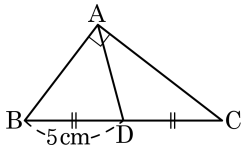


1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 D 는 빗변의 중심이다. $\overline{BD} = \overline{DC} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

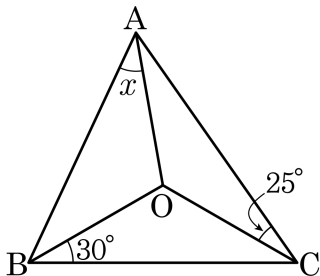
▷ 정답 : 5 cm

해설

삼각형의 외심으로부터 각 꼭짓점까지의 거리는 같다.

$$\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{AD} = 5\text{ cm}$$

2. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15°

② 20°

③ 25°

④ 30°

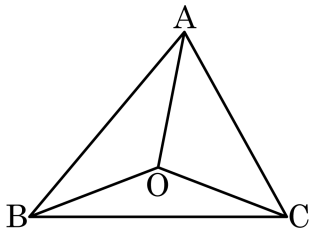
⑤ 35°

해설

점 O 가 외심이므로, $\angle x + 30^\circ + 25^\circ = 90^\circ$

$\therefore \angle x = 35^\circ$

3. 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle BOC = 138^\circ$ 일때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

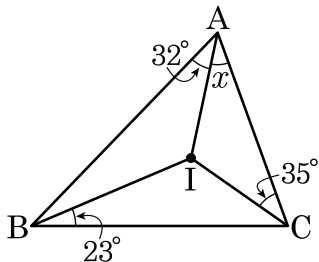
°
_

▷ 정답 : 69°

해설

점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $2\angle A = 138^\circ \therefore \angle A = 69^\circ$

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때 $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다.
($\quad$) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 32

해설

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다. 따라서 $\angle BAI = \angle CAI = 32^\circ$ 이다.

5. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다.
빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

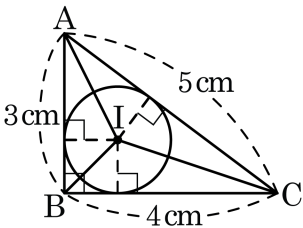
1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. _____
4. 그린 원을 오린다.

- ① 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ② 점 I 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다
- ③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.
- ④ 점 O 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
- ⑤ 점 O 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.
4. 그린 원을 오린다.

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?

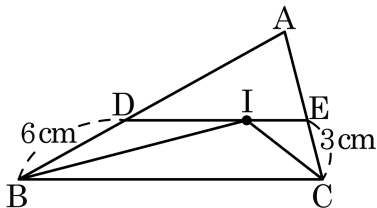


- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 중심을 점 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3 + 4 + 5)x = 6$
 $\therefore x = 1\text{cm}$

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D , E 라고 한다.
 $\overline{BD} = 6\text{ cm}$, $\overline{CE} = 3\text{ cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

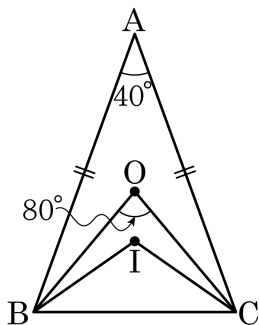
▷ 정답 : 9 cm

해설

$$\overline{BD} = \overline{DI}, \overline{CE} = \overline{IE}$$

$$\therefore \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 6 + 3 = 9(\text{cm})$$

8. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40^\circ$, $\angle O = 80^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 15 °

해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 110^\circ$$

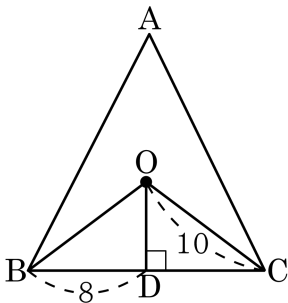
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$$\angle OBC = 50^\circ$$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 점 O에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

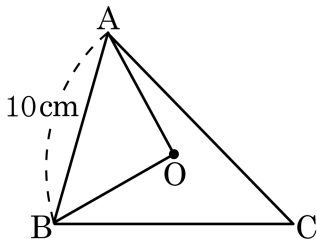
⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{AB} = 10\text{ cm}$ 이고, $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이가 24 cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm

② 4cm

③ 5cm

④ 6cm

⑤ 7cm

해설

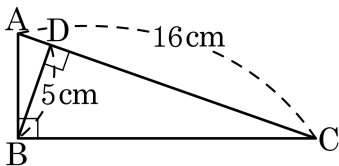
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$$

$$\therefore OA = 7(\text{cm})$$

11. 다음 그림은 $\angle B$ 가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

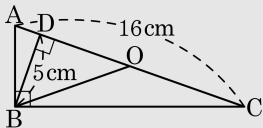


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

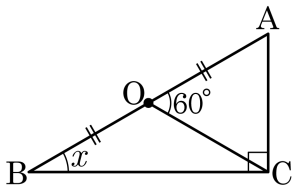
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점을 지나므로 외심 O는 $\overline{AC}$ 의 중점이다.



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로
외접원의 반지름은

$$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$$

12. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.

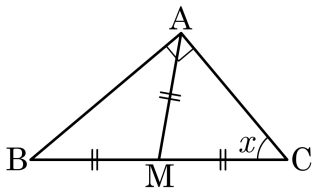
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$

삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로

$$x + x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

13. 다음 그림에서 점 M은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

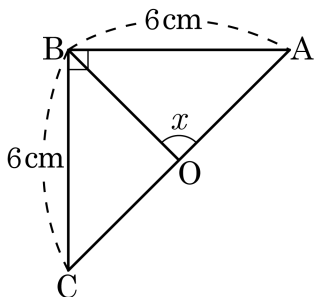
⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100^\circ$, $\angle AMC = 80^\circ$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.

$\angle AMC = 80^\circ$ 이므로 $\angle MAC = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$ 이다.

14. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70°

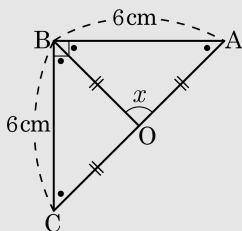
② 75°

③ 80°

④ 85°

⑤ 90°

해설



$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형

$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90^\circ$ 이므로

$\angle BCA = \angle BAC = 45^\circ$

직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

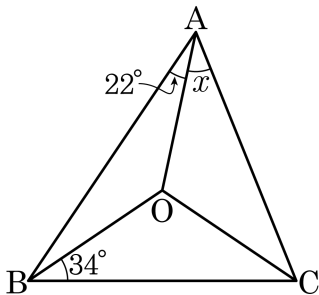
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$

$\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$

따라서 $\angle AOB = 90^\circ$ 이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이다. $\angle BAO = 22^\circ$, $\angle OBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

°
_

▷ 정답 : 34°

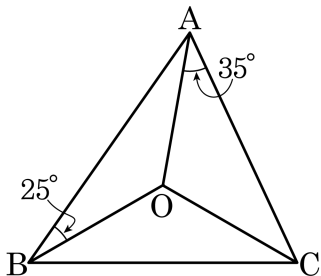
해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OAC = 90^\circ$

$\therefore \angle OAC = 90^\circ - 22^\circ - 34^\circ = 34^\circ$

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OCB$ 의 크기는?



① 20°

② 25°

③ 30°

④ 35°

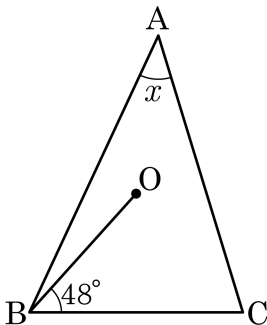
⑤ 40°

해설

$$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OCB = 90^\circ - 35^\circ - 25^\circ = 30^\circ$$

17. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?



① 40°

② 42°

③ 44°

④ 46°

⑤ 48°

해설

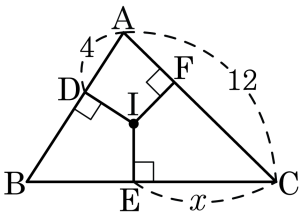
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 48^\circ$$

$$\angle BOC = 84^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 42^\circ$$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



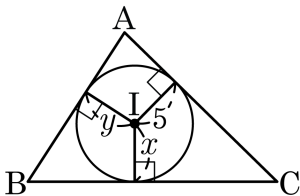
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로, $\overline{AD} = \overline{AF}$ 이고, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $4 + x = 12$ 이므로 $x = 8$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 와 y 의 길이의 차를 구하여라.



▶ 답 :

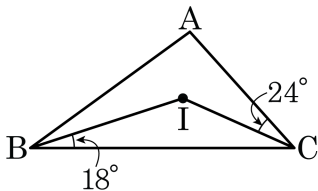
▶ 정답 : 0

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

$$\therefore x - y = 0$$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $^\circ$

▷ 정답 : 96°

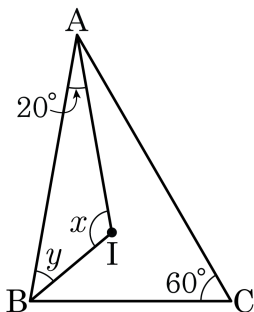
해설

점 I가 내심이므로

$$\angle IBA = 18^\circ, \angle ICB = 24^\circ$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 2(18^\circ + 24^\circ) = 96^\circ$$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?



- ① $\angle x = 120^\circ$, $\angle y = 40^\circ$ ② $\angle x = 115^\circ$, $\angle y = 45^\circ$
 ③ $\angle x = 110^\circ$, $\angle y = 50^\circ$ ④ $\angle x = 125^\circ$, $\angle y = 35^\circ$
 ⑤ $\angle x = 130^\circ$, $\angle y = 30^\circ$

해설

$$\angle A = 2 \times 20 = 40^\circ$$

$$\angle B = 2 \times \angle y = 2\angle y$$

$\triangle ABC$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$40^\circ + 2\angle y + 60^\circ = 180^\circ$$

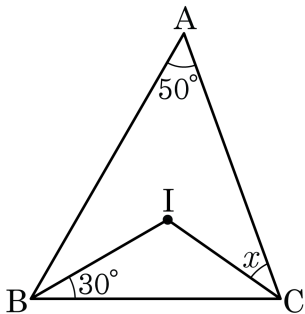
$$\therefore \angle y = 40^\circ$$

$\triangle ABI$ 의 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$20^\circ + 40^\circ + \angle x = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 120^\circ$$

22. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다.
($\quad$) 안에 알맞은 수를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

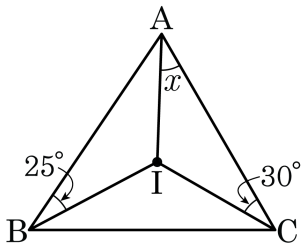
내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle x = \angle ICB$, $\angle IBA = \angle IBC = 30^\circ$ 이다.

$$2\angle x + 50^\circ + 2 \times 30^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 35^\circ$$

23. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 값은 얼마인가?



① 30°

② 31°

③ 32°

④ 33°

⑤ 35°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25^\circ$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle BIC = 180^\circ - 30^\circ - 25^\circ = 125^\circ$ 이다.

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A, 125^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A, \angle A = 70^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35^\circ$$

24. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

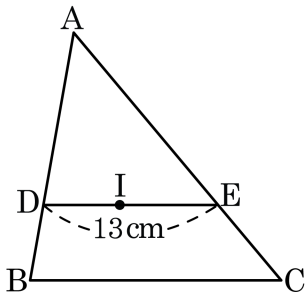
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8 \text{ 이다.}$$

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DE} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값을 구하여라.



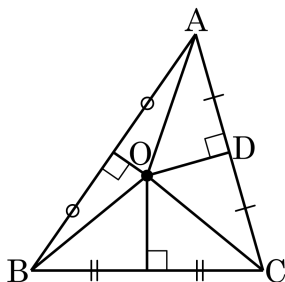
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$
 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 13\text{cm}$ 이다.

26. 다음은 「삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다.」를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



위 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고,

점 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하자.

점 O 는 $\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ㉠

또, 점 O 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선 위에 있으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{OA} = \square$

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서 $\angle ADO = \angle CDO = 90^\circ$

$\overline{OA} = \square$

$\overline{OD}$ 는 공통

$\therefore \triangle AOD = \triangle COD$ (RHS 합동)

따라서, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OD}$ 는 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 된다.

즉, $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① $\overline{OC}$

② $\overline{OD}$

③ $\overline{OA}$

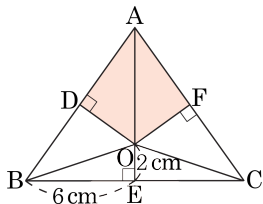
④ $\overline{AD}$

⑤ $\overline{CD}$

해설

$\overline{OA} = \overline{OB}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

27. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\triangle ABC = 50 \text{ cm}^2$ 일 때, $\square ADOF$ 의 넓이를
 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 19 cm^2

해설

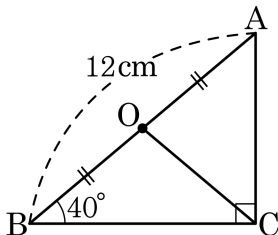
$$\triangle OBE = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$$

또한, $\triangle OBE \equiv \triangle OCF$, $\triangle OCF \equiv \triangle OAF$,
 $\triangle OAD \equiv \triangle OBD$ (RHS 합동) 이므로

$$\begin{aligned} \triangle OBE + \triangle OCF + \triangle OAD &= \frac{1}{2} \triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \\ &= 25(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \square ADOF &= \triangle AOD + \triangle AOF \\ &= \triangle AOD + \triangle COF \\ &= 25 - 6 \\ &= 19(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

28. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\overline{CO}$ 의 길이와 $\angle AOC$ 의 크기가 옳게 짝지어진 것은?



① 5cm, 60°

② 5cm, 75°

③ 5cm, 80°

④ 6cm, 75°

⑤ 6cm, 80°

해설

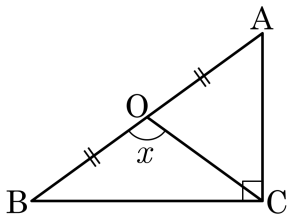
$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$

$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB = 40^\circ$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$ 이므로

$\angle AOC = 80^\circ$

29. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 105°

② 106°

③ 107°

④ 108°

⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

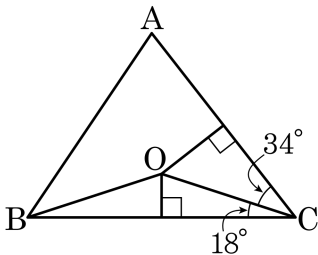
$$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

$$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90^\circ = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$) $\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$

30. 다음 그림의 ABC 에서 점 O 는 외심이다. $\angle OCA = 34^\circ$, $\angle OCB = 18^\circ$ 일 때, $\angle OBA$ 의 크기는?



① 18°

② 34°

③ 36°

④ 38°

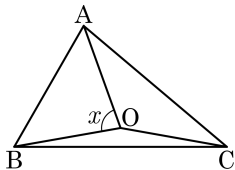
⑤ 52°

해설

$$\angle OBA + \angle OCB + \angle OCA = 90^\circ$$

$$\angle OBA = 90^\circ - \angle OCB - \angle OCA = 38^\circ$$

31. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고,
 $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 2$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를
구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 80°

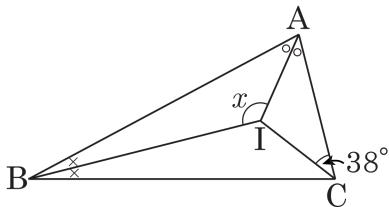
해설

$$\angle C = 180^\circ \times \frac{2}{4+3+2} = 40^\circ$$

점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\angle x = 2\angle ACB = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$$

32. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점이다. 이 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 128°

해설

$$38^\circ + \angle IAB + \angle IBC = 90^\circ \text{이므로}$$

$$\angle IAB + \angle IBC = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$$

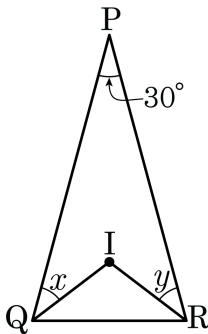
따라서 $\triangle IAB$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (\angle IAB + \angle IBC)$$

$$= 180^\circ - 52^\circ$$

$$= 128^\circ$$

33. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하면?



① 60°

② 65°

③ 70°

④ 75°

⑤ 80°

해설

점 I가 $\triangle PQR$ 의 내심일 때, $\angle QIR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P$ 이다.

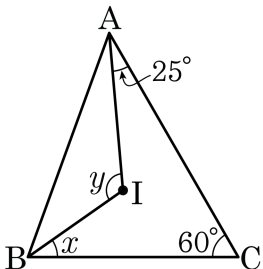
$$\angle QIR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 30^\circ = 105^\circ \text{이다.}$$

또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$ 이고, 삼각형 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180^\circ - \angle QIR = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

34. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle CAI = 25^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 120°

② 125°

③ 145°

④ 155°

⑤ 165°

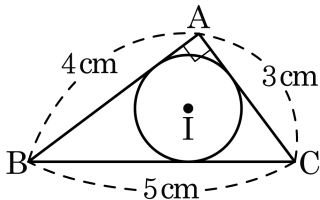
해설

i) $\angle y = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 60^\circ = 120^\circ$

ii) $\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 90^\circ \therefore \angle x = 35^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 155^\circ$

35. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

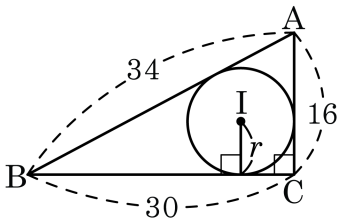
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC \text{의 둘레의 길이}$ 이므로

$$6 = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5)$$

$$\therefore r = 1\text{cm}$$

36. 다음 그림에서 점 I는 직각삼각형 ABC의 내심이다. 내접원의 반지름 길이를 r 의 값은?



① 4

② 5

③ 6

④ 7

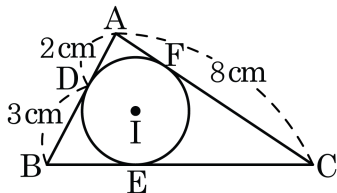
⑤ 8

해설

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = 30 \times 16 \times \frac{1}{2} = 240$$

$$240 = \frac{1}{2} \times r \times 80 \text{ 이므로 따라서 } r = 6 \text{ 이다.}$$

37. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA의 접점이다. $\overline{AD} = 2\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6cm

② 7cm

③ 8cm

④ 9cm

⑤ 10cm

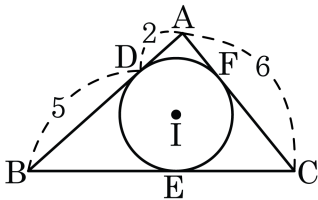
해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

38. 다음 그림에서 원 I는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 내접원과 삼각형 ABC의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



- ① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm
 ④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

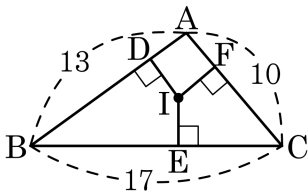
점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

39. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{CE}$ 의 길이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

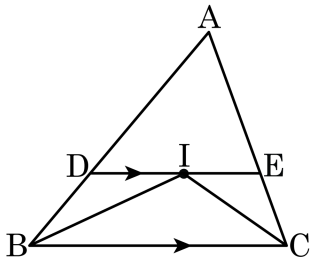
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BC} - x = 17 - x$ 이고, $\overline{AD} = \overline{AC} - x = 10 - x$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} = 13$ 이므로

$$13 = (17 - x) + (10 - x)$$

$$\therefore x = 7$$

40. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{EC} = \overline{EI}$ ② $\angle EIC = \angle ECI$ ③ $\angle DBI = \angle DIB$
 ④ $\angle IBC = \angle EIC$ ⑤ $\overline{DB} = \overline{DI}$

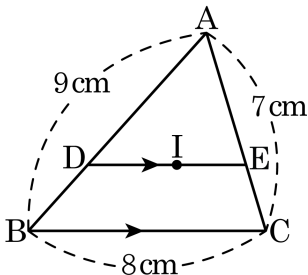
해설

$\angle DBI = \angle CBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 $\overline{DB} = \overline{DI}$ 인 이등변삼각형이다.

또, $\angle ECI = \angle BCI = \angle EIC$ 이므로 $\triangle EIC$ 는 $\overline{EC} = \overline{EI}$ 인 이등변삼각형이다.

④ $\angle IBC = \angle DIB$, $\angle EIC = \angle ICB$

41. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이다. 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



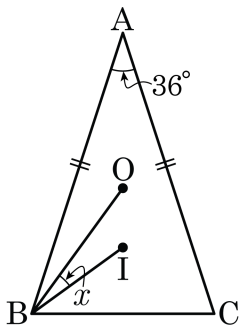
- ① 14cm ② 15cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 = $\overline{AB} + \overline{AC}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이 = $\overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 7 = 16(\text{cm})$ 이다.

42. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① 14°

② 18°

③ 20°

④ 22°

⑤ 24°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36^\circ$, $\angle BOC = 72^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36^\circ + 90^\circ = 108^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$ 이다.

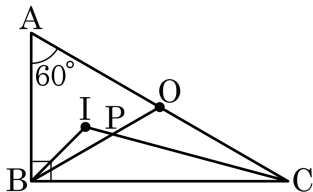
43. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.
- ② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.
- ③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
- ④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.
- ⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설

② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.

44. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 135°

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60^\circ \rightarrow \angle OBC = 30^\circ$ 이다. ...㉠

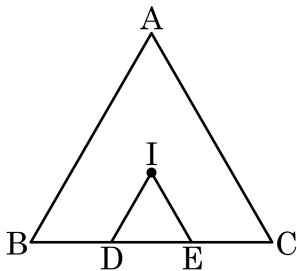
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30^\circ$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15^\circ$ 이고, $\angle BIC = 90^\circ + 60^\circ \times \frac{1}{2} = 120^\circ$ 이므로

$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180^\circ - (120^\circ + 15^\circ) = 45^\circ$ 이다. ...㉡

㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15^\circ$ 이다.

$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120^\circ + 15^\circ = 135^\circ$

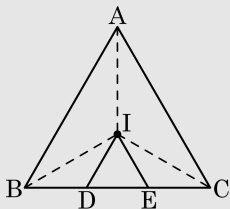
45. 다음 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이고 점 D, E는 변 BC의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 60°

해설



점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30^\circ$$

따라서 $\overline{AB} \parallel \overline{DI}$, $\overline{AC} \parallel \overline{EI}$

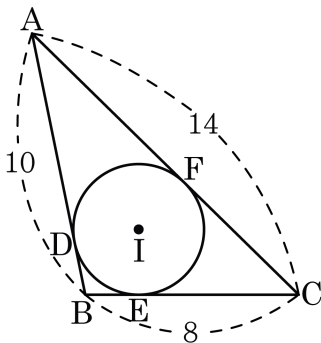
$$\angle DIB = \angle ABI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\angle EIC = \angle ACI = 30^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\text{또, } \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 120^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle DIE = 120^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \text{ 이다.}$$

46. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC의 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



① 4cm

② 5cm

③ 6cm

④ 7cm

⑤ 8cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10$, $12 = 2x$ 이다.

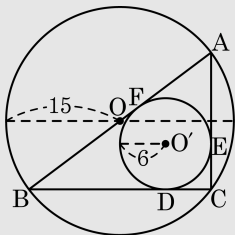
$\therefore x = 6(\text{cm})$

47. 직각삼각형 ABC 의 외접원의 반지름이 15, 내접원의 반지름이 6 일 때, 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설



위의 그림과 같을 때,

$$\overline{AE} = \overline{AF} = a \text{ 라 하면 } \overline{AC} = a + 6$$

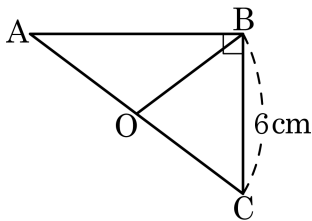
$$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 30 \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 30 - a$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = (30 - a) + 6 = 36 - a$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times \{30 + (36 - a) + (a + 6)\} \times 6 \\ &= 216 \end{aligned}$$

48. 직각삼각형 ABC의 외심 점 O를 찍어 B와 연결하였더니 다음 그림과 같았다. $\triangle OAB$ 의 넓이가 12cm^2 이고, $\overline{AC}$ 의 길이가 10cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24cm

해설

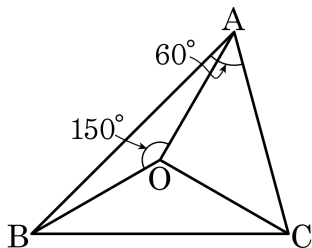
변 $\overline{OB}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.
 높이가 6cm 인 삼각형의 넓이가 24cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 6 = 24, \overline{AB} = 8\text{cm}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$6 + 8 + 10 = 24 (\text{cm})$$

49. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 60^\circ$, $\angle AOB = 150^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▶ 정답 : 45°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 120^\circ$ 이고,

점 O가 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OBC$ 는 $\angle OBC = \angle OCB$ 인 이등변삼각형이므로

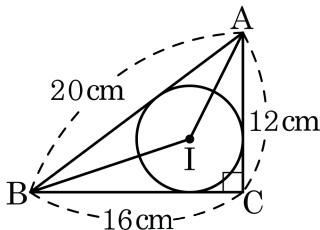
$$\angle OBC = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 에서 $\triangle OAB$ 는 $\angle OAB = \angle OBA$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBA = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

$$\therefore \angle B = \angle OBC + \angle OBA = 45^\circ$$

50. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{CA} = 12\text{cm}$ 이고 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이를 구하여라.



① 30cm^2

② 35cm^2

③ 40cm^2

④ 45cm^2

⑤ 50cm^2

해설

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (20 + 16 + 12) = 24r$$

이 때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이므로

$$24r = 96 \therefore r = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle IAB = \frac{1}{2} \times 20 \times 4 = 40(\text{cm}^2)$$