1. 어떤 정다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그었더니 정다각형이 15 개의 삼각형으로 나누어졌다. 이 정다각형의 내부에 그을 수 있는 대각선 중 길이가 가장 긴 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 17 개

해설

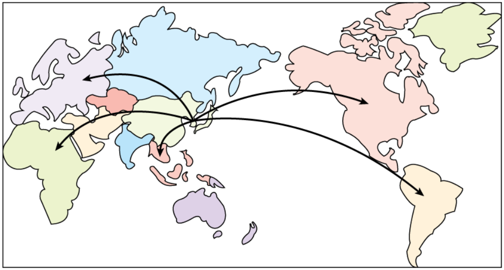
구하는 다각형을 n 각형이라 하면 n 각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 만들어지는 삼각형의 개수는 $(n-2)$ 개이므로

$n-2=15$ $\therefore n=17$

정십칠각형의 한 꼭짓점에서 내부에 그을 수 있는 대각선 중 가장 길이가 긴 것은 두 개이다.

그런데 대각선은 두 개씩 겹쳐지므로 $\frac{17\times 2}{2}=17$(개)

2. 그림과 같이 5 개 도시를 통신망으로 연결하려고 한다. 서로 직통하는 회선을 설치한다면 모두 몇 개의 회선이 필요한지 구하여라.



▶ 답: ____ 개

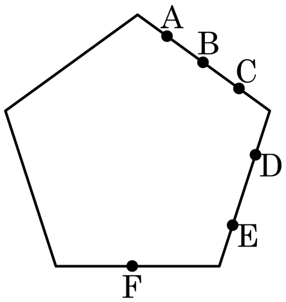
▷ 정답: 10 개

해설

그림의 5 개의 도시를 도형의 꼭짓점으로 생각하면 오각형의 모양을 하게 된다. 5 개의 도시를 직통하는 회선의 개수는 이웃 국가를 연결하는, 즉 오각형을 이루는 5 개의 변과 이웃 국가가 아닌 국가를 연결하는 오각형의 대각선의 개수 만큼이다.

따라서 오각형의 대각선의 개수는 $\frac{5(5-3)}{2} = 5$ 이므로 총 회선의 개수는 $5 + 5 = 10$ (개) 이다.

3. 다음 그림과 같이 오각형 위에 점 6 개가 있다. 이 점들을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 삼각형, 사각형, 오각형의 개수를 각각 a 개, b 개, c 개라고 할 때 $a \times b \times c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 684

해설

i) 삼각형

① (한 변 위의 점 두 개와 다른 변 위의 점 한 개로 만들 수 있는 삼각형)$= 9 + 4 = 13$ 개

(A, B, C) 중 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 9 개

(D, E) 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 4 개

② (세 변 위의 점 한 개씩을 뽑아 만들 수 있는 삼각형) $=$ $3 \times 2 \times 1 = 6$ 개

$\therefore a = 13 + 6 = 19$ 개

ii) 사각형

① (한 변 위의 두 점과 다른 변 위의 두 점으로 만들 수 있는 사각형)=3 개

(A, B, C) 중 두 점과 (D, E) 두 점으로 만든 사각형 : 3 개

② (한 변 위의 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만들 수 있는 사각형)$= 6 + 3 = 9$ 개

(A, B, C) 중 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : $3 \times 2 = 6$ 개

(D, E) 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : 3 개 $\therefore b = 3 + 9 = 12$

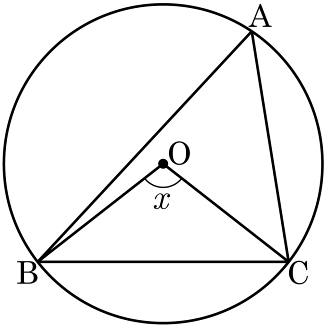
iii) 오각형

(A, B, C) 중 두 점과 D, E, F 를 사용하여 만들 수 있는 오각형 : 3 개

$\therefore c = 3$ 개

$\therefore a \times b \times c = 19 \times 12 \times 3 = 684$

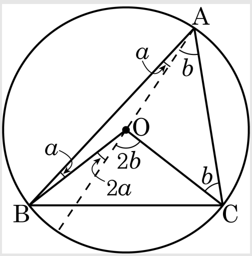
4. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점이 접해 있는 원의 중심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 104 °

해설



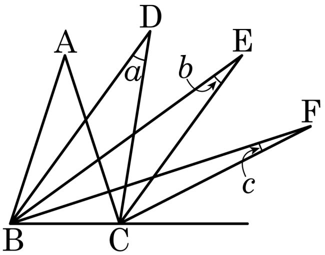
$\angle BAO = a$ 라 하면 $\angle BAO = \angle ABO = a$

$\angle CAO = b$ 라 하면 $\angle CAO = \angle ACO = b$

$a + b = 52°$ 삼각형에서 한 외각은 이웃하지 않는 두 내각의 합과 같으므로

$\therefore\ \angle x = 2a + 2b = 2(a + b) = 2 \times 52° = 104°$

5. 다음 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\angle ABC$의 사등분선과 $\angle ACB$의 외각의 사등분선의 교점이다. $\angle BAC = 36°$일 때, $\angle a + \angle b + \angle c$의 크기를 구하여라.



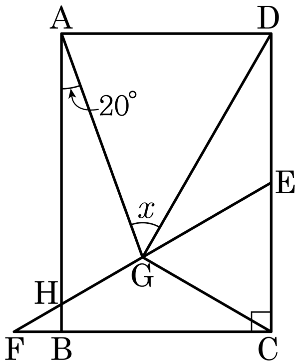
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{54°}$

해설

$\angle B$ 와 $\angle C$ 의 사등분된 각의 크기를 각각 $\angle x$, $\angle y$ 라 하면
삼각형의 외각의 성질에 의해서
$\triangle ABC$에서 $36° + 4\angle x = 4\angle y$, $\angle y - \angle x = 9°$
$\triangle DBC$에서 $\angle a = 3\angle y - 3\angle x = 3(\angle y - \angle x) = 27°$
$\triangle EBC$에서 $\angle b = 2\angle y - 2\angle x = 2(\angle y - \angle x) = 18°$
$\triangle FBC$에서 $\angle c = \angle y - \angle x = 9°$
$\therefore \angle a + \angle b + \angle c = 27° + 18° + 9° = 54°$

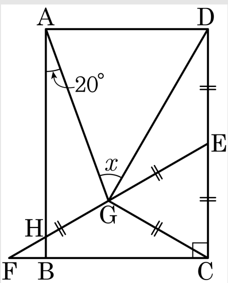
6. 직사각형 ABCD 와 $\overline{CE}=2\overline{EF}$ 인 직각삼각형 EFC 가 직각 ECB 를 공유하며 다음 그림과 같이 겹쳐져 있다. $\overline{EF}$ 의 중점 G 를 점 A, D 와 연결하고, $\overline{CD}=2\overline{CE}$, $\angle GAH=20°$라 할 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 50 °

해설



$\overline{EG}=\overline{GC}=\overline{CE}$ 이므로 $\triangle EGC$ 는 정삼각형이고 $\angle CEG=60°$ 이다.

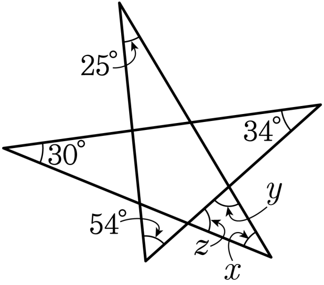
$\angle DEG=120°$ 이고, $\triangle DEG$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DGE=\dfrac{180°-120°}{2}=30°$ 이다.

$\triangle AGD$ 에서 $\angle GAD=90°-20°=70°$

$\angle GDA=90°-30°=60°$

$\therefore \angle x=180°-70°-60°=50°$

7. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y - \angle z$ 의 값은?



① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

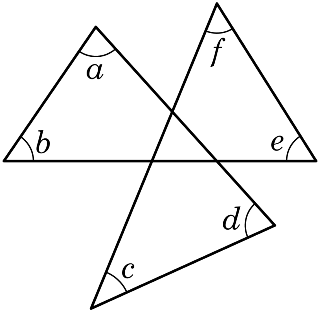
$\angle z = 30° + 34° = 64°$

$\angle y = 25° + 54° = 79°$

$\angle x = 180° - (64° + 79°) = 37°$

$\therefore\ \angle x + \angle y - \ z = 37° + 79° - 64° = 52°$

8. 다음 그림에서 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}{}^{\circ}$

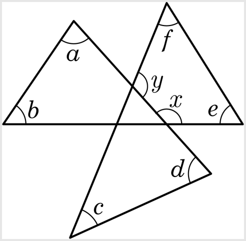
▷ 정답 : $\underline{360}{}^{\circ}$

해설

다음 그림에서

$\angle a + \angle b = \angle x,\ \angle c + \angle d = \angle y$

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = \angle x + \angle y\angle + \angle e + \angle f = 360°$



9. 두 다각형 P, Q 의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 비가 1 : 2 일 때 두 다각형의 내각의 합을 모두 더하면 1440° 이다. 두 다각형의 변의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 : ＿＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

각각 n 각형, m 각형이라 하면

$(n-3):(m-3)=1:2$

$m-3=2n-6$

$m=2n-3\cdots$㉠

$180°\times(n-2)+180°(m-2)=1440°$

$n-2+m-2=8\cdots$㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$n-2+2n-3-2=8$

$3n=15$

$n=5,\ m=7$

$\therefore$ 12 개

10. 다음은 육각형에서 외각의 크기의 합을 구하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

평각의 크기가 $180°$이므로
$\angle a + \angle a' = 180°$
$\angle b + \angle b' = 180°$
$\angle c + \angle c' = 180°$
$\angle d + \angle d' = 180°$
$\angle e + \angle e' = 180°$
$\angle f + \angle f' = 180°$
(내각의 크기의 합) + (외각의 크기의 합) $= 180° \times \boxed{}$
$720° + \boxed{}° = \boxed{}°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

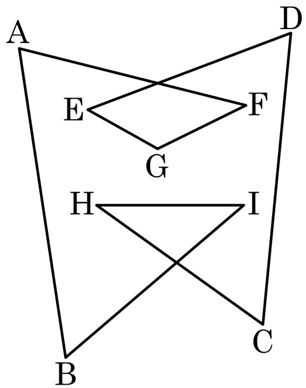
▷ 정답 : 360

▷ 정답 : 1080

해설

평각의 크기가 $180°$이므로
$\angle a + \angle a' = 180°$
$\angle b + \angle b' = 180°$
$\angle c + \angle c' = 180°$
$\angle d + \angle d' = 180°$
$\angle e + \angle e' = 180°$
$\angle f + \angle f' = 180°$
(내각의 크기의 합) + (외각의 크기의 합) $= 180° \times \boxed{6}$
$720° + \boxed{360}° = \boxed{1080}°$

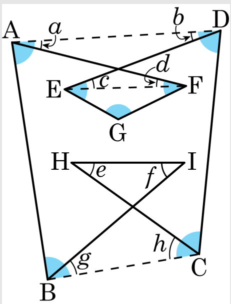
11. 다음 그림에서 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F + \angle G + \angle H + \angle I$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad ^{\circ}}$

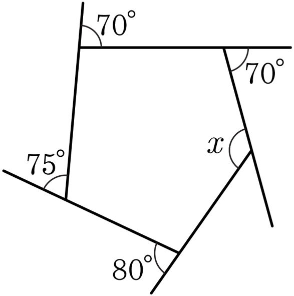
▷ 정답 : $\underline{540^{\circ}}$

해설



$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$, $\angle e + \angle f = \angle g + \angle h$
이므로 구하는 값은 색칠된 각들의 크기의 합과 같다.
$\therefore 360^{\circ} + 180^{\circ} = 540^{\circ}$

12. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 115°

해설

$\angle x$ 의 외각의 크기는

$360° - (70° + 75° + 80° + 70°) = 65°$

$\therefore\ \angle x = 180° - 65° = 115°$

13. m 각형의 내각의 합이 n 각형의 내각의 합의 2 배가 되는 두 다각형 m 각형, n 각형이 있다. 두 다각형의 대각선의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 개수가 모두 홀수가 되는 m , n 의 값 중 가장 작은 것을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 6$

▷ 정답 : $n = 4$

해설

m 각형의 내각의 합이 n 각형의 내각의 합의 2 배이므로,

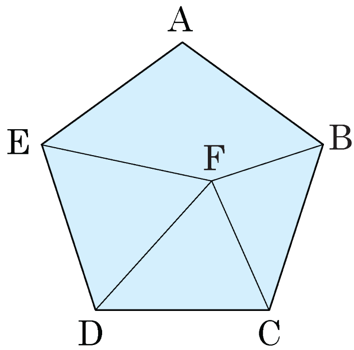
$180°(m-2) = 180°(n-2) \times 2$

$\to m = 2(n-1)$

가능한 m, n 의 순서쌍은 $(4,\ 3),\ (6,\ 4),\ (8,\ 5),\ (10,\ 6), \cdots$ 이며, 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 각각 $m-3,\ n-3$ 이므로 둘 다 홀수가 나오려면 m 과 n 모두 짝수이어야 한다.

따라서 두 다각형의 대각선의 개수가 모두 홀수가 되는 m , n 의 값 중 가장 작은 것은 $m = 6$, $n = 4$ 이다.

14. 다음 그림에서 삼각형 EFD 는 정삼각형이고 오각형 ABCDE 는 정오각형이다. $\angle$BFC 의 크기를 구하여라.

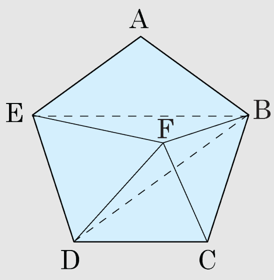


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 84 °

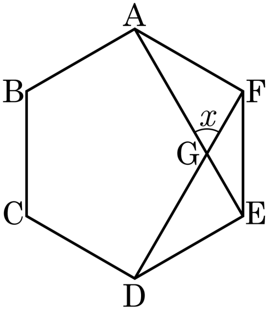
해설

$\overline{BE}$ 와 $\overline{BD}$ 를 그으면



$\triangle$BEF 와 $\triangle$BFD 에서 $\overline{BE} = \overline{BD}, \overline{BF}$ 는 공통, $\overline{DF} = \overline{EF}$ 이므로
$\triangle BEF \equiv \triangle BFD$(SSS 합동)
$\therefore \angle EBF = \angle FBD,\ \angle BEF = \angle BDF$
도형 BEFD 에서
$\angle EFD = \angle EBD + \angle BEF + \angle BDF = (\angle EBF + \angle FBD) + (\angle BEF + \angle BDF) = 2(\angle FBD + \angle BDF) = 60°$
$\therefore \angle FBD + \angle BDF = 30°,\ \angle BFD = \angle BFE = 150°$
정오각형의 한 내각의 크기는 108° 이므로 $\angle FDC = 108° - 60° = 48°$
$\triangle$FDC 에서 $\overline{FD} = \overline{DC}$ 이므로 $\angle DFC = (180° - 48°) \div 2 = 66°$
$\therefore \angle BFC = \angle BFD - \angle DFC = 150° - 66° = 84°$

15. 다음 그림의 정육각형에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad}$ °

▷ 정답 : 60 °

해설

정육각형의 한 내각의 크기가 120° 이고

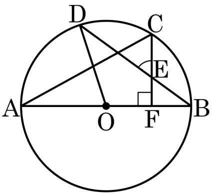
$\angle EAF = (180° - 120°) \div 2 = 30°$

$\angle AFD = 120° - 30° = 90°$

$\triangle AGF$ 에서

$\angle x = 180° - (30° + 90°) = 60°$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CF}$, 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$가 원주의 $\dfrac{3}{10}$일 때, $\angle CED$의 크기는?



① $27°$ ② $36°$ ③ $54°$ ④ $72°$ ⑤ $108°$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 가 원주의 $\dfrac{3}{10}$ 이므로

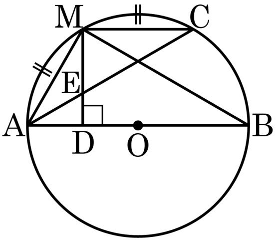
$\angle BOD = 360° \times \dfrac{3}{10} = 108°$

$\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로

$\angle OBD = (180° - 108°) \div 2 = 36°$

$\therefore\ \angle CED = \angle BEF = 180° - (90° + 36°) = 54°$

17. $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름, M 은 호 AC 의 중점이고, $\overline{MD} \perp \overline{AB}$, 호 AC 가 원주의 $\frac{1}{3}$ 일 때, $2\angle MEC$ 의 크기는?



① $30°$ ② $60°$ ③ $90°$ ④ $120°$ ⑤ $150°$

해설

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 호 AC 의 중심각

$\angle AOC = \frac{1}{3} \times 360° = 120°$

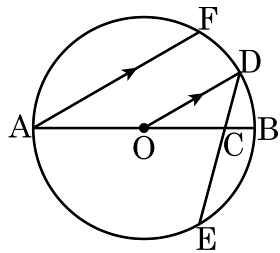
$\overline{AO} = \overline{CO}$ (반지름) 이므로 $\triangle AOC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle OAC = \frac{1}{2}(180 - 120) = 30°$ 이므로

$\therefore x = 180° - (90° + 30°) = 60°$

$\therefore 2x = 120°$

18. 다음 그림에서 변 AB 는 원 O 의 지름이고 $\overline{\mathrm{AF}} \mathbin{/\!/} \overline{\mathrm{OD}}$ 이며, $3\angle\mathrm{DOC} = 2\angle\mathrm{ODC}$ 이다. 또 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ 가 원 O 의 원주의 $\frac{1}{3}$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ 의 길이는 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 의 길이의 몇 배인지 구하여라.

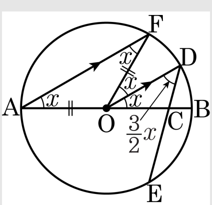


▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : 4 배

해설

$\angle\mathrm{DOC} = x$ 라 할 때, $\overline{\mathrm{AF}}//\overline{\mathrm{OD}}$ 이므로,



$\angle\mathrm{OAF} = \angle\mathrm{OFA} = \angle\mathrm{DOF} = x$ ($\because$ $\because$ $\triangle\mathrm{OAF}$ 가 이등변삼각형, 엇각, 동위각)

$\angle\mathrm{ODC} = \frac{3}{2}\angle\mathrm{DOC} = \frac{3}{2}x$

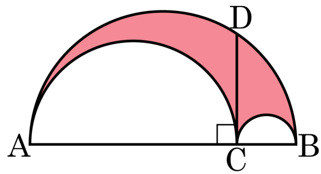
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ 가 원주의 $\frac{1}{3}$ 이므로, $\angle\mathrm{AOE} = 120°$

$120° + (180° - 2x) + x + (180° - 3x) = 360°$

$\therefore x = 30°$

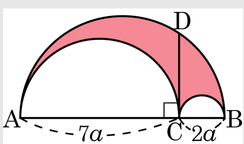
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ $= 120° : 30° = 4 : 1$ 이므로 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ 의 길이는 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 의 길이의 4 배이다.

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $7:2$ 로 나누는 점을 C 라 하고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ 를 각각 지름으로 하는 반원을 그린다. $\overline{CD}\perp\overline{AB}$ 인 점 D 를 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 위에 잡으면, $\overline{CD^2}=\overline{AC}\times\overline{CB}$ 의 관계가 있다. 빗금 친 부분의 넓이를 S , $\overline{CD}$ 를 반지름으로 하는 원의 넓이를 T 라 할 때, $\dfrac{S}{T}$ 의 값은?



① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{5}$ ⑤ $\dfrac{1}{6}$

해설



$\overline{AC}=7a$, $\overline{CB}=2a$ 라 하면

$\overline{CD^2}=14a^2$

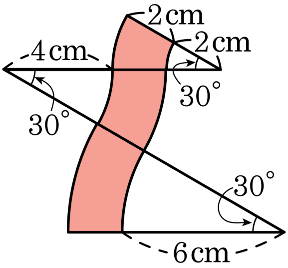
$S=\dfrac{1}{2}\pi\times\left(\dfrac{9a}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2}\pi\times\left(\dfrac{7a}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2}\pi a^2$

$=\dfrac{81}{8}\pi a^2-\dfrac{49}{8}\pi a^2-\dfrac{1}{2}\pi a^2=\dfrac{28}{8}\pi a^2=\dfrac{7}{2}\pi a^2$

$T=\pi\times\overline{CD^2}=14\pi a^2$

$\therefore\ \dfrac{S}{T}=\dfrac{7}{2}\pi a^2\div14\pi a^2=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{1}{14}=\dfrac{1}{4}$

20. 다음 그림은 중심각이 모두 30° 인 부채꼴로 만든 도형이다. 색칠한 부분의 넓이는?



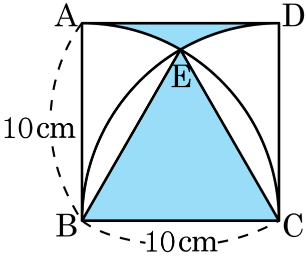
① $\pi \mathrm{cm}^2$ ② $2\pi \mathrm{cm}^2$ ③ $3\pi \mathrm{cm}^2$

④ $4\pi \mathrm{cm}^2$ ⑤ $5\pi \mathrm{cm}^2$

해설

$$(\pi \times 4^2 - \pi \times 2^2) \times \frac{30°}{360°}$$
$$+(\pi \times 6^2 - \pi \times 4^2) \times \frac{30°}{360°}$$
$$+(\pi \times 8^2 - \pi \times 6^2) \times \frac{30°}{360°}$$
$$= 5\pi(\mathrm{cm}^2)$$

21. 다음 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $100 - \frac{50}{3}\pi$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{EB} = \overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로

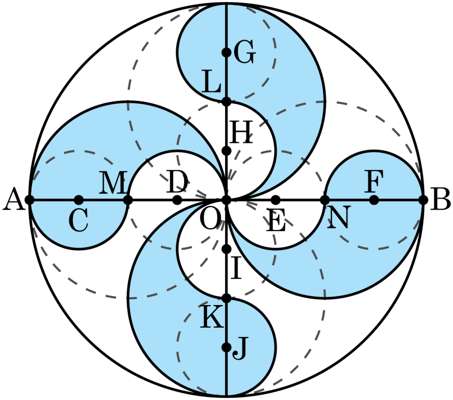
$\triangle EBC$ 는 정삼각형이다.

$\angle ABE = \angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10 \times 10 - \pi \times 10^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2 =$

$100 - \frac{50}{3}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 다음 도형에서 원 O 의 지름 AB 의 길이가 8cm , 원 M, N, L, K 가 합동이고, 원 C, D, E, F, G, H, I, J 가 합동이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (단, 점 O, M, N, L, K, C, D, E, F, G, H, I, J 는 원의 중심이다.)



① $2\pi\text{cm}^2$ ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$

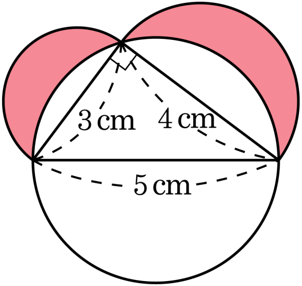
④ $8\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 반지름 2cm 인 원 2 개의 넓이와 같다.

$\pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림은 세 변의 길이가 각각 3cm, 4cm, 5cm 인 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하여 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



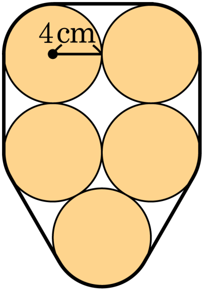
▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $6\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$3\times4\times\frac{1}{2}+\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}+\pi\times2^2\times\frac{1}{2}-\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\frac{1}{2}=6(\mathrm{cm}^2)$$

24. 다음 그림은 반지름의 길이가 4cm 인 5 개의 원기둥을 묶은 것이다. 필요한 끈의 최소 길이를 구하면? (단, 묶는 매듭은 생각하지 않는다.)



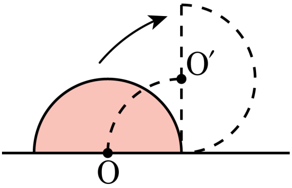
① $(4\pi + 20)$cm ② $(4\pi + 40)$cm ③ $(8\pi + 20)$cm

④ $(8\pi + 40)$cm ⑤ $(16\pi + 40)$cm

해설

$2\pi \times 4 + 4 \times 10 = 8\pi + 40(\text{cm})$

25. 다음 그림과 같이 일직선 위의 반지름의 길이가 6cm 인 반원을 1 바퀴 굴렸을 때, 중심 O 가 움직이면서 그리는 선의 길이는?



① 4πcm　　② 6πcm　　③ 8πcm

④ 10πcm　　⑤ 12πcm

해설

중심 O 가 움직이면서 그리는 선은 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{OO'}}$, $\overline{\mathrm{O'O''}}$, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{O''O'''}}$ 이므로 구하는 길이는 반원의 호의 길이의 2 배이다.

$\therefore\ 2\times\frac{1}{2}\times2\pi\times6=12\pi(\mathrm{cm})$