1. b, c는 상수이고, 모든 실수 x에 대하여 $(x+2)(x+b)=x^2+cx+6$을 만족하는 c의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(x+2)(x+b)=x^2+cx+6$,

$x^2+(2+b)x+2b=x^2+cx+6$,

$2+b=c$, $2b=6$

$\therefore b=3$

따라서 $c=5$

2. 임의의 실수 x에 대하여 $x^2-3x+2=a+bx+cx(x-1)+dx(x-1)(x-2)$가 항상 성립할 때, $a+b+c+d$의 값을 구하면? (단, a, b, c, d는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=0$을 대입하면 $a=2$
$x=1$을 대입하면 $b=-2$
$x=2$을 대입하면 $c=1$
3차항은 없으므로$d=0$
$\therefore\ a+b+c+d=1$

3. 임의의 실수 x, y에 대하여, $(x+y)a^2+(x-y)b=4x+y$가 성립할 때, a^2+b^2의 값은?

① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$(a^2+b)x+(a^2-b)y=4x+y$

$a^2+b=4\cdots①$, $a^2-b=1\cdots②$

①, ②에서 $a^2=\frac{5}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

$\therefore\ a^2+b^2=\frac{19}{4}$

4. 다항식 $x^{22}+x^{11}+22x+11$을 $x+1$로 나눈 나머지는?

① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x)=x^{22}+x^{11}+22x+11$이라 하면,
$f(x)=(x+1)Q(x)+R$에서 $f(-1)=R$이므로
$f(-1)=(-1)^{22}+(-1)^{11}-22+11=-11$

5. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$를 일차식 $x + 1$로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10 ② 10 ③ -4 ④ 4 ⑤ 0

해설

$f(x) = (x+1)Q(x) + R$이라고 놓으면

$f(-1) = R$

$\therefore\ f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$

따라서 $R = -10$

6. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$을 일차식 $x - 2$로 나눌 때의 나머지는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$$
$$= (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore\ f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6$$
$$= 8 - 8 + 10 - 6$$
$$= 4$$

$$\therefore\ R = 4$$

7. 다항식 x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$가 되도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 직접나눈 나머지는

$(a-b+16)x+4b-8$

$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots$ ㉠

㉠이 x에 대한 항등식이므로,

$a-b+16=3,\ 4b-8=4$

$\therefore\ a=-10,\ b=3$

$\therefore\ a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10,\ b=3,\ p=-4$를 구해도 된다.

8. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x=-1$, $x=2$를 각각 대입하면,

$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5\cdots$㉠

$(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하면,

$m=\frac{2}{3}$, $n=-\frac{13}{3}$

$\therefore\ m-n=5$

9. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$을 $x + 2$로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$

$f(x) = (x + 2)Q(x) + 5$

$\therefore \ f(-2) = 5$

$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$

$\therefore \ a = 3$

10. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1,\ x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$

④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1,\ x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$$
$$=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

양변에 각각 $x=1,\ x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2,\ f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

11. 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$가 $x^2 + 2$로 나누어 떨어질 때, $3a + b$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + b$

$= (x^2 + 2)(x - \alpha)$ 라 놓을 수 있다.

$x^3 - \alpha x^2 + 2x - 2\alpha = x^3 - 4x^2 + ax + b$

$\therefore \ \alpha = 4, \quad a = 2, \quad b = -8$

$\therefore \ 3a + b = -2$

12. $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$가 $x - 1$로는 나누어 떨어지고, $x + 1$로 나누었을 때는 나머지가 -14이다. 상수 a, b의 곱 ab의 값은?

① -12 ② 12 ③ -20 ④ 20 ⑤ -36

해설

나머지 정리에 의해 $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots ①$

$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots ②$

①, ②를 연립하면, $a = 5,\ b = 4$

$\therefore\ ab = 20$

13. 다항식 $f(x)$를 $x-2$, $x+2$로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$를 x^2-4로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$이다. $4a+b$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(2)=5,\ f(-2)=3$

$$f(x)=(x^2-4)Q(x)+ax+b$$
$$=(x-2)(x+2)Q(x)+ax+b$$

$f(2)=2a+b=5,\ f(-2)=-2a+b=3$

$a=\frac{1}{2},\ b=4$

14. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x+2)$로 나눈 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(2)$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$라 할 수 있다.

$f(1)=a+b=2$

$f(-2)=-2a+b=5$

연립하면, $a=-1 \quad b=3$

$\therefore R(x)=-x+3$

$R(2)=1$

15. 다항식 $P(x)$를 $x+1$로 나누면 떨어지고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $P(x)$를 $(x+1)(x-2)$로 나누었을 때 나머지는?

① x ② $-x+1$ ③ $x+1$

④ $-2x+2$ ⑤ $2x+2$

해설

$P(x)=(x+1)Q(x)$

$P(x)=(x-2)Q'(x)+3$

$P(x)=(x+1)(x-2)Q''(x)+ax+b$

$P(-1)=0,\quad P(2)=3$이므로,

$-a+b=0,\quad 2a+b=3$

$\therefore\ a=1,\ b=1$

따라서 나머지는 $x+1$이다.

16. 다항식 $f(x)$를 $x-2,\ x-3$으로 나눌 때의 나머지가 각각 $3, 7$이라고 할 때, $f(x)$를 $(x-2)(x-3)$으로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+3$ ② $3x-4$ ③ $4x-5$

④ $5x+6$ ⑤ $6x-7$

해설

$f(x) = (x-2)\,Q_1(x) + 3,\ f(2) = 3$
$f(x) = (x-3)\,Q_2(x) + 7,\ f(3) = 7$
$f(x) = (x-2)(x-3)\,Q_3(x) + ax + b$
$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7$ 이다.
연립하면 $a = 4,\ b = -5$
$\therefore$ 나머지는 $4x-5$

17. x에 대한 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$으로 나눈 나머지는 $6x+1$이다. 이때, $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $6x+7$ ② $-6x+5$ ③ $7x+7$

④ $7x-1$ ⑤ $8x+13$

해설

$f(1)=6,\ f(x)=(x-2)^2q(x)+6x+1$

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$에서

$f(1)=a+b=6,\ f(2)=2a+b=13$

$\therefore\quad a=7,\ b=-1$

따라서 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는 $7x-1$이다.