

1. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

공통근 : $a = 1$

2. 이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

3. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와
 x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

4. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값은?

① -14

② 14

③ -5

④ 5

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 6x - 5 \\&= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5 \\&= (x - 3)^2 - 14\end{aligned}$$

$\therefore x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

5. 이차방정식 $x^2 - 14kx + 96k = 0$ 의 두 근의 비가 3 : 4일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

두 근을 3α , 4α 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여

$$3\alpha + 4\alpha = 14k \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } 7\alpha = 14k \therefore \alpha = 2k \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 12\alpha^2 = 96k \therefore \alpha^2 = 8k \dots\dots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉣} \text{에 대입하면 } 4k^2 = 8k, 4k(k - 2) = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } k = 2$$

따라서 양수 k 의 값은 $k = 2$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 3-k = 0$ 의 두 근이 모두 양수가 되도록 k 의 범위를 정하면?

① $-2 \leq k \leq 3$

② $2 \leq k \leq 5$

③ $1 \leq k \leq 2$

④ $k \geq 3$

⑤ $k \leq -1$

해설

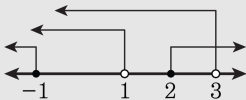
$$x^2 + 2(k-1)x + 3-k = 0$$

$$(i) \frac{D}{4} = (k-1)^2 - (3-k) \geq 0$$

$$(k-2)(k+1) \geq 0 \quad \therefore k \geq 2 \text{ 또는 } k \leq -1$$

(ii) 두 근의 합, 곱 모두 양수

$$-2(k-1) > 0, 3-k > 0 \quad \therefore k < 1$$



$$\therefore k \leq -1$$

7. 방정식 $x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$ 또는 $x = -2 \pm \sqrt{3}$

② $x = 2$ 또는 $x = 4$ 또는 $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -2 \pm \sqrt{5}$ 또는 $x = -1 \pm \sqrt{6}$

④ $x = -3 \pm \sqrt{5}i$ 또는 $x = -2 \pm \sqrt{6}i$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = -5$ 또는 $-3 \pm \sqrt{6}$

해설

$$x(x+6) = x^2 + 6x$$

$$(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$$

$$x^2 + 6x = X \text{ 로 놓으면}$$

$$x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$$

$$X(X+8) + 15 = 0,$$

$$X^2 + 8X + 15 = 0$$

$$(X+3)(X+5) = 0$$

$$\therefore X = -3, X = -5$$

$$\textcircled{㉠} : X = -3 \Rightarrow x^2 + 6x + 3 = 0,$$

$$x = -3 \pm \sqrt{9-3} = -3 \pm \sqrt{6}$$

$$\textcircled{㉡} : X = -5 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0,$$

$$(x+5)(x+1) = 0, x = -1, -5$$

8. 두 방정식 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$ 을 동시에 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

① 없다.

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

구하는 순서쌍 (x, y) 는 연립방정식

$$\begin{cases} (x+y-1)(x-y-1)=0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2-y^2=0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{의 해이다.}$$

㉠에서 $y = \pm(x-1) \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2 - (x-1)^2 = 0$, $2x-1=0$

$$\therefore x = \frac{1}{2}, \textcircled{㉢} \text{에서 } y = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$\therefore$ 2개

9. $x^3 + 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $(\omega^2 + 1)^5 + (\omega - 1)^{100}$ 을 간단히 하면?

① 1

② ω

③ $-\omega$

④ 2ω

⑤ 0

해설

$$x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$\omega^3 + 1 = 0, \omega^3 = -1, \omega^2 - \omega + 1 = 0$$

$$\omega^2 + 1 = \omega, \omega^6 = 1, \omega - 1 = \omega^2$$

$$(\text{준 식}) = \omega^5 + (\omega^2)^{100} = \omega^5 + \omega^{200}$$

$$= \omega^3 \cdot \omega^2 + (\omega^6)^{33} \cdot \omega^2$$

$$= -\omega^2 + \omega^2 = 0$$

10. 다음 등식을 만족시키는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}$$

- ① 0 개
- ② 1 개
- ③ 2 개
- ④ 각각의 $b(\neq 0)$ 에 대하여 1 개씩 있다.
- ⑤ 각각의 $b(\neq 0)$ 에 대하여 2 개씩 있다.

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a+b}, \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{a+b}, (a+b)^2 = ab, a^2 + ab + b^2 = 0$$

$$\left(a + \frac{1}{2}b\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 = 0 \text{ 실수로서 이 등식을 만족하는 경우는}$$

$a = 0, b = 0$ 뿐이다.

따라서 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b) 는 없다.