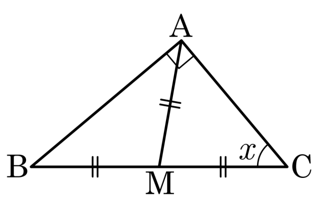


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$
$\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$
삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로
$x + x = 60°$
$\therefore x = 30°$

13. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

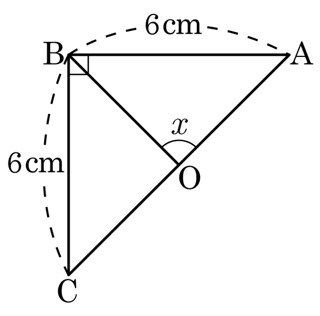


① 30°　② 40°　③ 50°　④ 60°　⑤ 70°

해설

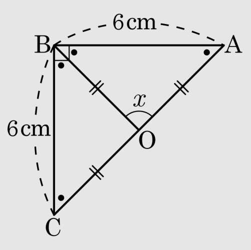
$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

14. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



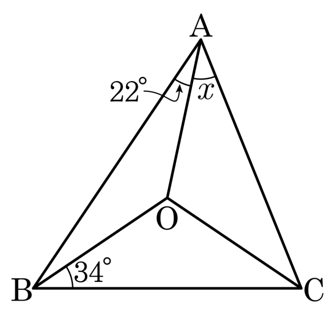
① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle$ABC 는 직각이등변삼각형
$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC 이고, $\angle$B $= 90°$ 이므로
$\angle$BCA $=$ $\angle$BAC $= 45°$
직각삼각형 $\triangle$ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$
$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA $= 45°$
따라서 $\angle$AOB $= 90°$ 이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle BAO = 22°$, $\angle OBC = 34°$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 34°

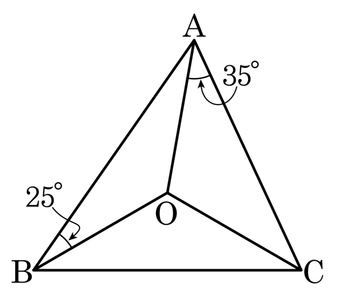
해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OAC = 90°$

$\therefore \angle OAC = 90° - 22° - 34° = 34°$

16. 다음 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. ∠OCB의 크기는?



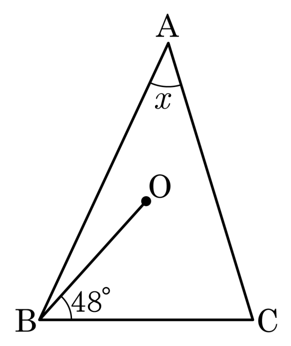
① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\therefore \angle OCB = 90° - 35° - 25° = 30°$

17. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48°$이다. $\angle x$의 크기는?

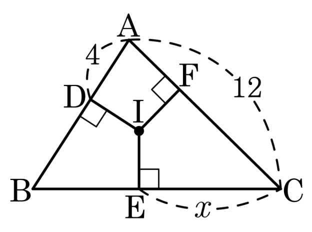


① $40°$ ② $42°$ ③ $44°$ ④ $46°$ ⑤ $48°$

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 48°$
$\angle BOC = 84°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC = 42°$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이다. x의 값을 구하여라.



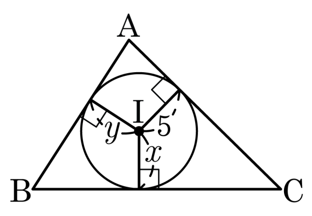
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AF}}$이고, $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$이다.
따라서 $4 + x = 12$이므로 $x = 8$이다.

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x와 y의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

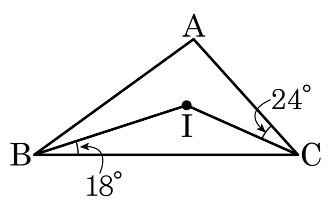
▷ 정답 : 0

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

$\therefore\ x - y = 0$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답: _____ °

▷ 정답: 96°

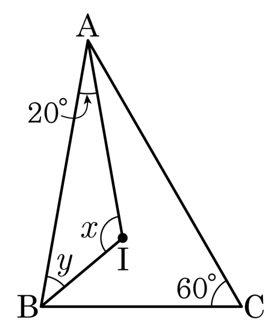
해설

점 I가 내심이므로

$\angle IBA = 18°$, $\angle ICB = 24°$

$\therefore \angle A = 180° - 2(18° + 24°) = 96°$

21. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기는?

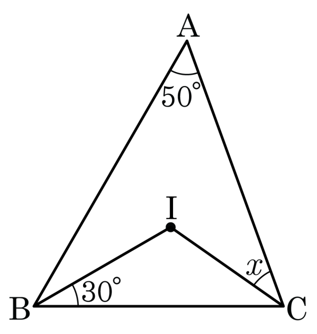


① $\angle x = 120^\circ,\ \angle y = 40^\circ$　② $\angle x = 115^\circ,\ \angle y = 45^\circ$
③ $\angle x = 110^\circ,\ \angle y = 50^\circ$　④ $\angle x = 125^\circ,\ \angle y = 35^\circ$
⑤ $\angle x = 130^\circ,\ \angle y = 30^\circ$

해설

$\angle A = 2 \times 20 = 40^\circ$
$\angle B = 2 \times \angle y = 2\angle y$
$\triangle$ABC 의 내각의 크기의 합은 180°이므로
$40^\circ + 2y + 60^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle y = 40^\circ$
$\triangle$ABI 의 내각의 크기의 합은 180°이므로
$20^\circ + 40^\circ + \angle x = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 120^\circ$

22. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x = ($ $)^\circ$이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

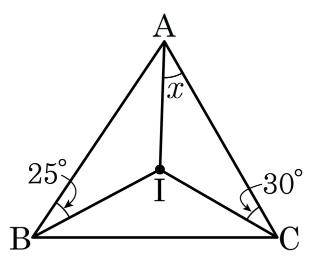
내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle x = \angle ICB$, $\angle IBA = \angle IBC = 30^\circ$이다.

$2\angle x + 50^\circ + 2 \times 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 35^\circ$

23. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① 30° ② 31° ③ 32° ④ 33° ⑤ 35°

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle \mathrm{IBC} = \angle \mathrm{ABI} = 25°$이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle \mathrm{BIC} = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle \mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{A}$, $\angle \mathrm{A} = 70°$

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{CAI} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{A} = 35°$

24. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

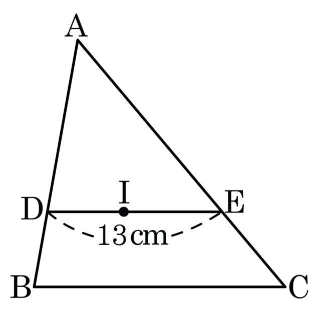
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8$ 이다.

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DE} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값을 구하여라.



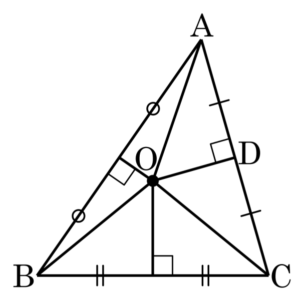
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 13\text{cm}$ 이다.

26. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



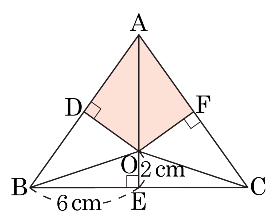
위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고,
점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.
점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ……㉠
또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$
$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90°$
$\overline{OA} = \square$
$\overline{OD}$ 는 공통
$\therefore \triangle AOD \equiv \triangle COD$ (RHS 합동)
따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.
즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$ ② $\overline{OD}$ ③ $\overline{OA}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

27. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\triangle ABC = 50\,\text{cm}^2$일 때, $\square ADOF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $19\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

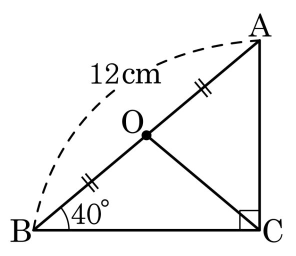
$\triangle OBE = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$

또한, $\triangle OBE \equiv \triangle OCF$, $\triangle OCF \equiv \triangle OAF$,
$\triangle OAD \equiv \triangle OBD$(RHS 합동) 이므로

$$\begin{aligned}\triangle OBE + \triangle OCF + \triangle OAD &= \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \\ &= 25(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \square ADOF &= \triangle AOD + \triangle AOF \\ &= \triangle AOD + \triangle COF \\ &= 25 - 6 \\ &= 19(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

28. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40°$ 일 때, $\overline{CO}$ 의 길이와 $\angle AOC$ 의 크기가 옳게 짝지어진 것은?

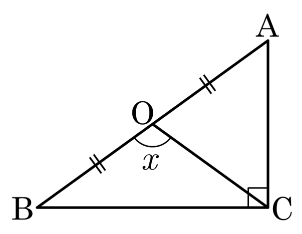


① $5\text{cm}, 60°$　② $5\text{cm}, 75°$　③ $5\text{cm}, 80°$
④ $6\text{cm}, 75°$　⑤ $6\text{cm}, 80°$

해설

$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$
$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle OCB = 40°$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$ 이므로
$\angle AOC = 80°$

29. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 105° ② 106° ③ 107° ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

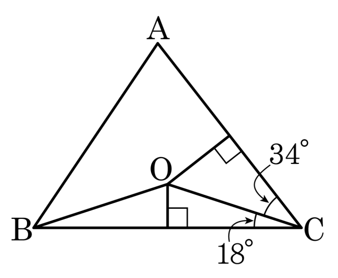
$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90° = \frac{2}{5} \times 90° = 36°$

$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90° = \frac{3}{5} \times 90° = 54°$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because$ $\overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36°$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180° - 36° - 36° = 108°$

30. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34°$, $\angle OCB = 18°$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



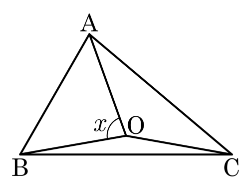
① $18°$ ② $34°$ ③ $36°$ ④ $38°$ ⑤ $52°$

해설

$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90°$

$\angle OBA = 90° - \angle OCB - \angle OCA = 38°$

31. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 2$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $80°$

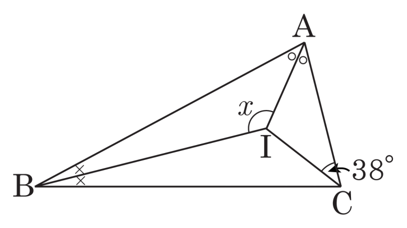
해설

$\angle C = 180° \times \dfrac{2}{4+3+2} = 40°$

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle x = 2\angle ACB = 2 \times 40° = 80°$

32. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$와 $\angle B$의 이등분선의 교점이다. 이 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $128\,^\circ$

해설

$38\,^\circ + \angle IAB + \angle IBC = 90\,^\circ$이므로

$\angle IAB + \angle IBC = 90\,^\circ - 38\,^\circ = 52\,^\circ$

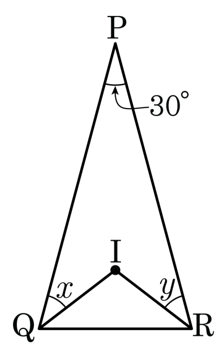
따라서 $\triangle IAB$에서

$\angle x = 180\,^\circ - (\angle IAB + \angle IBC)$

$= 180\,^\circ - 52\,^\circ$

$= 128\,^\circ$

33. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30^\circ$일 때, $x+y$의 값을 구하면?



① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

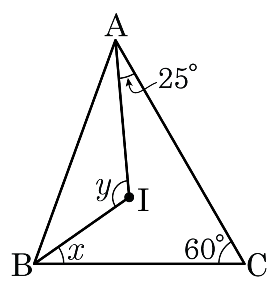
해설

점 I가 $\triangle PQR$의 내심일 때, $\angle QIR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P$이다.

$\angle QIR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 30^\circ = 105^\circ$이다.

또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$이다.
따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$이고, 삼각형 내각의 합은 180°이므로
$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180^\circ - \angle QIR = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

34. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25°$, $\angle ACB = 60°$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① $120°$ ② $125°$ ③ $145°$ ④ $155°$ ⑤ $165°$

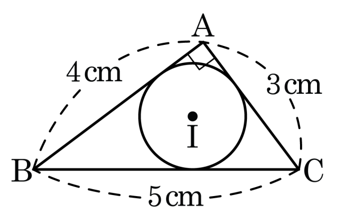
해설

ⅰ) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ⅱ) $\angle x + 25° + 30° = 90°$ $\therefore \angle x = 35°$

$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

35. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

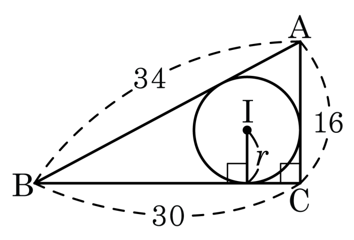
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

($\triangle ABC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC$의 둘레의 길이이므로

$6 = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5)$

$\therefore\ r = 1\text{cm}$

36. 다음 그림에서 점 I 는 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름 길이 r 의 값은?



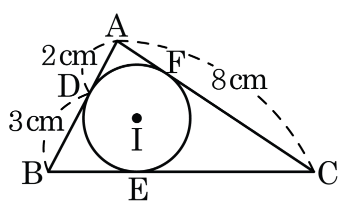
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

($\triangle$ABC 의 넓이)$= 30 \times 16 \times \dfrac{1}{2} = 240$

$240 = \dfrac{1}{2} \times r \times 80$ 이므로 따라서 $r = 6$ 이다.

37. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA 의 접점이다. $\overline{AD}=2\text{cm}, \overline{BD}=3\text{cm}, \overline{AC}=8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

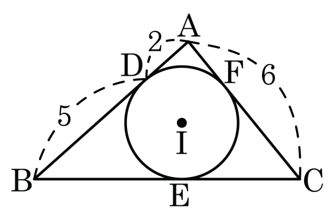


① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD}=\overline{AF}, \overline{BE}=\overline{BD}, \overline{CE}=\overline{CF}$ 이다.
$\overline{AD}=\overline{AF}=2\text{cm}, \overline{BE}=\overline{BD}=3\text{cm}, \overline{CE}=\overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF}=6\text{cm}=\overline{CE}$ 이다.
따라서 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=3+6=9(\text{cm})$ 이다.

38. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

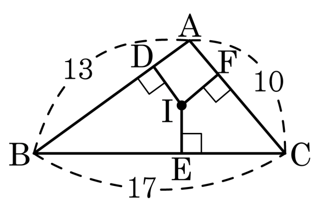
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

39. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{CE}$의 길이는 얼마인지 구하여라.



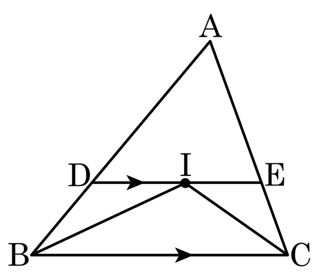
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\overline{CE} = \overline{CF} = x$라 하면 $\overline{BD} = \overline{BC} - x = 17 - x$이고, $\overline{AD} = \overline{AC} - x = 10 - x$이다.
$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} = 13$이므로
$13 = (17 - x) + (10 - x)$
$\therefore\ x = 7$

40. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. 점 I를 지나면서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{EC} = \overline{EI}$　② $\angle EIC = \angle ECI$　③ $\angle DBI = \angle DIB$

④ $\angle IBC = \angle EIC$　⑤ $\overline{DB} = \overline{DI}$

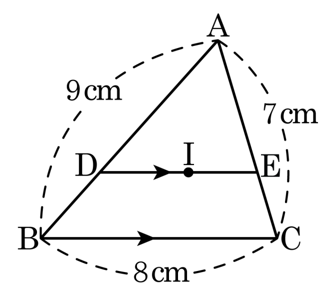
해설

$\angle DBI = \angle CBI = \angle DIB$이므로 $\triangle DBI$는 $\overline{DB} = \overline{DI}$인 이등변삼각형이다.

또, $\angle ECI = \angle BCI = \angle EIC$이므로 $\triangle EIC$는 $\overline{EC} = \overline{EI}$인 이등변삼각형이다.

④ $\angle IBC = \angle DIB$, $\angle EIC = \angle ICB$

41. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이고 $\overline{DE}\ //\overline{BC}$ 이다. 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



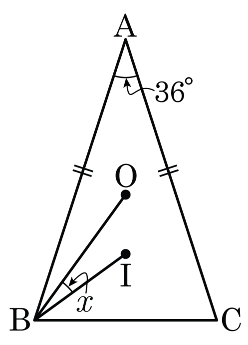
① 14cm ② 15cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $= \overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 $= \overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 7 = 16(\text{cm})$ 이다.

42. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① 14°　② 18°　③ 20°　④ 22°　⑤ 24°

해설

$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36°$, $\angle BOC = 72°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36° + 90° = 108°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54° - 36° = 18°$ 이다.

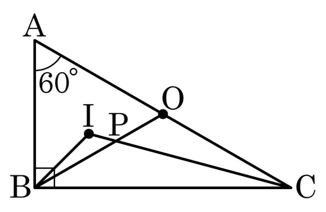
43. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.
② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.
③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.
⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설

② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.

44. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



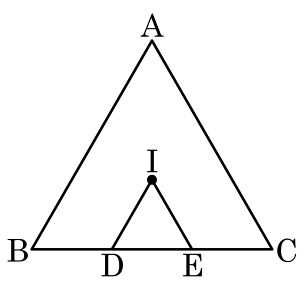
▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : 135 °

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \rightarrow \angle OBC = 30°$ 이다. ⋯㉠
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로
$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°) = 45°$ 이다. ⋯㉡
㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.
$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120° + 15° = 135°$

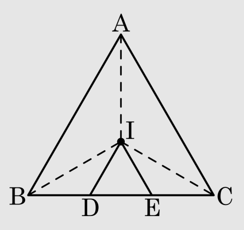
45. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : 60°

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^{\circ}$

따라서 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DI}$, $\overline{AC} \mathbin{/\!/} \overline{EI}$

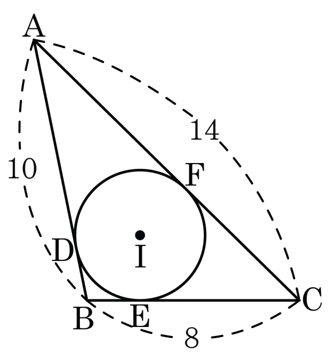
$\angle DIB = \angle ABI = 30^{\circ}$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30^{\circ}$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90^{\circ} + \frac{1}{2}\angle A = 120^{\circ}$ 이므로

$\angle DIE = 120^{\circ} - (30^{\circ} + 30^{\circ}) = 60^{\circ}$ 이다.

46. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10cm, \overline{BC} = 8cm, \overline{AC} = 14cm$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



① 4cm　② 5cm　③ 6cm　④ 7cm　⑤ 8cm

해설

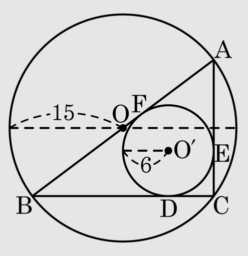
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10, 12 = 2x$ 이다.
$\therefore x = 6(\text{cm})$

47. 직각삼각형 ABC 의 외접원의 반지름이 15, 내접원의 반지름이 6 일 때, 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설



위의 그림과 같을 때,

$\overline{AE} = \overline{AF} = a$ 라 하면 $\overline{AC} = a + 6$

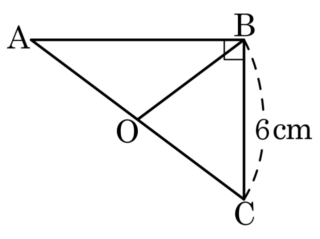
$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 30$ 이므로

$\overline{BD} = \overline{BF} = 30 - a$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = (30 - a) + 6 = 36 - a$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle ABC &= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times \{30 + (36 - a) + (a + 6)\} \times 6 \\ &= 216 \end{aligned}$$

48. 직각삼각형 ABC의 외심 점 O를 찍어 B와 연결하였더니 다음 그림과 같았다. $\triangle OAB$의 넓이가 $12\mathrm{cm}^2$이고, $\overline{AC}$의 길이가 $10\mathrm{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하여라.



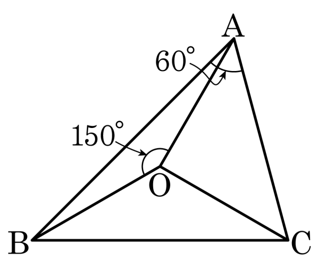
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

변 $\overline{OB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $12 \times 2 = 24(\mathrm{cm}^2)$이다.
높이가 $6\mathrm{cm}$인 삼각형의 넓이가 $24\mathrm{cm}^2$이므로
$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 6 = 24$, $\overline{AB} = 8\mathrm{cm}$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$6 + 8 + 10 = 24\ (\mathrm{cm})$

49. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 60°$, $\angle AOB = 150°$ 일 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 45°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 120°$이고,
점 O가 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBC$는 $\angle OBC = \angle OCB$인 이등변삼각형이므로

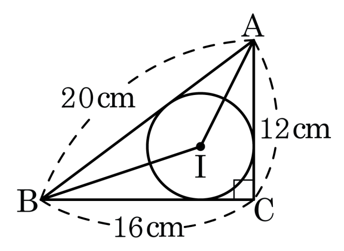
$$\angle OBC = \frac{180° - 120°}{2} = 30°$$

$\overline{OA} = \overline{OB}$에서 $\triangle OAB$는 $\angle OAB = \angle OBA$인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBA = \frac{180° - 150°}{2} = 15°$$

$\therefore \angle B = \angle OBC + \angle OBA = 45°$

50. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB} = 20\text{cm}, \overline{BC} = 16\text{cm}, \overline{CA} = 12\text{cm}$ 이고 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이를 구하여라.



① 30cm^2 ② 35cm^2 ③ 40cm^2
④ 45cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (20 + 16 + 12) = 24r$

이 때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이므로

$24r = 96 \therefore r = 4(\text{cm})$

$\therefore \triangle IAB = \frac{1}{2} \times 20 \times 4 = 40(\text{cm}^2)$