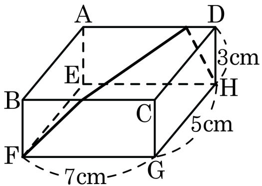
1. 다음 그림과 같은 직육면체의 꼭짓점 F 에서 모서리 BC 와 AD를 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

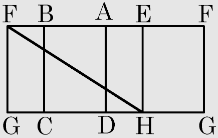


▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{170}$

해설

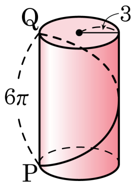
직육면체의 전개도를 그려보면 다음과 같은데 선분 FG 의 길이는 7 cm 이고, G 에서 H 까지의 길이는 11 cm 이므로 직각삼각형의 피타고라스 정리를 이용하면



$7^2 + 11^2 = \overline{FH}^2$

$\therefore\ \overline{FH} = \sqrt{170}$

2. 다음 그림과 같은 원기둥에서 점 P 에서 옆면을 따라 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

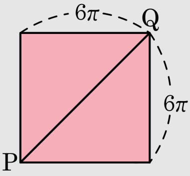


▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{2}\pi$

해설

$\overline{PQ} = 6\sqrt{2}\pi$



3. 밑면이 한 변의 길이가 x 인 정사각형이고 높이가 $\sqrt{23}$ 인 직육면체의 대각선의 길이가 11 이다. x 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

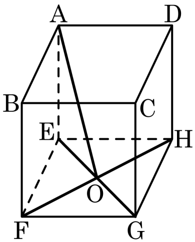
$\sqrt{x^2+x^2+(\sqrt{23})^2}=11$

$2x^2=98$

$x^2=49$

$x>0$ 이므로 $x=7$ 이다.

4. 대각선의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정육면체가 다음 그림과 같을 때, $\triangle \mathrm{AEO}$ 의 넓이는?



① $2\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$

④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

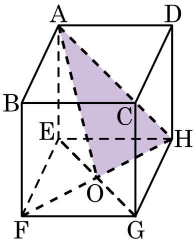
대각선의 길이가 $4\sqrt{3}$ 이므로 한 변의 길이는 4 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AE}} = 4$

$\overline{\mathrm{EG}} = 4\sqrt{2}$ 이므로 $\overline{\mathrm{EO}} = 2\sqrt{2}$

따라서 $\triangle \mathrm{AEO}$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, △AOH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$\overline{OH} = 4\sqrt{2},\ \overline{AH} = 8\sqrt{2}$

$\overline{AO} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{32 + 64}$

$= \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

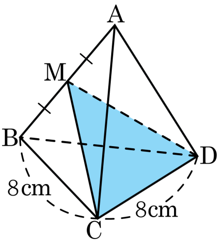
$\overline{AH}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AO}^2$

즉,

$(8\sqrt{2})^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{6})^2$ 이므로 △AOH 는 직각삼각형이다.

(△AOH 의 넓이)$=4\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} \times \dfrac{1}{2} = 16\sqrt{3}$

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8cm 인 정사면체에서 점 M이 $\overline{AB}$ 의 중점일 때, $\triangle MCD$ 의 넓이를 구하면?



① $8\sqrt{3}cm^2$ ② $4\sqrt{2}cm^2$ ③ $4\sqrt{3}cm^2$

④ $16\sqrt{2}cm^2$ ⑤ $32\sqrt{2}cm^2$

해설

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$\overline{MC} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}(cm)$

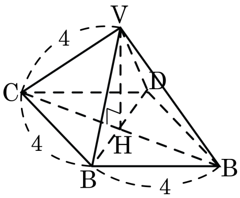
$\overline{MC} = \overline{MD}$ 이므로 $\triangle MCD$ 는 이등변 삼각형이 된다.

$\therefore$ ($\triangle$MCD의 높이) $= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2}$

$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(cm)$

$\therefore \triangle MCD = 8 \times 4\sqrt{2} \times \dfrac{1}{2} = 16\sqrt{2}(cm^2)$

7. 한 모서리의 길이가 4 인 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하면?



① 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\dfrac{29\sqrt{2}}{3}$

② 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\dfrac{32\sqrt{2}}{3}$

③ 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\dfrac{34\sqrt{2}}{3}$

④ 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\dfrac{35\sqrt{2}}{3}$

⑤ 높이 : $2\sqrt{2}$, 부피 : $\dfrac{37\sqrt{2}}{3}$

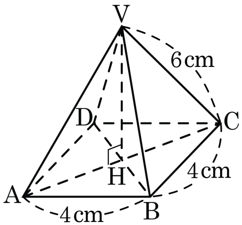
해설

높이를 h, 부피를 V라 하면

$$h = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{16 - 8} = 2\sqrt{2}$$

$$V = 4 \times 4 \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{32\sqrt{2}}{3}$$

8. 다음 그림의 정사각뿔 V – ABCD 에서 $\overline{VH}$ 의 길이는?



① $\sqrt{7}$ cm

② 4 cm

③ 5 cm

④ $2\sqrt{7}$ cm

⑤ $4\sqrt{2}$ cm

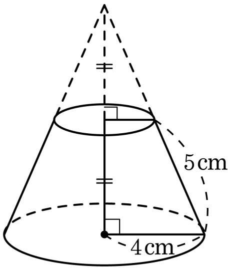
해설

□ABCD 가 정사각형이므로 $\overline{AC} = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{VH} = \sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$

9. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 4 cm 인 원뿔을 높이가 $\frac{1}{2}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 원뿔대의 높이를 구하여라.



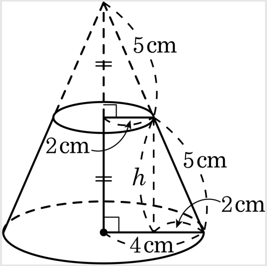
① 4 cm　② $\sqrt{17}$ cm

③ $2\sqrt{5}$ cm　④ $\sqrt{21}$ cm

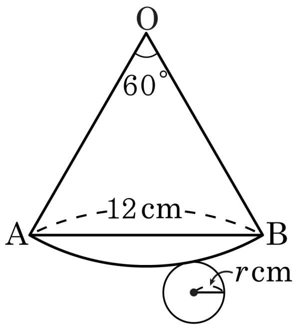
⑤ $2\sqrt{6}$ cm

해설

$\therefore h = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$ (cm)



10. 다음 그림은 중심각의 크기가 $60°$ 이고 $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 인 부채꼴과 반지름이 $r\,\text{cm}$ 인 원으로 만든 원뿔의 전개도이다. 다음 중 밑면의 반지름 길이와 높이를 바르게 말한 것은?



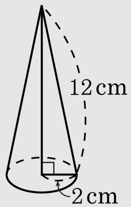
① $2\,\text{cm}$, $2\sqrt{15}\,\text{cm}$
② $2\,\text{cm}$, $2\sqrt{35}\,\text{cm}$
③ $3\,\text{cm}$, $2\sqrt{15}\,\text{cm}$
④ $3\,\text{cm}$, $2\sqrt{35}\,\text{cm}$
⑤ $4\,\text{cm}$, $2\sqrt{15}\,\text{cm}$

해설

$\angle AOB = 60°$ 이고 $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 는 부채꼴의 반지름이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$
따라서 $\angle OAB = \angle OBA = 60°$ 즉, $\triangle OAB$ 는 정삼각형이므로 원뿔의 모선의 길이는 $12\,\text{cm}$ 이다.

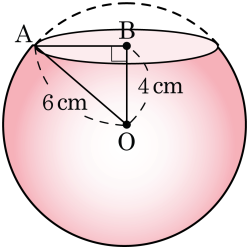
부채꼴 호 AB 의 길이 $l = 2\pi \times 12 \times \dfrac{60°}{360°} = 4\pi(\,\text{cm})$

호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi r = 4\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 2(\,\text{cm})$ 이다.
위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{12^2 - 2^2} = \sqrt{144 - 4} = 2\sqrt{35}(\,\text{cm})$ 이다.
따라서 밑면의 반지름 길이는 $2\,\text{cm}$ 이고, 높이는 $2\sqrt{35}\,\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 구를 중심 O 에서 4 cm 떨어진 평면으로 자를 때, 잘린 단면인 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\pi\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : $20\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\angle\mathrm{ABO} = 90°$ 이므로

$\triangle\mathrm{ABO}$ 에서 $\overline{\mathrm{OA}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{OB}}^2$ 이고,

$\overline{\mathrm{AB}} = x\,\mathrm{cm}$ 라 하면

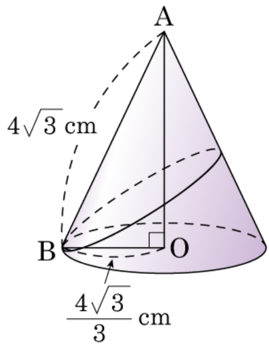
$6^2 = x^2 + 4^2$

$x^2 = 20$

$x = 2\sqrt{5}$

따라서 잘린 단면은 반지름의 길이가 $2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 인 원이므로 넓이는 $\pi \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = 20\pi(\mathrm{cm}^2)$

12. 다음 그림의 원뿔은 모선의 길이가 $4\sqrt{3}$cm, 밑면의 반지름의 길이가 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$cm 이다. 점 B에서 원뿔의 옆면을 돌아서 다시 점 B에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

(밑면인 원의 둘레의 길이)

$= 2\pi \times \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$= 2\pi \times 4\sqrt{3} \times \frac{x}{360}$

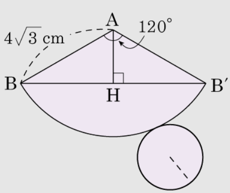
$=$ (부채꼴의 호의 길이)

$\therefore x = 120°$

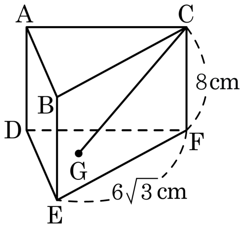
$\overline{BH} = 6 (\because \overline{AB} : \overline{BH} = 2 : \sqrt{3})$

$\overline{BB'} = \overline{BH} + \overline{B'H} = 6 + 6 = 12$ (cm)

점 B에서 원뿔의 옆면을 돌아서 다시 B 점에 이르는 최단거리는 직선거리 $\overline{BB'}$ 가 된다.



13. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이고, 높이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle DEF$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $10\,\underline{\mathrm{cm}}$

해설

$$\overline{FG} = \frac{2}{3} \times (\triangle DEF\text{의 높이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3}$$
$$= 6\ (\mathrm{cm})$$

$\triangle CGF$ 는 $\angle CFG = 90°$ 인 직각삼각형이므로

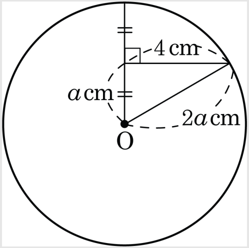
$\overline{CG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ (\mathrm{cm})$

14. 구의 중심에서 구의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 떨어진 평면으로 구를 자를 때 생기는 단면의 반지름이 $4\mathrm{cm}$ 이다. 이때 구의 겉넓이는?

① $\frac{32}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $\frac{64}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{128}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{256}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{512}{3}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

구의 반지름의 길이를 $2\,\mathrm{cm}$라 하면



$(2a)^2 = 4^2 + a^2$

$4a^2 = 16 + a^2$

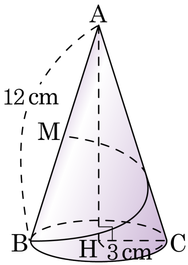
$\therefore a^2 = \frac{16}{3}$

구의 겉넓이는 $4\pi r^2$ 이므로

$4\pi r^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$ $\left(a^2 = \frac{16}{3}\right.$ 대입)

$16\pi a^2 = 16\pi \times \frac{16}{3} = \frac{256}{3}\pi(\,\mathrm{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12 cm 이고, 밑면의 반지름의 길이가 3 cm 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 B 로부터 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 점 M 으로 갈 때, 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

전개도를 그려, 부채꼴의 중심각을 x 라 하면,

$2\pi \times 12 \times \dfrac{x}{360°} = 2\pi \times 3$ $\quad \therefore\ x = 90°$

$\overline{MB} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ (cm)