

1. 명제 ‘ $a > b$ 이면 $a^2 \geq b^2$ 이다 ’의 대우를 구하면?

① $a^2 \geq b^2$ 이면 $a > b$ 이다

② $a^2 > b^2$ 이면 $a \geq b$ 이다

③ $a^2 < b^2$ 이면 $a \leq b$ 이다

④ $a \leq b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다

⑤ $a \geq b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

$$\therefore a^2 < b^2 \Rightarrow a \leq b$$

2. 명제 ‘ x 가 소수이면 x 는 홀수이다.’는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

3. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?
- ① 추우면 눈이 온다.
 - ② 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ⇔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ⇔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

4. a, b, c 가 실수일 때, ' $a^2 + b^2 + c^2 = 0$ 이다'의 부정은?

- ① $a = 0$ 또는 $b = 0$ 또는 $c = 0$
- ② $abc \neq 0$
- ③ $a \neq b \neq c$
- ④ a, b, c 모두 0 이 아니다.
- ⑤ a, b, c 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

해설

$a^2 + b^2 + c^2 = 0 \leftrightarrow a = b = c = 0$, $a = b = c = 0$ 의 부정은 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 또는 $c \neq 0$ 이다.
즉, a, b, c 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

5. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p: f(x) = 0, q: g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

- ① $A^c \cap B$

② $A \cap B^c$

③

$A^c \cap B^c$
- ④ $A^c \cup B^c$

⑤ $A^c \cup B$

해설

조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은
 $\{x \mid f(x) \neq 0 \text{이고 } g(x) \neq 0\}$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 집합은 $A^c \cap B^c$

6. 다음 명제 중 참인 것은? (단, x, y, z 는 실수이다.)

- ① $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.
- ② $x + y > 0, xy > 0$ 이면 $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다.
- ③ x 가 3 의 배수이면 x 는 9 의 배수이다.
- ④ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다.
- ⑤ 삼각형 ABC 가 이등변삼각형이면 정삼각형이다.

해설

- ② $xy > 0$ 이면, x 와 y 의 부호가 같다는 것인데 $x + y > 0$ 이려면 둘 다 양수여야 하므로 참이다.

7. 다음 명제 중 거짓인 명제는?

- ① 두 삼각형이 합동이면 넓이가 같다.
- ② 두 자연수 m, n 에 대하여 $m^2 + n^2$ 이 홀수이면 mn 은 홀수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 은 짝수이다.
- ④ 어떤 x 에 대하여 $x^2 \leq 0$ 이다.
- ⑤ 정사각형은 평행사변형이다.

해설

② (반례) $m = 2, n = 1$ 인 경우

8. 명제 ‘ $-1 < x < 2$ 이면 $a-2 < x < a+2$ 이다.’가 참일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 < a < 1$

② $0 \leq a \leq 1$

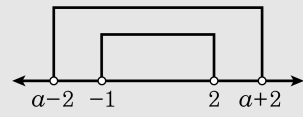
③ $a < 0$

④ $a \geq 1$

⑤ $a < 0$ 또는 $a > 1$

해설

명제 ‘ $-1 < x < 2$ 이면 $a-2 < x < a+2$ 이다.’가 참이 되려면 $\{x \mid -1 < x < 2\} \subset \{x \mid a-2 < x < a+2\}$ 이어야 하므로 다음 그림에서 $a-2 \leq -1, a+2 \geq 2$



$\therefore 0 \leq a \leq 1$

9. 전체집합 U 의 임의의 부분집합을 A 라 하고 조건 p, q 를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$ 가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?
- ① $\sim q \rightarrow p$ ② $p \rightarrow q$ ③ $p \leftrightarrow q$
④ $q \rightarrow p$ ⑤ $q \rightarrow \sim p$

해설

집합 A 가 전체집합 U 의 임의의 부분집합이므로 $A = U$ 라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\emptyset \cap Q) = P \cup \emptyset = P$
우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q \therefore P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$
 $\therefore q \rightarrow p$ 는 참이다.

10. 두 조건 p, q 가 $p : |x| < a, q : |x - 1| \geq 3$ 과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 양수 a 의 범위를 구하면?

- ① $0 < a \leq 4$ ② $a > 4$ ③ $a \geq 4$
 ④ $a > 2$ ⑤ $2 \leq a \leq 4$

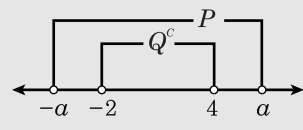
해설

$$\sim p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow Q^c \subset P$$

$$P = \{x | -a < x < a\}$$

$$Q = \{x | x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 4\}$$

$$Q^c = \{x | -2 < x < 4\}$$



$$-a \leq -2 \rightarrow a \geq 2, a \geq 4$$

$$\therefore a \geq 4$$

11. 네 개의 조건 p, q, r, s 에 대하여 $q \Rightarrow \sim s, \sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$ 라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

- ① $p \Rightarrow q$
- ② $p \Rightarrow \sim r$
- ③ $r \Rightarrow q$
- ④ $r \Rightarrow s$
- ⑤ $\sim s \Rightarrow q$

해설

$$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$$
$$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$$
$$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$$

12. 다음은 정수 a, b 에 대하여 명제 ‘ ab 가 짝수이면 a 또는 b 가 짝수이다.’를 증명한 것이다.

a, b 를 모두 홀수라 하면 $a = 2m - 1, b = 2n - 1$ (m, n 은 정수)로 나타낼 수 있으므로
 $ab = (2m - 1)(2n - 1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
 $= 2(2mn - m - n) + 1$
이때, $2mn - m - n$ 이 ’ 이므로, ab 는 이다.
따라서, ‘ a, b 가 홀수이면 ab 는 홀수이다.’는 참이고 이것은 주어진 명제의 이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 과정에서 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- ① 자연수, 홀수, 역
- ② 정수, 짝수, 대우
- ③ 정수, 홀수, 대우
- ④ 유리수, 짝수, 이
- ⑤ 유리수, 홀수, 이

해설

a, b 를 모두 홀수라 하면
 $a = 2m - 1, b = 2n - 1$ (m, n 은 정수)로 나타낼 수 있으므로
 $ab = (2m - 1)(2n - 1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
 $= 2(2mn - m - n) + 1$
이때, $2mn - m - n$ 이 정수'이므로 ab 는 홀수'이다. 이것은 주어진 명제의 대우'가 참임을 증명하여 주어진 명제가 참임을 증명한 것이다.