

1. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

2. 이차방정식 $x^2 + 5x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 $3x^2 + mx - 2 = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값을 구하면?

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 1$$

큰 근 1 이 $3x^2 + mx - 2 = 0$ 의 한 근이므로

$$x = 1 \text{ 을 대입하면 } 3 + m - 2 = 0$$

$$\therefore m = -1$$

3. 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-2 \pm \sqrt{6}$ 일 때, $b + c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$x + 2 = \pm \sqrt{6}$$

양변을 제곱하면 $(x + 2)^2 = 6$

$$x^2 + 4x + 4 = 6, \quad x^2 + 4x - 2 = 0$$

$$\therefore b = 4, \quad c = -2$$

$$\therefore b + c = 2$$

4. $x^2 + 6x + 11 - a = 0$ 이 하나의 근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D/4 = 3^2 - (11 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

5. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

6. 다음 보기에서 이차방정식의 개수는?

보기

㉠ $2x^2 - 5 = x^2$

㉡ $x^2 = -x + 2$

㉢ $x^2 = 0$

㉣ $x^2 = (x-1)^2 + x^2$

㉤ $x(x^2 + 1) = x^3 + x^2 - 1$

㉥ $2x^2 - 5x - 1 = 2(x^2 - 1)$

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

이차방정식은 (x 에 관한 이차식) = 0 꼴의 등식이다.

∴ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 5 개

7. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$

$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

8. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$a = -1 \text{ 또는 } a = 2,$$

따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

9. 이차방정식 $2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개일 때, 이 근을 a 라고 한다. 이 때, a 의 값은?

① 3

② -4

③ 5

④ 4

⑤ -5

해설

$2(x-5)^2 = m$ 의 근이 1 개이므로 $m = 0$ 이다.

$$2(a-5)^2 = 0$$

$$\therefore a = 5$$

10. 이차방정식 $x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근 중에서 양수인 것을 α 라고 할 때, $n < \alpha < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^2 + 8x - 2 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -4 \pm \sqrt{18} = -4 \pm 3\sqrt{2},$$

두 근 중 양수인 것은 $x = -4 + 3\sqrt{2}$,

따라서 $\alpha = -4 + 3\sqrt{2}$ 이다.

$$0 < -4 + 3\sqrt{2} < 1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore n = 0$$

11. $x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 (xy \neq 0)$ 일 때, $9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$ 의 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $y = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

해설

$$x^2 - 6xy + 9y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3y$$

$$x^2 = 9y^2 \text{ 이므로 } 9y^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \text{ 에 대입하면}$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\therefore \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\text{따라서 } x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

12. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

① 21

② -21

③ 27

④ -27

⑤ -9

해설

$$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$$

$$\frac{1}{3}(x-3)^2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 9, n = -3$$

$$\therefore mn = -27$$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값이 최대가 되도록 b 의 값을 정하려고 한다. 이 때, a 의 값은? (단, a, b 는 두 자리의 자연수)

① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

$x^2 + ax + 9b = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = 0, \quad a^2 - 4 \times 9b = 0$$

$$\therefore a^2 = 36b = 6^2b$$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 가 최대일 때 a 가 최대가 된다.

두 자리의 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81 이므로 $b = 81$ 이다.

$$\therefore a^2 = 6^2 \times 81 = (6 \times 9)^2 = 54^2$$

$$\therefore a = 54 \quad (\because a \text{ 는 자연수})$$

14. 이차방정식 $3x^2 - 23x - ax + 7a + 19 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $a = 11$

▷ 정답 : $a = 27$

▷ 정답 : $a = 35$

해설

a 에 관하여 정리하면

$$3x^2 - 23x + 19 = a(x - 7)$$

$$a = \frac{3x^2 - 23x + 19}{x - 7} = \frac{(x - 7)(3x - 2) + 5}{x - 7}$$

$$a = 3x - 2 + \frac{5}{x - 7}$$

a 는 정수이므로 $x - 7 = \pm 1, \pm 5$

$\therefore x = 8$ 일 때, $a = 27$, $x = 6$ 일 때, $a = 11$

$\therefore x = 12$ 일 때, $a = 35$, $x = 2$ 일 때, $a = 3$

15. $\frac{5y-2}{2x} + \frac{x-2}{y} + \frac{5}{2xy} - 2 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값을 구하여라. (단, $x^2 + y^2 \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 1$

해설

$\frac{5y-2}{2x} + \frac{x-2}{y} + \frac{5}{2xy} - 2 = 0$ 에서 양변에 $2xy$ 를 곱하여 정리하면

$$2x^2 - 4xy + 5y^2 - 4x - 2y + 5 = 0$$

이 식을 $(\quad)^2 + (\quad)^2 + (\quad)^2 = 0$ 의 꼴로 고치면

$$x^2 - 4xy + 4y^2 + x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = 0$$

$$(x-2y)^2 + (x-2)^2 + (y-1)^2 = 0$$

따라서 $x = 2, y = 1$ 이다.