

1. 어떤 정다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그었더니 정다각형이 15 개의 삼각형으로 나누어졌다. 이 정다각형의 내부에 그을 수 있는 대각선 중 길이가 가장 긴 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

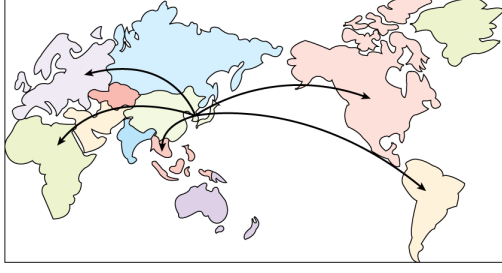
▶ 정답 : 17개

해설

구하는 다각형을 n 각형이라 하면 n 각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 만들어지는 삼각형의 개수는 $(n-2)$ 개이므로 $n-2=15 \therefore n=17$
정십칠각형의 한 꼭짓점에서 내부에 그을 수 있는 대각선 중 가장 길이가 긴 것은 두 개이다.

그런데 대각선은 두 개씩 겹쳐지므로 $\frac{17 \times 2}{2} = 17$ (개)

2. 그림과 같이 5 개 도시를 통신망으로 연결하려고 한다. 서로 직통하는 회선을 설치한다면 모두 몇 개의 회선이 필요한지 구하여라.



▶ 답 : 개

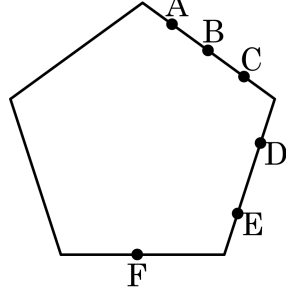
▷ 정답 : 10 개

해설

그림의 5 개의 도시를 도형의 꼭짓점으로 생각하면 오각형의 모양을 하게 된다. 5 개의 도시를 직통하는 회선의 개수는 이웃 국가를 연결하는, 즉 오각형을 이루는 5 개의 변과 이웃 국가가 아닌 국가를 연결하는 오각형의 대각선의 개수 만큼이다.

따라서 오각형의 대각선의 개수는 $\frac{5(5-3)}{2} = 5$ 이므로 총 회선의 개수는 $5 + 5 = 10$ (개)이다.

3. 다음 그림과 같이 오각형 위에 점 6 개가 있다. 이 점들을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 삼각형, 사각형, 오각형의 개수를 각각 a 개, b 개, c 개라고 할 때 $a \times b \times c$ 의 값을 구하여라.



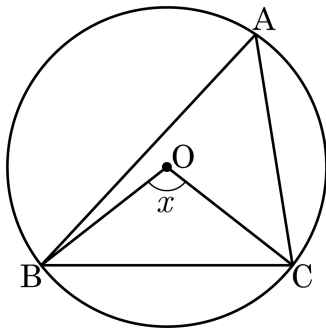
▶ 답 :

▷ 정답 : 684

해설

i) 삼각형
① (한 변 위의 점 두 개와 다른 변 위의 점 한 개로 만들 수 있는 삼각형) = $9 + 4 = 13$ 개
(A,B,C) 중 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 9 개
(D,E) 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 4 개
② (세 변 위의 점 한 개씩을 뽑아 만들 수 있는 삼각형) = $3 \times 2 \times 1 = 6$ 개
 $\therefore a = 13 + 6 = 19$ 개
ii) 사각형
① (한 변 위의 두 점과 다른 변 위의 두 점으로 만들 수 있는 사각형) = 3 개
(A,B,C) 중 두 점과 (D,E) 두 점으로 만든 사각형 : 3 개
② (한 변 위의 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만들 수 있는 사각형) = $6 + 3 = 9$ 개
(A,B,C) 중 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : $3 \times 2 = 6$ 개
(D,E) 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : 3 개
 $\therefore b = 3 + 9 = 12$
iii) 오각형
(A,B,C) 중 두 점과 D,E,F 를 사용하여 만들 수 있는 오각형 : 3 개
 $\therefore c = 3$ 개
 $\therefore a \times b \times c = 19 \times 12 \times 3 = 684$

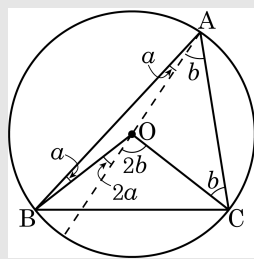
4. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점이 접해 있는 원의 중심이다.
 $\angle A = 52^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ①

▶ 정답 : 104°

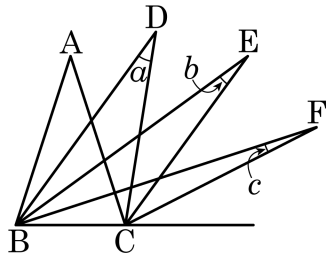
해설

 $\angle BAO = a$ 라 하면 $\angle BAO = \angle ABO = a$ $\angle CAO = b$ 라 하면 $\angle CAO = \angle ACO = b$

$a + b = 52^\circ$ 삼각형에서 한 외각은 이웃하지 않는 두 내각의 합과 같으므로

$$\therefore \angle x = 2a + 2b = 2(a + b) = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$$

5. 다음 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\angle ABC$ 의 사등분선과 $\angle ACB$ 의 외각의 사등분선의 교점이다. $\angle BAC = 36^\circ$ 일 때, $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 54°

해설

$\angle B$ 와 $\angle C$ 의 사등분된 각의 크기를 각각 $\angle x$, $\angle y$ 라 하면
삼각형의 외각의 성질에 의해서
 $\triangle ABC$ 에서 $36^\circ + \angle x = \angle y$, $\angle y = \angle x = 0^\circ$

$\triangle ABC$ 에서 $36^\circ + 4\angle x = 4\angle y$, $\angle y - \angle x = 9^\circ$

$$\triangle DBC \text{에서 } \angle a = 3\angle y - 3\angle x = 3(\angle y - \angle x) = 27^\circ$$

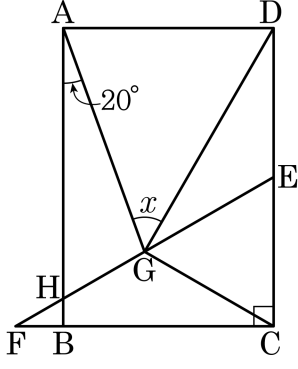
$$\triangle EBC \text{에서 } \angle b = 2\angle y - 2\angle x = 2(\angle y - \angle x) = 18^\circ$$

$$\triangle EBC \text{에서 } \angle b = 2\angle y - 2\angle x =$$

$$\triangle EBC \text{에서 } \angle c = \angle y - \angle x = 9^\circ$$

ΔFBC 에서 $\angle c = \angle y - \angle x = 9^\circ$

6. 직사각형 ABCD 와 $\overline{CE} = 2\overline{EF}$ 인 직각삼각형 EFC 가 직각 ECB 를 공유하며 다음 그림과 같이 겹쳐져 있다. $\overline{EF}$ 의 중점 G 를 점 A,D 와 연결하고, $CD = 2CE$, $\angle GAH = 20^\circ$ 라 할 때 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

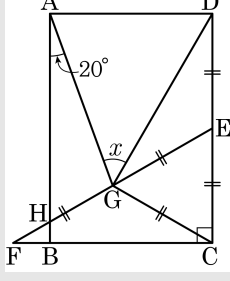


▶ 답 :

°

▷ 정답 : 50°

해설



$\overline{EG} = \overline{GC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle EGC$ 는 정삼각형이고 $\angle CEG = 60^\circ$ 이다.

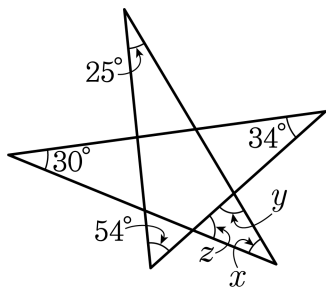
$\angle DEG = 120^\circ$ 이고, $\triangle DEG$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DGE = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$ 이다.

$\triangle AGD$ 에서 $\angle GAD = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

$\angle GDA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ$

7. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y - \angle z$ 의 값은?



- ① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

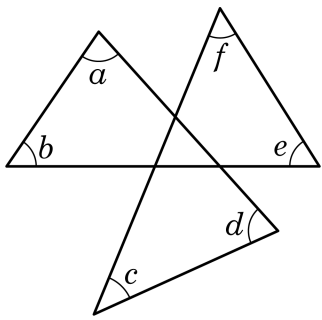
$$\angle z = 30^\circ + 34^\circ = 64^\circ$$

$$\angle y = 25^\circ + 54^\circ = 79^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - (64^\circ + 79^\circ) = 37^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y - \angle z = 37^\circ + 79^\circ - 64^\circ = 52^\circ$$

8. 다음 그림에서 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

—

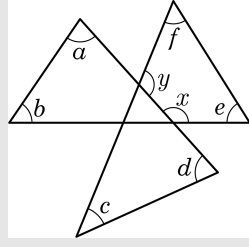
▶ 정답 : 360°

해설

다음 그림에서

$$\angle a + \angle b = \angle x, \quad \angle c + \angle d = \angle y$$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = \angle x + \angle y + \angle e + \angle f = 360^\circ$$



9. 두 다각형 P, Q의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 비가 1 : 2 일 때 두 다각형의 내각의 합을 모두 더하면 1440° 이다. 두 다각형의 변의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12 개

해설

각각 n 각형, m 각형이라 하면

$$(n - 3) : (m - 3) = 1 : 2$$

$$m - 3 = 2n - 6$$

$$m = 2n - 3 \dots \textcircled{7}$$

$$180^\circ \times (n - 2) + 180^\circ(m - 2) = 1440^\circ$$

$$n-2+m-2=8 \cdots (\textcircled{L})$$

⑦을 ④에 대입하면

④를 ①에 대입하면

$$n - 2 + 1 = 15$$

$$3n = 15$$

$$n = 5,$$

10. 다음은 육각형에서 외각의 크기의 합을 구하는 과정이다. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

평각의 크기가 180° 이므로
 $\angle a + \angle a' = 180^\circ$
 $\angle b + \angle b' = 180^\circ$
 $\angle c + \angle c' = 180^\circ$
 $\angle d + \angle d' = 180^\circ$
 $\angle e + \angle e' = 180^\circ$
 $\angle f + \angle f' = 180^\circ$
(내각의 크기의 합) + (외각의 크기의 합) = $180^\circ \times$
 $720^\circ +$ $^\circ =$ $^\circ$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

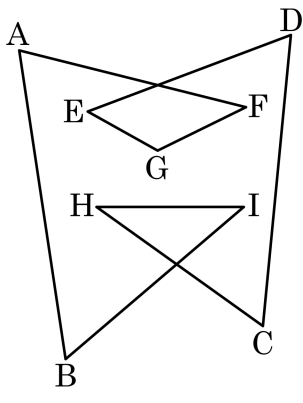
▷ 정답 : 360

▷ 정답 : 1080

해설

평각의 크기가 180° 이므로
 $\angle a + \angle a' = 180^\circ$
 $\angle b + \angle b' = 180^\circ$
 $\angle c + \angle c' = 180^\circ$
 $\angle d + \angle d' = 180^\circ$
 $\angle e + \angle e' = 180^\circ$
 $\angle f + \angle f' = 180^\circ$
(내각의 크기의 합) + (외각의 크기의 합) = $180^\circ \times$ 6
 $720^\circ +$ 360 $^\circ =$ 1080 $^\circ$

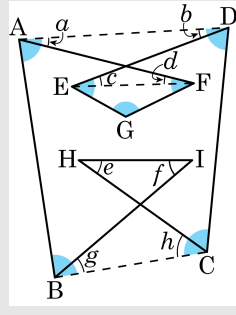
11. 다음 그림에서 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: ○ —

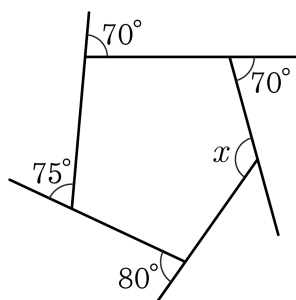
▶ 정답 : 540°

해설



$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$, $\angle e + \angle f = \angle g + \angle h$
 이므로 구하는 값은 색칠된 각들의 크기의 합과 같다.
 $\therefore 360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$

12. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 115°

해설

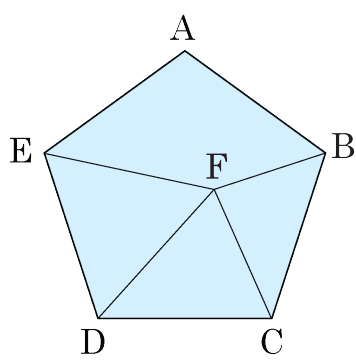
$\angle x$ 의 외각의 크기는
 $360^\circ - (70^\circ + 75^\circ + 80^\circ + 70^\circ) = 65^\circ$
 $\therefore \angle x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

13. m 각형의 내각의 합이 n 각형의 내각의 합의 2 배가 되는 두 다각형 m 각형, n 각형이 있다. 두 다각형의 대각선의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 개수가 모두 홀수가 되는 m, n 의 값 중 가장 작은 것을 차례대로 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $m = 6$
- ▷ 정답 : $n = 4$

해설

m 각형의 내각의 합이 n 각형의 내각의 합의 2 배이므로,
 $180^{\circ}(m-2) = 180^{\circ}(n-2) \times 2$
 $\rightarrow m = 2(n-1)$
가능한 m, n 의 순서쌍은 (4, 3), (6, 4), (8, 5), (10, 6), ... 이며,
한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 각각 $m-3, n-3$
이므로 둘 다 홀수가 나오려면 m 과 n 모두 짝수이어야 한다.
따라서 두 다각형의 대각선의 개수가 모두 홀수가 되는 m, n 의
값 중 가장 작은 것은 $m = 6, n = 4$ 이다.

14. 다음 그림에서 삼각형 EFD 는 정삼각형이고 오각형 ABCDE 는 정 오각형이다. $\angle BFC$ 의 크기를 구하여라.

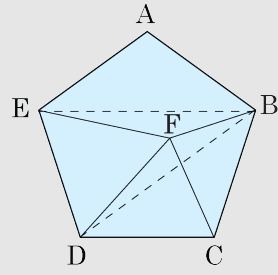


▶ 답: 0

▶ 정답 : 84°

해설

$\overline{BE}$ 와 $\overline{BD}$ 를 그으면



$\triangle BEF$ 와 $\triangle BFD$ 에서 $\overline{BE} = \overline{BD}, \overline{BF}$ 는 공통, $\overline{DF} = \overline{EF}$ 이므로
 $\triangle BEF \equiv \triangle BFD$ (SSS 합동)

$$\therefore \angle EBF = \angle FBD, \angle BEF = \angle BDF$$

도형 BEFD 에서

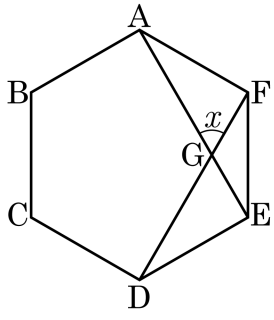
$$\angle EFD = \angle EBD + \angle BEF + \angle BDF = (\angle EBF + \angle FBD) + (\angle BEF + \angle BDF) = 2(\angle FBD + \angle BDF) = 60^\circ$$

$$\therefore \angle FBD + \angle BDF = 30^\circ, \angle BFD = \angle BFE = 150^\circ$$

정오각형의 한 내각의 크기는 108° 이므로 $\angle FDC = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$

$$\begin{aligned} \Delta FDC \text{ 에서 } \overline{FD} &= \overline{DC} \text{ 이므로 } \angle DFC = (180^\circ - 48^\circ) \div 2 = 66^\circ \\ \therefore \angle BFC &= \angle BFD - \angle DFC = 150^\circ - 66^\circ = 84^\circ \end{aligned}$$

15. 다음 그림의 정육각형에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



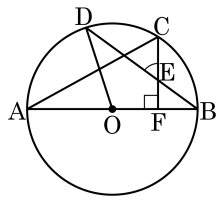
▶ 답 : °

▷ 정답 : 60 °

해설

정육각형의 한 내각의 크기가 120° 이고
 $\angle EAF = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ$
 $\angle AFD = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$
 $\triangle AGF$ 에서
 $\angle x = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CF}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 가 원주의 $\frac{3}{10}$ 일 때, $\angle CED$ 의 크기는?



- ① 27° ② 36° ③ 54° ④ 72° ⑤ 108°

해설

$5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 가 원주의 $\frac{3}{10}$ 이므로

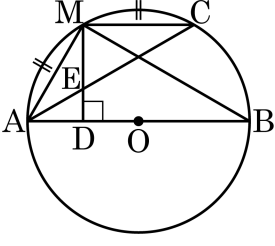
$$\angle BOD = 360^\circ \times \frac{3}{10} = 108^\circ$$

$\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로

$$\angle OBD = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ$$

$$\therefore \angle CED = \angle BEF = 180^\circ - (90^\circ + 36^\circ) = 54^\circ$$

17. $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름, M은 호 AC의 중점이고, $\overline{MD} \perp \overline{AB}$, 호 AC가 원주의 $\frac{1}{3}$ 일 때, $2\angle MEC$ 의 크기는?



- ① 30° ② 60° ③ 90° ④ 120° ⑤ 150°

해설

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 호 AC의 중심각

$$\angle AOC = \frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$$

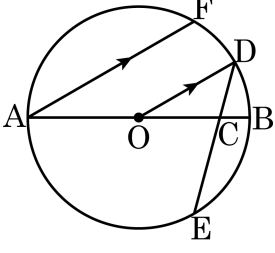
$\overline{AO} = \overline{CO}$ (반지름)이므로 $\triangle AOC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle OAC = \frac{1}{2}(180 - 120) = 30^\circ \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$$\therefore 2x = 120^\circ$$

18. 다음 그림에서 변 AB는 원 O의 지름이고 $\overline{AF} \parallel \overline{OD}$ 이며, $3\angle DOC = 2\angle ODC$ 이다. 또 $5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 가 원 O의 원주의 $\frac{1}{3}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 의 길이는 $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이의 몇 배인지 구하여라.

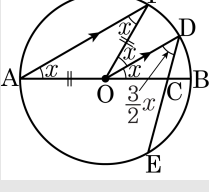


▶ 답 : 배

▷ 정답 : 4 배

해설

$\angle DOC = x$ 라 할 때, $\overline{AF} \parallel \overline{OD}$ 이므로,



$\angle OAF = \angle OFA = \angle DOF = x$ ($\because \triangle OAF$ 가 이등변삼각형,엇각, 동위각)

$$\angle ODC = \frac{3}{2}\angle DOC = \frac{3}{2}x$$

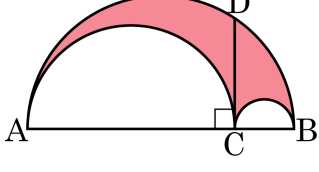
$5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 가 원주의 $\frac{1}{3}$ 이므로, $\angle AOE = 120^\circ$

$$120^\circ + (180^\circ - 2x) + x + (180^\circ - 3x) = 360^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

$5.0\text{pt}\widehat{AE} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 120^\circ : 30^\circ = 4 : 1$ 이므로 $5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 의 길이는 $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 길이의 4배이다.

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 7 : 2 로 나누는 점을 C 라 하고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ 를 각각 지름으로 하는 반원을 그린다. $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 인 점 D 를 5.0ptAB 위에 잡으면, $\overline{CD}^2 = \overline{AC} \times \overline{CB}$ 의 관계가 있다. 빗금 친 부분의 넓이를 S , $\overline{CD}$ 를 반지름으로 하는 원의 넓이를 T 라 할 때, $\frac{S}{T}$ 의 값은?

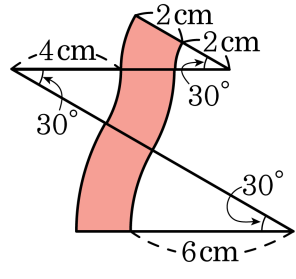


- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$\overline{AC} = 7a$, $\overline{CB} = 2a$ 라 하면
 $\overline{CD}^2 = 14a^2$
 $S = \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{9a}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi \times \left(\frac{7a}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}\pi a^2$
 $= \frac{81}{8}\pi a^2 - \frac{49}{8}\pi a^2 - \frac{1}{2}\pi a^2 = \frac{28}{8}\pi a^2 = \frac{7}{2}\pi a^2$
 $T = \pi \times \overline{CD}^2 = 14\pi a^2$
 $\therefore \frac{S}{T} = \frac{7}{2}\pi a^2 \div 14\pi a^2 = \frac{7}{2} \times \frac{1}{14} = \frac{1}{4}$

20. 다음 그림은 중심각이 모두 30° 인 부채꼴로 만든 도형이다. 색칠한 부분의 넓이는?

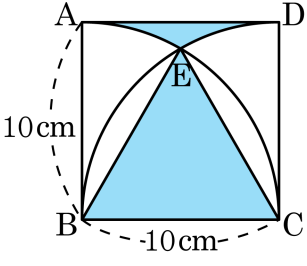


- ① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$
④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi\text{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} & (\pi \times 4^2 - \pi \times 2^2) \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \\ & + (\pi \times 6^2 - \pi \times 4^2) \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \\ & + (\pi \times 8^2 - \pi \times 6^2) \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \\ & = 5\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

21. 다음 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



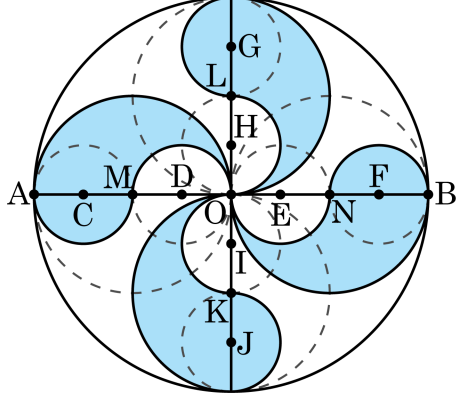
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $100 - \frac{50}{3}\pi$ cm²

해설

$\overline{EB} = \overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로
 $\triangle EBC$ 는 정삼각형이다.
 $\angle ABE = \angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10 \times 10 - \pi \times 10^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2 =$
 $100 - \frac{50}{3}\pi$ (cm²) 이다.

22. 다음 도형에서 원 O의 지름 AB의 길이가 8cm, 원 M, N, L, K가 합동이고, 원 C, D, E, F, G, H, I, J가 합동이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (단, 점 O, M, N, L, K, C, D, E, F, G, H, I, J는 원의 중심이다.)

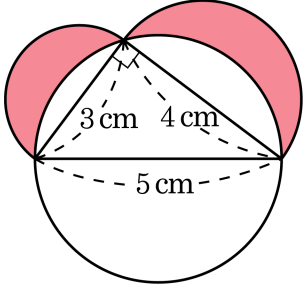


- ① $2\pi\text{cm}^2$ ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$
 ④ $8\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 반지름 2cm인 원 2개의 넓이와 같다.
 $\pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림은 세 변의 길이가 각각 3cm, 4cm, 5cm 인 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하여 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



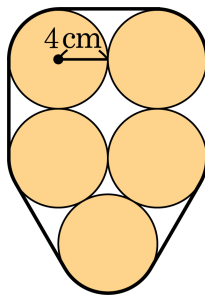
▶ 답: cm²

▷ 정답: 6cm²

해설

$$3 \times 4 \times \frac{1}{2} + \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm}^2)$$

24. 다음 그림은 반지름의 길이가 4cm 인 5 개의 원기둥을 묶은 것이다. 필요한 끈의 최소 길이를 구하면? (단, 묶는 매듭은 생각하지 않는다.)

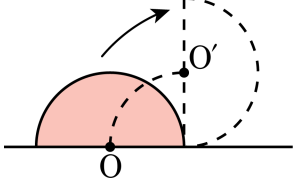


- ① $(4\pi + 20)\text{cm}$ ② $(4\pi + 40)\text{cm}$ ③ $(8\pi + 20)\text{cm}$
 ④ $(8\pi + 40)\text{cm}$ ⑤ $(16\pi + 40)\text{cm}$

해설

$$2\pi \times 4 + 4 \times 10 = 8\pi + 40(\text{cm})$$

25. 다음 그림과 같이 일직선 위의 반지름의 길이가 6cm 인 반원을 1 바퀴 굴렸을 때, 중심 O 가 움직이면서 그리는 선의 길이는?



- ① 4πcm
- ② 6πcm
- ③ 8πcm
- ④ 10πcm
- ⑤ 12πcm

해설

중심 O 가 움직이면서 그리는 선은 $\widehat{OO'}$, $\overline{O'O''}$, $\widehat{O''O''}$ 이므로 구하는 길이는 반원의 호의 길이의 2 배이다.

$\therefore 2 \times \frac{1}{2} \times 2\pi \times 6 = 12\pi(\text{cm})$

