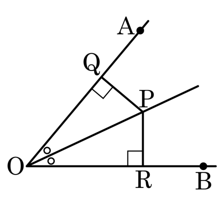
1. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 한다. $\angle QOP = \angle ROP$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle OQP = \angle ORP$　　㉡ $\angle AOP = \angle BOP$

㉢ $\overline{QP} = \overline{RP}$　　㉣ $\overline{OR} = \overline{PR}$

㉤ $\overline{OQ} = \overline{OP}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

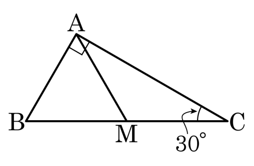
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{OP}$ 가 $\angle QOR$ 을 이등분하므로, $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 이다.
$\overline{OR} = \overline{PR}$, $\overline{OQ} = \overline{OP}$ 는 잘못 되었다.

2. 다음 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점을 M, $\angle ACB = 30\,^{\circ}$ 일 때, $\triangle ABM$ 은 무슨 삼각형인지 말하여라.



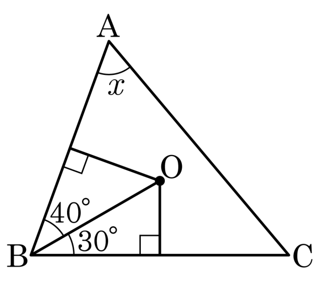
▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$\overline{AM} = \overline{CM}$, $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형,
$\angle MAC = \angle MCA = 30\,^{\circ}$, $\angle BAM = 60\,^{\circ}$
$\angle MBA = 60\,^{\circ}$, $\angle BAM = 60\,^{\circ}$, $\angle AMB = 60\,^{\circ}$
이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.

3. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

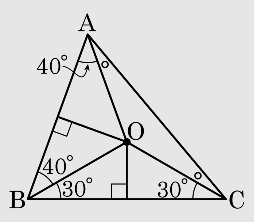


▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 60 °

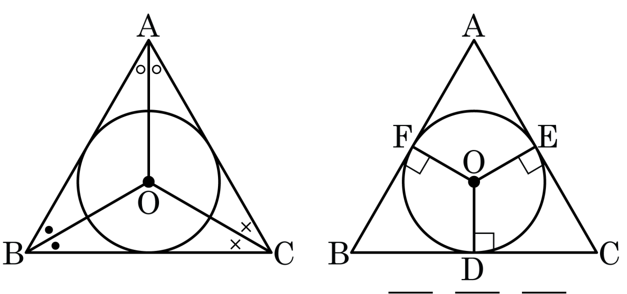
해설

다음 그림과 같이 $\angle BCO = 30°$, $\angle OAB = 40°$ 이고 $\angle OCA = 90° - (40° + 30°) = 20°$ 이다.



따라서 $\angle x = 40° + 20° = 60°$ 이다.

4. 다음 그림이 설명하고 있는 것으로 옳은 것은?



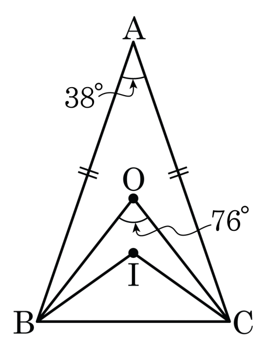
$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$

① 외심 ② 내심 ③ 무게중심
④ 방심 ⑤ 수심

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고 세 변에서 같은 거리에 있는 점이다. 따라서 내심이다.

5. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

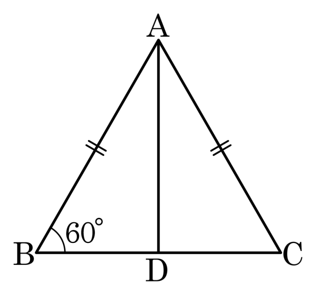
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°$, $\angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $B = 60°$이고, 꼭지각의 이등분선이 밑변과 만나는 점을 D라고 할 때, $\angle BAD$의 크기는?

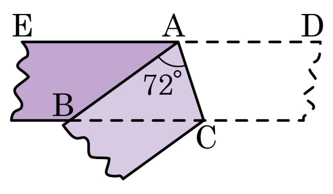


① $30°$　② $45°$　③ $60°$　④ $85°$　⑤ $90°$

해설

$\triangle ABC$에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 이등변삼각형이고, $\angle C = 60°$이다.
또한, $\angle A = 180° - (60° + 60°) = 60°$이다.
따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고 $\angle BAD$는 $\angle A$를 이등분한 각이므로 $\angle BAD = 30°$이다.

7. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



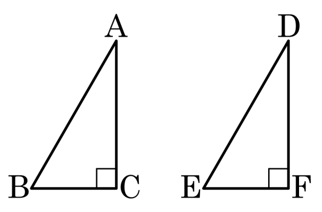
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각) 이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

8. 다음 그림의 두 직각삼각형이 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?

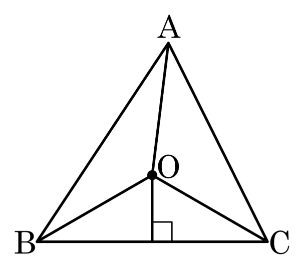


① $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
② $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
③ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$
④ $\angle B = \angle E$, $\angle A = \angle D$
⑤ $\angle B = \angle E$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

해설

④ 세 각이 같다는 것만으로 합동이라고 할 수 없다.
① SAS 합동
② RHS 합동
③ RHA 합동
⑤ ASA 합동

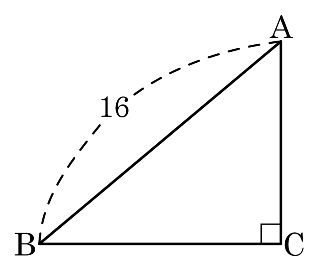
9. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$
④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설
점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

10. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?

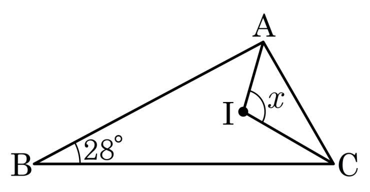


① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

11. △ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

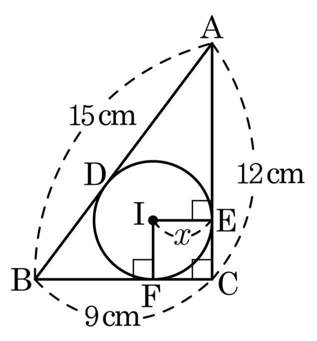


① 56° ② 84° ③ 104° ④ 118° ⑤ 124°

해설

$\angle x = 90° + \frac{1}{2}\angle B$ 이므로 $\angle x = 90° + \frac{1}{2} \times 28° = 104°$

12. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 I 의 반지름의 길이 x 는 얼마인가?

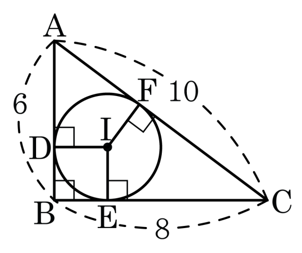


① 1cm　② 2cm　③ 3cm　④ 4cm　⑤ 5cm

해설

$x = \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BF} = 9 - x$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 12 - x$
따라서 $(9 - x) + (12 - x) = 15$ 이므로 $x = 3(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$, $\overline{AC}=10$)



① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

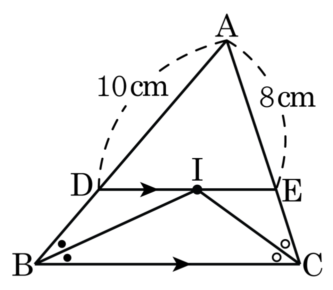
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$,

$\frac{1}{2} \times (6+8+10) \times r = 24 \therefore r = 2$

14. $\angle ECI = \angle BCI$, $\angle DBI = \angle CBI$, $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이고, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이가 27cm, $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD} + \overline{CE} = ($ $)\text{cm}$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 써 넣어라.



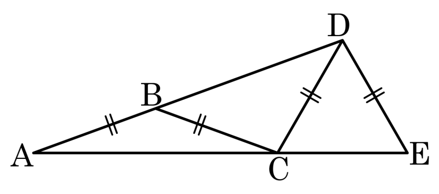
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레가 27cm 이므로
$\overline{DB} + \overline{CE} = \overline{DE} = 27 - (10 + 8) = 9(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ADE}$ 에서 $\angle\mathrm{ADE} = 100°$ 이고 점 B, C 는 각각 $\overline{\mathrm{AD}}, \overline{\mathrm{AE}}$ 위에 있다. $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{DE}}$ 일 때, $\angle\mathrm{A}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 20 °

해설

$\angle\mathrm{A}$ 의 크기를 $\angle x$ 라고 하면

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BCA} = \angle x$

$\angle\mathrm{CBD} = \angle\mathrm{CDB} = 2\angle x$

$\angle\mathrm{DCE} = \angle\mathrm{DEC} = 3\angle x$

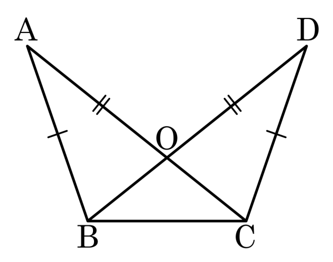
$\triangle\mathrm{ADE}$ 에서

$\angle\mathrm{DAE} + \angle\mathrm{DEA} + 100° = 180°$

$\angle x + 3\angle x = 80°$

$\angle x = 20°$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AC} = \overline{DB}$ 그리고 $\angle BOC = 84°$ 일 때, $\angle OBC$ 의 크기를 구하여라.



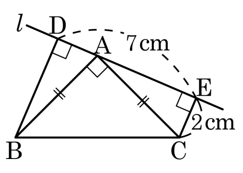
▶ 답: _______ °

▷ 정답: 48°

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SSS 합동)
$\angle ACB = \angle DBC$
따라서 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle OBC = (180° - 84°) \div 2 = 48°$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\angle D = \angle E = 90°$, $\overline{CE} = 2\text{cm}$, $\overline{DE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

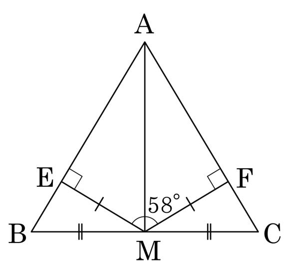


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서
$\angle D = \angle E = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡
$\angle DBA = \angle EAC \cdots$ ㉢
($\because$ $\angle DBA + \angle DAB = 90°, \angle EAC + \angle DAB = 90°$)
㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle DBA \equiv \triangle ACE$ (RHA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CE} = 2(\text{cm}), \overline{AE} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{BD} = \overline{AE} = 7 - \overline{AD} = 5(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\angle AMF = 58°$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

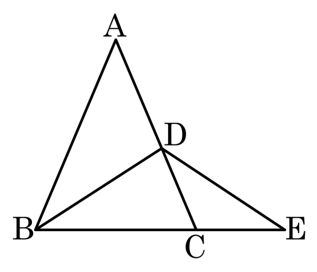
▷ 정답 : $64°$

해설

$\triangle AME$와 $\triangle AMF$에서
$\angle AEM = \angle AFM = 90°$
$\overline{AM}$는 공통
$\overline{ME} = \overline{MF}$
$\therefore \triangle AME \equiv \triangle AMF$ (RHS 합동)

$\triangle AMF$에서 $\angle MAF = 90° - 58° = 32°$
$\angle MAF = \angle MAE$이므로
$\angle BAC = 2 \times 32° = 64°$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 7\text{cm}$, $\overline{DC} = 3\text{cm}$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$, $\angle ABD = \angle CBD$, $\overline{CD} = \overline{CE}$일 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



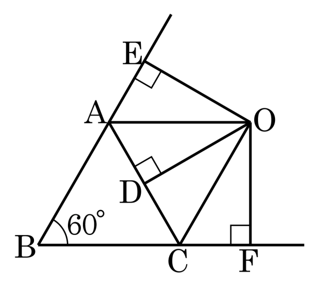
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\overline{CD} = \overline{CE}$ 이므로
$\angle CDE = \angle CED$, $\angle CED = \angle a$ 라 하면
$\therefore\ \angle DCB = \angle CDE + \angle CED = 2\angle a$
$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ABC = \angle DCB = 2\angle a$
$\angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 2\angle a = \angle a$
$\angle CBD = \angle CED = \angle a$ 이므로
$\triangle BDE$는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD}$의 길이는 $\overline{DE}$의 길이와 같다.
$\therefore\ 5\text{cm}$

20. 다음 그림의 △ABC 에서 ∠A 의 외각의 이등분선과 ∠C 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라고 하고 점 O 에서 $\overline{\mathrm{BA}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 한다. $\overline{\mathrm{OE}} = 5\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{OF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

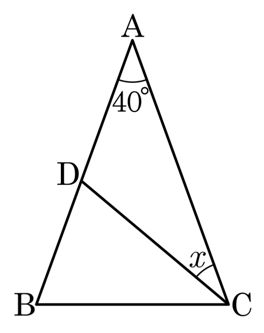
▷ 정답 : 5 cm

해설

△AOE ≡ △AOD, △COD ≡ △COF(RHA합동)

$\therefore \overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OD}} = \overline{\mathrm{OF}} = 5\,\mathrm{cm}$

21. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle A=40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

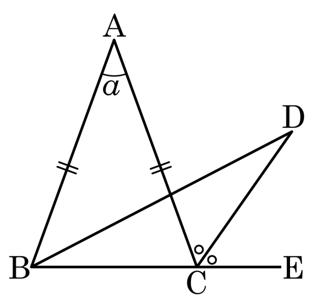
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180°-40°)=70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD=180°-(2\times 70°)=40°$

따라서 $\angle x=70°-40°=30°$이다.

22. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle ACD = \angle DCE$, $\angle ABD = 2\angle DBC$, $\angle A = a$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 a 로 나타내면?



① $15° - \frac{5}{12}a$ ② $15° + \frac{5}{12}a$ ③ $-15° + \frac{5}{12}a$
④ $15° + \frac{5}{14}a$ ⑤ $15° - \frac{5}{14}a$

해설

$\angle DBC = y$ 라고 하면 $\angle ABD = 2\angle DBC = 2y$
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ACB = \angle ABC = 3y$ 이고
내각의 합은 $180°$ 이므로 $a + 6y° = 180°$

$\therefore y° = 30° - \frac{1}{6}a$

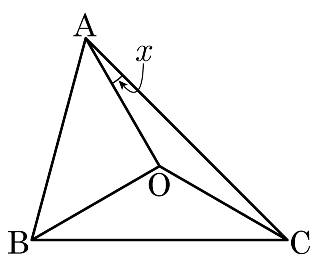
또한 $\angle ACD = \frac{1}{2}(180° - 3y) = 90° - \frac{3}{2}y$ 이고
$\triangle BCD$ 의 내각의 합은 $180°$ 이므로

$$180° = \angle BDC + \angle DCB + \angle CBD \qquad 180° = \angle BDC + 90° +$$
$$= \angle BDC + \left(3y + 90° - \frac{3}{2}y\right) + y$$

$\frac{5}{2}y$ 이므로

$$\therefore \angle BDC = 90° - \frac{5}{2}y$$
$$= 90° - \frac{5}{2}\left(30° - \frac{1}{6}a\right)$$
$$= 15° + \frac{5}{12}a$$

23. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10\,^{\circ}$　② $15\,^{\circ}$　③ $20\,^{\circ}$　④ $25\,^{\circ}$　⑤ $30\,^{\circ}$

해설

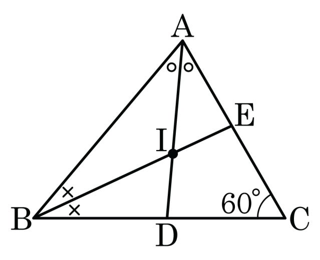
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360^{\circ} \times \frac{5}{12} = 150\,^{\circ}$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30\,^{\circ} \times \frac{1}{2} = 15\,^{\circ}$

24. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)

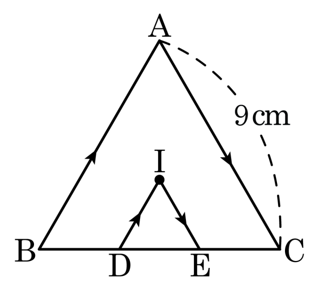


① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 180°이므로
$2\circ + 2\times + 60° = 180°$
$\circ + \times = 60°$
삼각형의 세 내각의 합은 180°이므로
$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$라 하면
$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots$ ①
$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots$ ②
①+②를 하면
$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

25. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,
$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.