**1.** 명제 '$a > b$ 이면 $a^2 \geq b^2$ 이다 '의 대우를 구하면?

① $a^2 \geq b^2$ 이면$a > b$이다

② $a^2 > b^2$ 이면 $a \geq b$이다

③ $a^2 < b^2$ 이면 $a \leq b$이다

④ $a \leq b$ 이면 $a^2 < b^2$이다

⑤ $a \geq b$ 이면 $a^2 > b^2$이다

**해설**

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

$\therefore\ a^2 < b^2 \Rightarrow a \leq b$

**2.** 명제 '$x$ 가 소수이면 $x$ 는 홀수이다.' 는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

**3.** 두 명제 '겨울이 오면 춥다.' '눈이 오지 않으면 춥지 않다.'가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 <u>없는</u> 것은?

① 추우면 눈이 온다.

② 눈이 오면 겨울이 온다.

③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.

④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.

⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ↔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.

눈이 오지 않으면 춥지 않다. ↔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.

②에서 '눈이 오면 겨울이 온다'는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

**4.** $a, b, c$ 가 실수일 때, '$a^2 + b^2 + c^2 = 0$ 이다' 의 부정은?

① $a = 0$ 또는 $b = 0$ 또는 $c = 0$

② $abc \neq 0$

③ $a \neq b \neq c$

④ $a, b, c$ 모두 0 이 아니다.

⑤ $a, b, c$ 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

해설

$a^2 + b^2 + c^2 = 0 \leftrightarrow a = b = c = 0$, $a = b = c = 0$의 부정은 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 또는 $c \neq 0$ 이다.
즉, $a$, $b$, $c$ 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

**5.** 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 $A$, $B$ 라 할 때, 조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

① $A^c \cap B$ ② $A \cap B^c$ ③ $A^c \cap B^c$

④ $A^c \cup B^c$ ⑤ $A^c \cup B$

**해설**

조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은
$\{x \mid f(x) \neq 0$ 이고 $g(x) \neq 0\}$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 집합은 $A^c \cap B^c$

**6.** 다음 명제 중 참인 것은? (단, $x$, $y$, $z$ 는 실수이다.)

① $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다.

② $x + y > 0$, $xy > 0$ 이면 $x > 0$ 이고 $y > 0$ 이다.

③ $x$ 가 3 의 배수이면 $x$ 는 9 의 배수이다.

④ $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다.

⑤ 삼각형 ABC 가 이등변삼각형이면 정삼각형이다.

해설

② $xy > 0$ 이면, $x$ 와 $y$ 의 부호가 같다는 것인데 $x+y > 0$ 이려면 둘 다 양수여야 하므로 참이다.

**7.** 다음 명제 중 거짓인 명제는?

① 두 삼각형이 합동이면 넓이가 같다.

② 두 자연수 $m$, $n$ 에 대하여 $m^2+n^2$ 이 홀수이면 $mn$ 은 홀수이다.

③ 자연수 $n$ 에 대하여 $n^2$ 이 짝수이면 $n$ 은 짝수이다.

④ 어떤 $x$ 에 대하여 $x^2 \leq 0$ 이다.

⑤ 정사각형은 평행사변형이다.

**해설**

② (반례) $m=2$, $n=1$ 인 경우

**8.** 명제 '$-1 < x < 2$ 이면 $a-2 < x < a+2$ 이다.' 가 참일 때, 상수 $a$ 의 값의 범위는?

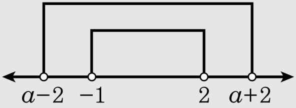
① $0 < a < 1$　　② $0 \le a \le 1$

③ $a < 0$　　④ $a \ge 1$

⑤ $a < 0$ 또는 $a > 1$

해설

명제 '$-1 < x < 2$ 이면 $a-2 < x < a+2$이다.' 가 참이 되려면 $\{x \mid -1 < x < 2\} \subset \{x \mid a-2 < x < a+2\}$ 이어야 하므로 다음 그림에서 $a-2 \le -1, a+2 \ge 2$




$\therefore 0 \le a \le 1$

**9.** 전체집합 $U$의 임의의 부분집합을 $A$라 하고 조건 $p$, $q$를 만족시키는 집합을 $P$, $Q$라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \rightarrow p$ ② $p \rightarrow q$ ③ $p \leftrightarrow q$

④ $q \rightarrow p$ ⑤ $q \rightarrow \sim p$

**해설**

집합 $A$가 전체집합 $U$의 임의의 부분집합이므로 $A = U$라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\varnothing \cap Q) = P \cup \varnothing = P$

우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q \therefore P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$

$\therefore q \rightarrow p$는 참이다.

**10.** 두 조건 $p$, $q$가 $p$ : $|x| < a$, $q$ : $|x-1| \geq 3$과 같이 주어져 있다. 명제 $\sim p \rightarrow q$가 참일 때, 양수 $a$의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 4$　② $a > 4$　③ $a \geq 4$

④ $a > 2$　⑤ $2 \leq a \leq 4$

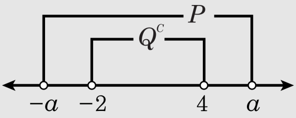
해설

$\sim p \rightarrow q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow Q^c \subset P$

$P = \{x \mid -a < x < a\}$

$Q = \{x \mid x \leq -2$ 또는 $x \geq 4\}$

$Q^c = \{x \mid -2 < x < 4\}$




$-a \leq -2 \rightarrow a \geq 2$ , $a \geq 4$

$\therefore a \geq 4$

**11.** 네 개의 조건 $p, q, r, s$에 대하여 $q \Rightarrow \sim s$, $\sim r \Rightarrow p$ 라 한다. 이로부터 $s \Rightarrow r$라는 결론을 얻기 위해 다음 중 필요한 것은?

① $p \Rightarrow q$　　② $p \Rightarrow \sim r$　　③ $r \Rightarrow q$

④ $r \Rightarrow s$　　⑤ $\sim s \Rightarrow q$

해설

$q \rightarrow \sim s, \sim r \rightarrow p$

$s \rightarrow \sim q, \sim p \rightarrow r$

$\therefore \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow p \rightarrow q$

**12.** 다음은 정수 $a, b$ 에 대하여 명제 '$ab$ 가 짝수이면 $a$ 또는 $b$ 가 짝수이다.' 를 증명한 것이다.

> $a, b$ 를 모두 홀수라 하면 $a = 2m-1, b = 2n-1$ $(m, n$ 은 정수$)$ 로 나타낼 수 있으므로
> $ab = (2m-1)(2n-1) = 4mn - 2m - 2n + 1$
> $= 2(2mn - m - n) + 1$
> 이때, $2mn - m - n$ 이 $\boxed{\phantom{정수}}$ 이므로, $ab$ 는 $\boxed{\phantom{홀수}}$ 이다.
> 따라서, '$a, b$ 가 홀수이면 $ab$ 는 홀수이다.' 는 참이고 이것은 주어진 명제의 $\boxed{\phantom{대우}}$ 이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 과정에서 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

① 자연수, 홀수, 역　　② 정수, 짝수, 대우

③ 정수, 홀수, 대우　　④ 유리수, 짝수, 이

⑤ 유리수, 홀수, 이

**해설**

$a, b$ 를 모두 홀수라 하면
$a = 2m-1, b = 2n-1$ $(m, n$ 은 정수$)$ 로 나타낼 수 있으므로

$$ab = (2m-1)(2n-1) = 4mn - 2m - 2n + 1$$
$$= 2(2mn - m - n) + 1$$

이때, $2mn - m - n$ 이 $\boxed{\text{정수}}$ 이므로 $ab$ 는 $\boxed{\text{홀수}}$ 이다. 이것은 주어진 명제의 $\boxed{\text{대우}}$ 가 참임을 증명하여 주어진 명제가 참임을 증명한 것이다.