1. 다음 명제 중 '역'이 참인 것을 고르면? (a, b, x, y 는 모두 실수)

① $a=1$ 이면 $a^2=a$

② $a=b$ 이면 $a^2=b^2$

③ xy 가 홀수 이면 $x+y$ 가 짝수

④ $\triangle ABC$ 가 정삼각형이면 $\angle B=\angle C$

⑤ 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

① 역 : $a^2=a$ 이면 $a=1$ 이다.(거짓, 반례 : $a=0$)
② 역 : $a^2=b^2$ 이면 $a=b$ 이다. (거짓, 반례 : $a=1, b=-1$)
③ 역 : $x+y$ 가 짝수이면, xy 는 홀수이다. (거짓, x, y 모두 짝수인 경우 xy 는 짝수이다.)
④ 역 : $\angle B=\angle C$ 이면 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. (거짓, 두 각이 같으면 이등변삼각형이다.)
⑤역 : $A \cup B = A$ 이면 $A \supset B$ 이다.(참)

2. 명제 'x 가 소수이면 x 는 홀수이다.' 는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

3. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 '$\sim p$ 또는 q' 의 부정은?

① $0 < x < 2$　　② $-1 < x < 3$

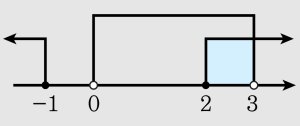
③ $x \le -1$ 또는 $x > 0$　　④ $-1 \le x < 3$

⑤ $2 \le x < 3$

해설

'$\sim p$ 또는 q' 의 부정은 'p이고 $\sim q$' 이므로

$p : 0 < x < 3, \sim q : x \le -1$ 또는 $x \ge 2$ 에서



따라서, '$\sim p$ 또는 q' 의 부정은 $2 \le x < 3$ 이다.

4. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족하는 집합은?

① $P \cap Q$ ② $P \cup Q$ ③ $P - Q$
④ $Q - P$ ⑤ $P^c \cup Q^c$

해설

조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 집합은 $\{x \mid f(x) = 0$이고 $g(x) = 0\}$ 이므로
주어진 조건을 만족하는 집합은 $P \cap Q$

5. 다음 <보기> 의 명제 중 참인 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 < 1$ 이면 $x < 1$ 이다.

㉡ $x \neq 1$ 이면 $x^2 \neq 1$ 이다.

㉢ a, b 가 무리수일 때, $a+b$, ab 중 적어도 하나는 무리수이다.

㉣ ab 가 유리수 이면 $a+b$ 도 유리수이다.

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

㉠ $x^2 - 1 < 0 \leftrightarrow -1 < x < 1$ $P = \{x | -1 < x < 1\}$, $Q = \{x | x < 1\}$ 라 할 때, $P \subset Q$ 이므로 참

㉡ 반례 : $x = -1$ 일 때, 거짓

㉢ 반례 : $a = \sqrt{2}$ $b = -\sqrt{2}$ 일 때, $a+b = 0, ab = -2$ 이므로 거짓

㉣ 반례 : $a = \sqrt{3} + \sqrt{2}, b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $ab = 1$(유리수) , $a+b = 2\sqrt{3}$(무리수) 이므로 거짓

6. 집합 $A = \{x \mid -1 \le x \le 1,\ x$는 정수$\}$에 대하여 $a \in A$, $b \in A$일 때, 다음 중 참인 명제는?

① 임의의 a에 대하여 $a^2 > 0$이다.

② $a^2 - 1 = 0$을 만족하지 않는 a가 있다.

③ 모든 a, b에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$을 만족한다.

④ 모든 a, b에 대하여 $a + b > 2$이다.

⑤ $|a| = |b|$이면 $ab = 1$이다.

해설

① $a = 0$이면 $a^2 = 0$이므로 거짓이다.
② $a = 0$이면 $a^2 = 0$이므로 참이다.
③ $a = 1$, $b = 1$이면 $a^2 + b^2 = 2$이므로 거짓이다.
④ $a = 0$, $b = 0$이면 $a + b = 0$이므로 거짓이다.
⑤ $a = 1$, $b = -1$이면 $|a| = |b| = 1$이지만 $ab = -1$이므로 거짓이다.

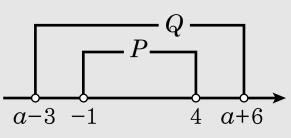
7. 실수 전체의 집합에서의 두 조건 $p : -1 < x < 4$, $q : a-3 < x < a+6$ 일 때, 명제 $p \to q$ 가 참이기 위한 실수 a 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하면 $P = \{x \mid -1 < x < 4\}$

$Q = \{x \mid a-3 < x < a+6\}$



이때, 명제 $p \to q$ 가 참이려면 $P \subset Q$ 이어야 하므로 위 수직선에서 $a-3 \le -1$ 이고 $a+6 \ge 4$ 이다.

$\therefore -2 \le a \le 2$

따라서, a 의 최댓값은 2, 최솟값은 -2이므로 최댓값과 최솟값의 합은 0이다.

8. 전체집합 U의 임의의 부분집합을 A라 하고 조건 p, q를 만족시키는 집합을 P, Q라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \to p$　　② $p \to q$　　③ $p \leftrightarrow q$

④ $q \to p$　　⑤ $q \to \sim p$

해설

집합 A가 전체집합 U의 임의의 부분집합이므로 $A = U$라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\varnothing \cap Q) = P \cup \varnothing = P$
우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q \because\ P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$
$\therefore\ q \to p$는 참이다.

9. 두 조건 p, q가 $p : |x| < a$, $q : |x-1| \geq 3$과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$가 참일 때, 양수 a의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 4$ ② $a > 4$ ③ $a \geq 4$

④ $a > 2$ ⑤ $2 \leq a \leq 4$

해설

$\sim p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow Q^c \subset P$

$P = \{x | -a < x < a\}$

$Q = \{x | x \leq -2$ 또는 $x \geq 4\}$

$Q^c = \{x | -2 < x < 4\}$

$-a \leq -2 \rightarrow a \geq 2$, $a \geq 4$

$\therefore a \geq 4$

10. 네 개의 조건 p, q, r, s에 대하여 $q \Rightarrow \sim s$, $\sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

① $p \Rightarrow q$　② $p \Rightarrow \sim r$　③ $r \Rightarrow q$

④ $r \Rightarrow s$　⑤ $\sim s \Rightarrow q$

해설

$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$

$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$

$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$

11. 지성이는 자기 반 학생 35명의 키와 몸무게를 조사하여 '키가 175cm 이상인 학생의 몸무게는 65kg 이상이다.' 라는 결론을 내렸다. 다음 <보기> 중 지성의 결론이 참인지 알아보기 위해 반드시 확인해야 할 것을 모두 고르면?

㉠ 키가 180cm인 학생의 몸무게
㉡ 키가 170cm인 학생의 몸무게
㉢ 몸무게가 70kg인 학생의 키
㉣ 몸무게가 60kg인 학생의 키

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

지성이의 결론 '키가 175cm 이상인 학생의 몸무게는 65kg 이상이다.'가 참이면 키가 175cm 이상인 학생의 몸무게는 반드시 65kg 이상이어야 하므로 키가 180cm인 학생의 몸무게가 65kg 이상인지 반드시 확인해야 한다. 또한, 지성이의 결론이 참이면 결론의 대우 '몸무게가 65kg미만인 학생의 키는 175cm 미만이다.'도 참이므로, 몸무게가 60kg인 학생의 키가 175cm 미만인지 확인해야 한다.
∴ ㉠, ㉣

12. 다음은 명제 'xy 가 3 의 배수이면 x, y 중 적어도 하나는 3 의 배수이다.(단, x, y 는 정수이다.)' 가 참임을 대우를 이용하여 증명한 것이다. (가)~(마) 에 들어갈 말로 틀린 것은?

> 주어진 명제의 대우는 'x, y 가 모두 (가) 가 아니면 xy 는 (가) 가 아니다.' 이다. 이것이 참임을 보이자.
> x, y 가 모두 (나) 가 아니면 x, y 를 각각 $x = 3m \pm 1$, $y = 3n \pm 1$ (단, m, n 은 정수) 로 나타낼 수 있다.
> 이때, (다) $= (3m \pm 1)(3n \pm 1)$
> $= 9mn \pm 3m \pm 3n + 1$
> $= 3(3mn \pm m \pm n) + 1$
> 또는 (다) $= (3m \pm 1)(3n \mp 1)$
> $= 9mn \mp 3m \pm 3n - 1$
> $= 3(3mn \mp m \pm n) - 1$
> 이다. 그리고 m, n 이 정수이므로
> $3mn \pm m \pm n$, $3mn \mp m \pm n$ 도 정수이다.
> 따라서, (다) 는 3 의 배수가 아니다. 즉, 주어진 명제의 대우는 (라) 이다.
> 그러므로 주어진 명제는 (마) 이다.

① (가) 3 의 배수 ② (나) 3 의 배수 ③ (다) xy
④ (라) 참 ⑤ (마) 거짓

해설

대우가 참이므로 명제 역시 참이다.