

1. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 1 은 소수가 아니다.

② 모든 소수는 홀수이다.

③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.

④ 가장 작은 소수는 3 이다.

⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.

③ 1 의 약수는 1 뿐이다.

④ 가장 작은 소수는 2 이다.

2. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40

② 2×20

③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$

⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

3. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$

② $2^2 \times 7^5$

③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$

⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7 + 1 = 8$ (개) 이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (4 + 1) = 20$ (개)

② $(2 + 1) \times (5 + 1) = 18$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

4. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으면?

16, 32, 48, 64, ...

6, 12, 18, 24, ...

① 6의 배수

② 16의 배수

③ 48의 배수

④ 96의 배수

⑤ 112의 배수

해설

첫째 줄의 수는 16의 배수이고, 둘째 줄의 수는 6의 배수이므로
16과 6의 최소공배수인 48의 배수가 된다.

5. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

6. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 8 개

④ 16 개

⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

7. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ 7, 11

㉡ 8, 15

㉢ 9, 21

㉤ 15, 22

㉥ 12, 60

㉦ 11, 121

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

㉢ 9, 21 의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.

㉥ 12, 60 의 최대공약수는 12 이므로 서로소가 아니다.

㉦ 11, 121 의 최대공약수는 11 이므로 서로소가 아니다.

따라서 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 ㉠, ㉡, ㉤ 의 3 개이다.

8. $90, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 2^4 \times 3 \times 5^3$ 의 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5$

9. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

① 12

② 18

③ 36

④ 42

⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

10. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.



답 :

회전



정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는
 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore B$ 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

11. 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 9로 나누면 7이 남는 자연수 중에서 400에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 430

해설

구하는 수는 (6, 8, 9의 공배수)-2의 꼴이므로
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.

72의 배수 중 400에 가장 가까운 수는 432이다.
따라서 구하는 수는 $432 - 2 = 430$ 이다.

12. k 의 약수는 모두 12와 20의 공약수가 될 때, k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

k 는 12와 20의 공약수이다. 두 자연수의 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수이고 12와 20의 최대공약수는 4이므로 k 의 최댓값은 4이다.

13. 자연수 n 에 대하여 $n + 3$ 은 5 의 배수이고 $n + 5$ 는 3 의 배수일 때, $n + 8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n + 3$ 은 5 의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n + 5$ 는 3 의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n + 8 \text{ 을 } 15 \text{ 로 나눈 나머지}) = 0$

14. 빨간 색종이 63 장과 파란 색종이 45 장, 노란 색종이 36 장을 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 9 명

해설

세 수의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63 \quad 45 \quad 36} \\ 3 \overline{) 21 \quad 15 \quad 12} \quad \therefore 3 \times 3 = 9 \\ \quad 7 \quad 5 \quad 4 \end{array}$$

15. 우리 반은 교실청소는 여학생 16 명이 4 명씩, 특별구역청소는 남학생 30 명이 6 명씩 번호순으로 1 주일씩 실시하기로 하였다. 남학생은 1 번, 여학생은 21 번부터 동시에 시작하여 1 번과 21 번 두 학생이 다시 동시에 청소를 하게 되는 것은 몇 주 후인지 구하여라.

▶ 답: 주 후

▷ 정답: 20 주 후

해설

여학생은 $16 \div 4 = 4$ (주)마다, 남학생은 $30 \div 6 = 5$ (주)마다 당번이 돌아오므로 4 와 5 의 최소공배수 20 주마다 동시에 청소를 하게 된다.

16. 두 자연수의 곱이 1920 이고, 최대공약수가 16 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$1920 = L \times 16$ 이다.

$\therefore L = 120$

17. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉼니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

18. 13 이하의 자연수의 곱을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 13 \\ &= 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \\ &= 2^{10} \times 3^5 \times 5^2 \times 7 \times 11 \times 13 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41 \\ &b = 10 + 5 + 2 + 1 + 1 + 1 = 20 \\ &\therefore a - b = 41 - 20 = 21 \end{aligned}$$

19. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

20. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a + b + c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이

$$2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$$

$$2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$$

$$2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$$

$$144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d \text{ 이다.}$$

주어진 네 수의 2의 지수를 비교하면
모두 3보다 크므로 a 는 3이어야 한다.

주어진 네 수의 3의 지수를 비교하면
모두 2보다 크므로 b 는 2이어야 한다.

주어진 네 수의 5의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 c 는 1이어야 한다.

주어진 네 수의 7의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 d 는 1이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 1$ 이므로
 $(a + b + c) \times d = (3 + 2 + 1) \times 1 = 6$ 이다.