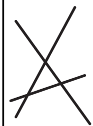
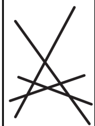
1. 다음은 서로 다른 몇 개의 직선을 그어서 만들 수 있는 교점의 최대 개수이다. 그렇다면 직선 10 개를 이용하여 만들 수 있는 교점의 최대 개수는 몇 개인가?

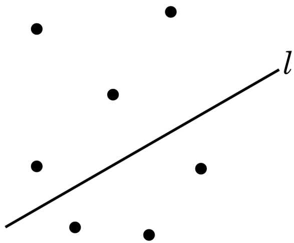
직선의 수	1	2	3	4	$\cdots$	10
그림					$\cdots$	?
최대 교점의 개수	0	1	3	6	$\cdots$	?

① 40 개 ② 45 개 ③ 50 개 ④ 55 개 ⑤ 60 개

해설

한 개의 직선은 교점이 없으므로 0 개, 두 개의 직선으로 만들 수 있는 교점의 개수는 1 개이다.
3 개의 직선으로 그릴 수 있는 교점의 최대의 개수는 이미 그려진 교점 하나와 두 직선이 만나서 생기는 교점 2 개를 더하면 $(1+2)$ 개이다.
4 개의 직선으로 그릴 수 있는 교점의 최대의 개수는 이미 그려진 3 개와 세 직선이 만나서 생기는 교점 3 개를 더하면 $(1+2+3)$ 개이다.
따라서 이런 방법으로 10 개의 직선으로 그릴 수 있는 최대교점의 개수는 $1+2+3+4+\cdots+9=45$(개) 이다.

2. 다음과 같이 7 개의 점은 직선 l 위에 있지도 않고 어느 세 점도 한 선분 위에 있지 않을 때, 이 점들 중 두 점을 지나는 선분이 직선 l 과 만나는 선분의 개수와 만나지 않은 선분의 개수를 차례대로 각각 구하여라.



▶ 답 : ____ 개

▶ 답 : ____ 개

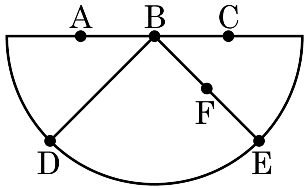
▷ 정답 : 12 개

▷ 정답 : 9 개

해설

두 점을 지나는 선분이 직선 l 과 만나려면 직선 l 의 위쪽에 있는 4 개의 점과 직선의 아래쪽에 있는 3 개의 점을 연결하면 된다. 따라서 $4 \times 3 = 12$ (개) 이다. 또한 직선 l 과 만나지 않은 선분은 직선 l 의 위쪽에 있는 4 개의 점만으로 만든 선분과 아래쪽에 있는 3 개의 점으로 만든 선분이므로 각각 구하면 $4 \times 3 \div 2 = 6$ (개) 이고, $3 \times 2 \div 2 = 3$ (개) 이다. 따라서 만나지 않은 선분의 개수는 $6 + 3 = 9$ (개) 이다.

3. 다음 그림과 같이 중심이 B 인 반원 위에 점 6 개가 있다. 이들 중 두 점을 지나는 직선의 개수를 x 개, 두 점을 지나는 반직선의 개수를 y 개, 두 점을 지나는 선분의 개수를 z 개라 할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

두 점을 지나는 선분의 개수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ (개) 이므로 $z = 15$ 이다.
두 점을 지나는 직선의 개수는 직선 BE, BF, EF 는 같은 직선이고, 직선 AB, BC, AC 도 같은 직선이므로 $15 - 2 - 2 = 11$ (개), 따라서 $x = 11$ 이다.
어떤 세 점도 같은 직선 위에 있지 않을 때의 두 점을 지나는 반직선의 개수는 $6 \times 5 = 30$ (개)
그런데 반직선 BF 와 반직선 BE 는 같은 반직선이고, 반직선 EF 와 반직선 EB 도 같은 반직선이고, 또 반직선 AB 와 반직선 AC 는 같은 반직선이고, 반직선 CA 와 반직선 CB 도 같은 반직선이므로 반직선의 개수 $y = 30 - 4 = 26$ 이다.
따라서 $x + y + z = 11 + 26 + 15 = 52$ 이다.

4. 하나의 직선 위에 있는 네 점 A, B, C, D 에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BC}}=3:1$, $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DC}}$ 이다. 선분 AC 의 길이를 x 라 할 때, 선분 BD 의 길이를 x 를 사용한 식으로 나타내어라.(단, 정답 2개)

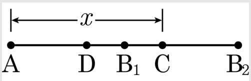
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}x$ 또는 $0.25x$

▷ 정답 : x

해설



$\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{DC}}=1:1$ 이므로 점 D 는 선분 AC 를 내분한다.
점 D 가 선분 AC 를 내분하는 점이므로 B 의 좌표는 다음과 같이 B_1, B_2 의 경우로 나누어진다.

1) B_1 인 경우

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DC}}=\frac{1}{2}x$, $\overline{\mathrm{B_1C}}=\frac{1}{4}x$ 이므로

$\overline{\mathrm{DB_1}}$ 의 길이는 $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}x=\frac{1}{4}x$

2)B_2 인 경우

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DC}}=\frac{1}{2}x$, $\overline{\mathrm{CB_2}}=\frac{1}{2}x$ 이므로

$\overline{\mathrm{DB_2}}$ 의 길이는 $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x=x$

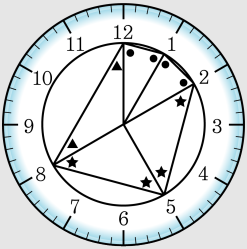
따라서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 길이는 $\frac{1}{4}x$, x

5. 시계의 숫자 $1, 2, 5, 8, 12$ 를 이어서 오각형을 만들 때, 오각형의 5 개의 내각 중 가장 큰 각과 가장 작은 각의 크기의 합을 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \,^{\circ}}$

▷ 정답 : $225\underline{^{\circ}}$

해설



다음 그림과 같이 시계의 문자판의 중심에서 1 시, 2 시, 5 시, 8 시, 12 시에 보조선을 그으면, 원의 반지름의 길이는 모두 같으므로 5 개의 이등변삼각형이 만들어진다

1시간에 대한 중심각의 크기는 $\dfrac{360^{\circ}}{12} = 30^{\circ}$ 이므로

$\bullet = \dfrac{1}{2}(180^{\circ} - 30^{\circ}) = 75^{\circ}$

$\star = \dfrac{1}{2}(180^{\circ} - 90^{\circ}) = 45^{\circ}$

$\blacktriangle = \dfrac{1}{2}(180^{\circ} - 120^{\circ}) = 30^{\circ}$

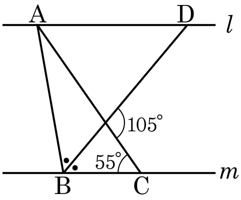
따라서, 내각의 크기는

105°, 150°, 120°, 90°, 75이므로

가장 큰 각과 가장 작은 각의 크기의 합는

$150^{\circ} + 75^{\circ} = 225^{\circ}$.

6. 다음 그림에서 직선 l 과 m 은 평행하고, 선분 BD 는 ∠ABC 의 이등분선일 때, ∠BAC 의 크기를 구하여라.

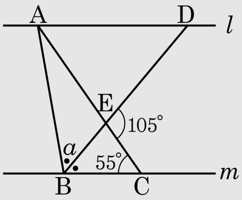


▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad ^{\circ}}$

▷ **정답 :** $\underline{25\,^{\circ}}$

해설

위 그림과 같이 ∠ABD 를 a 라 하고, 선분 AC 와 선분 BD 의 교점을 E 라 한다.



∠ACB 와 ∠CAD 는 엇각이므로

$\angle ACB = \angle CAD = 55\,^{\circ}$

∠CBD 와 ∠ADB 는 엇각이므로

$\angle CBD = \angle ADB = a\,^{\circ}$

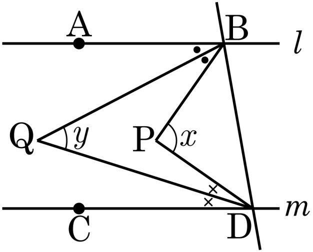
$\angle AED = 75\,^{\circ}$ 이고 삼각형 AED 의 세 내각의 합이 $180\,^{\circ}$ 이므로

$75\,^{\circ} + 55\,^{\circ} + a\,^{\circ} = 180\,^{\circ} \quad \therefore\ a = 50\,^{\circ}$

삼각형 ABC 의 세 내각의 합이 $180\,^{\circ}$ 이므로

$100\,^{\circ} + 55\,^{\circ} + \angle BAC = 180\,^{\circ} \quad \therefore\ \angle BAC = 25\,^{\circ}$

7. 다음 그림에서 $l // m$ 이고, $\angle ABP = \angle PBD, \angle PDB = \angle PDC$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 135 °

해설

$\angle PBD + \angle PDB = 180° \times \dfrac{1}{2} = 90°,\ \angle x = 180° - 90° = 90°$

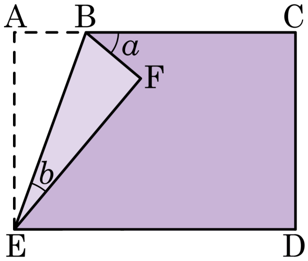
$\angle QBP + \angle QDP = 90° \times \dfrac{1}{2} = 45°$

$\angle QBD + \angle QDB = 90° + 45° = 135°$

$\angle y = 180° - 135° = 45°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 90° + 45° = 135°$

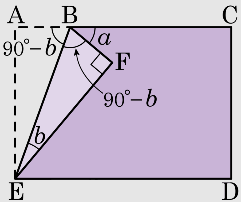
8. 다음과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\dfrac{\angle b}{\angle a}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1}{2}$

해설



$\triangle$BFE 는 $\angle BFE = 90°$ 인 직각삼각형이므로

$\angle FBE = 90° - \angle b$

접은 각의 크기는 같으므로 $\angle ABE = \angle FBE = 90° - \angle b$

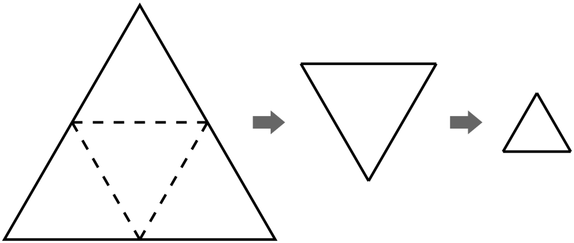
따라서 $\angle a = 180° - 2 \times (90° - \angle b)$

$= 180° - 180° + 2\angle b$

$= 2\angle b$

$\therefore \dfrac{\angle b}{\angle a} = \dfrac{\angle b}{2\angle b} = \dfrac{1}{2}$

9. 정삼각형을 4 부분으로 나누어 그림과 같이 접은 후 또 한 번 4 부분으로 나누어 접었다. 크기가 60° 인 각은 모두 몇 개인지 구하여라.

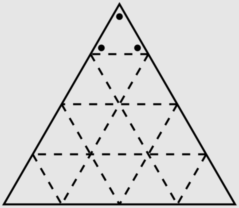


▶ **답 :** °

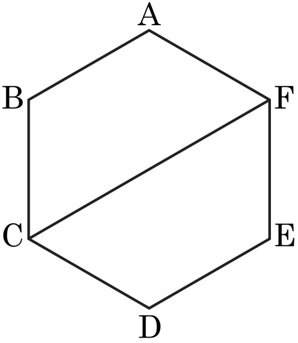
▷ **정답 :** 48 °

해설

접혔던 종이를 펼치면 다음과 같다. 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이고, 제일 작은 정삼각형이 모두 16 개이므로 크기가 60° 인 각은 모두 $16 \times 3 = 48$ (개) 이다.



10. 다음 그림의 정육각형 ABCDEF 에서 직선 CF 와 한 점에서 만나는 직선이 <u>아닌</u> 것은?



① 직선 CB ② 직선 DE ③ 직선 CD

④ 직선 FA ⑤ 직선 FB

해설

직선 CF 와 한 점에서 만나는 직선은 직선 CB, 직선 CD, 직선 FA, 직선 FE 이다.

11. 한 평면 위에 있는 세 점 A, B, C 와 그 평면 위에 있지 않은 한 점 D 가 있다. 이 4개의 점 중 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않을 때, 이들 중 세 점으로 결정되는 평면의 개수를 x ,
직선 p, q, r, s 중 어느 세 직선도 한 평면 위에 있지 않고, 네 직선이 한 점에서 만날 때, 이 중 두 직선을 포함하는 평면의 개수를 y 라 할 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

세 점 $(\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{C})$ 에 의한 한 평면과 평면 위의 두 점과 평면 위에 있지 않은 점 D 에 의해서 $(\mathrm{A},\mathrm{B},\mathrm{D})$, $(\mathrm{A},\mathrm{C},\mathrm{D})$, $(\mathrm{B},\mathrm{C},\mathrm{D})$ 를 각각 포함하는 세 평면, 즉 4 개이다.
한 평면 위에 있지 않고 한 점에서 만나는 네 직선 p,q,r,s 에 대하여 이들 중 두 직선을 포함하는 평면은 $(p,q),(p,r),(p,s),(q,r),(q,s),(r,s)$ 를 각각 포함하는 평면, 즉 6 개이다.
따라서 $x-y=4-6=-2$

12. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 한 직선 위에는 무수히 많은 점들이 있다.

② 한 점을 지나는 직선은 무수히 많다.

③ 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나 뿐이다.

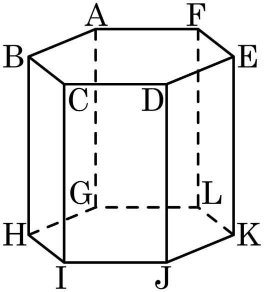
④ 서로 만나지 않는 두 직선은 항상 평행하다.

⑤ 한 평면 위의 두 직선 l, m 이 만나지 않으면 $l//m$ 이다.

해설

④공간에서 서로 만나지 않는 두 직선은 평행하거나 꼬인 위치에 있다.

13. 다음 그림과 같은 육각기둥에서 모서리 $\overline{AB}$ 와 평행한 모서리를 모두 고르면?

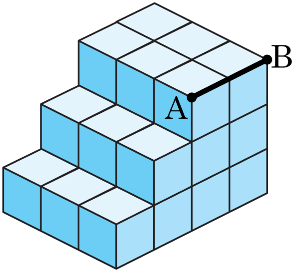


① $\overline{HG}$ ② $\overline{EF}$ ③ $\overline{DE}$ ④ $\overline{GL}$ ⑤ $\overline{JK}$

해설

$\overline{AB}$ 와 평행한 모서리는 $\overline{HG}$, $\overline{DE}$, $\overline{JK}$ 로 총 3 개이다.

14. 다음 그림과 같이 27개의 정육면체를 붙여서 만든 입체도형에서 모서리 AB와 평행한 모서리의 개수를 a개, 꼬인위치에 있는 개수를 b개라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.



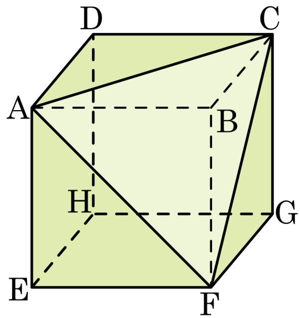
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 17 개

해설

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 7개이므로 $a=7$
모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리 $\overline{AB}$를 포함하는 위쪽에 있는 면과 평행한 모서리 중 6개와 수직인 모시리 중 4개를 더한 10개 이므로 $b=10$
$\therefore\ a+b=7+10=17$(개)

15. 다음 그림은 정육면체의 세 꼭짓점 A, F, C 를 지나는 평면으로 자른 입체도형이다. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 모서리 AE 와 평행한 모서리는 2 개이다.

② 모서리 AD 와 한 점에서 만나는 모서리는 5 개이다.

③ 면 ACF 와 평행한 모서리는 3 개이다.

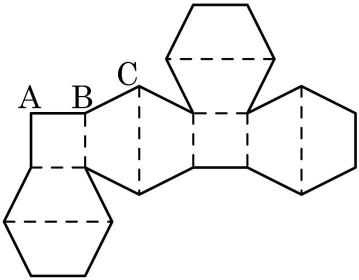
④ 면 ACD 와 수직인 모서리는 3 개이다.

⑤ 면 AEF 와 평행한 모서리는 4 개이다.

해설

① $\overline{AE}$ 와 평행인 모서리 : $\overline{DH}$, $\overline{CG}$
② $\overline{AD}$ 와 한 점에서 만나는 모서리 : $\overline{DC}$, $\overline{DH}$, $\overline{AC}$, $\overline{AF}$, $\overline{AE}$
③ 면 ACF 와 평행한 모서리는 없다.
④ 면 ACD 와 수직인 모서리 : $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{CG}$
⑤ 면 AEF 와 평행한 모서리 : $\overline{DH}$, $\overline{CG}$, $\overline{DC}$, $\overline{HG}$

16. 다음과 같은 전개도로 입체도형을 만들 때, 모서리 AB 와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 a , 모서리 AB 를 포함하는 평면의 개수를 b , 모서리 BC 와 한 점에서 만나는 평면의 개수를 c 라고 할 때 $a \times b \times c$ 의 값을 구하여라.

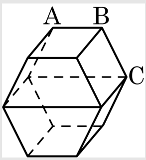


▶ 답 :

▷ 정답 : 60

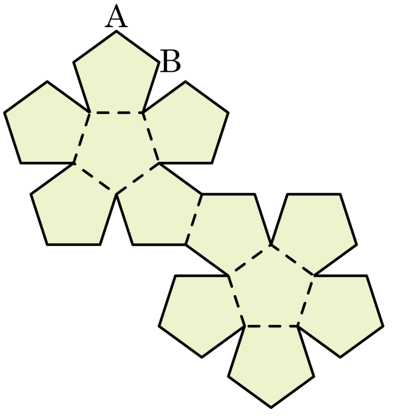
해설

주어진 전개도로 입체도형을 만들면 다음 그림과 같다.



모서리 AB 와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수는 10 개
모서리 AB 를 포함하는 평면의 개수는 2 개
모서리 BC 와 한 점에서 만나는 평면의 개수는 3 개
$\therefore\ a \times b \times c = 10 \times 2 \times 3 = 60$

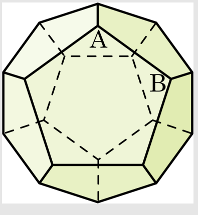
17. 다음과 같은 전개도를 접어 정십이면체를 만들 때, 모서리 AB 와 꼬인 위치에 있는 모서리의 수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 26 개

해설



정십이면체의 한 모서리 AB 와 꼬인 위치에 있는 모서리의 수는 AB 를 포함하는 면과 평행한 면의 모서리 중 8 개가 있고, AB 를 포함하는 면과 평행하지 않은 면의 모서리 중 오른쪽 그림에서 실선으로 보이는 부분에 13 개, 점선으로 보이는 부분에 5 개가 있다. 따라서 모서리 AB 와 꼬인 위치에 있는 모서리의 수는 $8 + 13 + 5 = 26$ (개)

18. 평면 P 를 12 개의 서로 다른 직선으로 나누었을 때 나누어지는 영역의 개수의 최댓값을 a 개 , 최솟값을 b 개라고 할 때 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

유한한 평면 P 를 두 개의 서로 다른 직선으로 나누었을 때 만들어지는 영역의 최소 개수를 $f(n)$ 이라 하고, 최대 개수를 $g(n)$ 이라 하면 규칙에 의하여 최솟값은 $n+1$ (개) , 최댓값은 $1+\dfrac{n(n+1)}{2}$ (개) 이다.

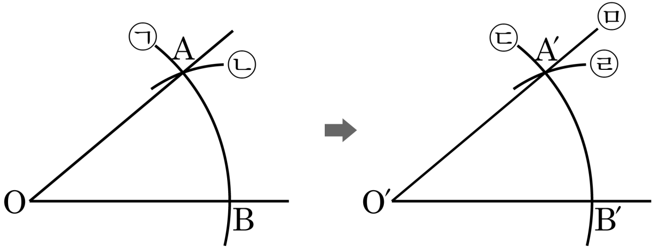
따라서 서로 다른 직선 12 개 이므로 $n=12$ 를 대입하면

최솟값은 $12+1=13$ (개)

최댓값은 $1+\dfrac{12(12+1)}{2}=1+78=79$ (개)

$\therefore a+b=79+13=92$

19. 다음 그림은 ∠AOB 와 크기가 같은 각을 작도한 것이다. 작도 순서가 옳은 것은?



① ㉠-㉡-㉣-㉢-㉤ ② ㉡-㉠-㉣-㉢-㉤ ③ ㉠-㉢-㉣-㉡-㉤

④ ㉠-㉢-㉡-㉣-㉤ ⑤ ㉠-㉡-㉢-㉣-㉤

해설

㉠ 꼭짓지점 O 에 컴퍼스의 한 끝을 고정하고 각의 두 변과 만나는 원을 그린다.
㉢ 그대로 점 O′ 을 중심으로 하는 원을 그린다.
㉡ 점 B 에 컴퍼스의 끝을 고정하고 $\overline{AB}$ 를 반지름으로 하는 원을 그린다.
㉣ 점 B′ 를 중심으로 하는 원을 그린다.
㉤ 점 O′ 과 A′ 을 이어 ∠AOB 와 크기가 같은 ∠A′O′B′ 를 찾는다.
따라서 ㉠-㉢-㉡-㉣-㉤이다.

20. 다음 <보기>의 도형을 작도할 때, 컴퍼스를 2 번 사용하는 것의 개수는 a 개, 컴퍼스를 3 번 사용하는 것의 개수는 b 개, 컴퍼스를 4 번 사용하는 것의 개수는 c 개, 컴퍼스를 5 번 사용하는 것의 개수는 d , 컴퍼스를 6 번 사용하는 것의 개수는 e 일 때, $2a+b+c-(d+e)$ 의 값을 구하여라.

보기

㉠ 각의 이등분선의 작도

㉡ 평행선의 작도

㉢ 크기가 같은 각의 작도

㉣ 선분의 수직이등분선의 작도

㉤ 직각의 삼등분선의 작도

㉥ 크기가 $45°$ 인 각의 작도

㉦ 수선의 작도

㉧ 선분의 삼등분선의 작도

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

해설

컴퍼스를 2 번 사용하는 작도는 ㉣. 선분의 수직이등분선의 작도
$\therefore\ a=1$
컴퍼스를 3 번 사용하는 작도는 ㉠. 각의 이등분선의 작도 ㉤. 직각의 삼등분선의 작도 ㉦. 수선의 작도 $\therefore\ b=3$
컴퍼스를 4 번 사용하는 작도는 ㉡. 평행선의 작도 ㉢. 크기가 같은 각의 작도 $\therefore\ c=2$
컴퍼스를 5 번 사용하는 작도는 없다. $\therefore\ d=0$
컴퍼스를 6 번 사용하는 작도는 ㉧. 선분의 삼등분선의 작도
$\therefore\ e=1$
$\therefore\ 2a+b+c-(d+e)=2\times1+3+2-(0+1)=6$

21. 삼각형의 세 변의 길이가 5cm, 8cm, $x$cm 일 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 1cm ② 4.5cm ③ 7cm

④ 9.5cm ⑤ 11cm

해설

(i) 8cm 가 가장 긴 변인 경우 $5+x>8$

$\therefore x>3$

(ii) $x$cm 가 가장 긴 변인 경우 $8+5>x$

$\therefore x<13$

$\therefore 3<x<13$

22. 다음 조건에서 $\triangle ABC$ 가 하나로 결정되는 것을 모두 고르면?

① $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 9$, $\angle A = 60^\circ$

② $\overline{BC} = 8$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$

③ $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CA} = 11$

④ $\overline{BC} = 4$, $\overline{CA} = 7$, $\angle C = 60^\circ$

⑤ $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 60^\circ$

해설

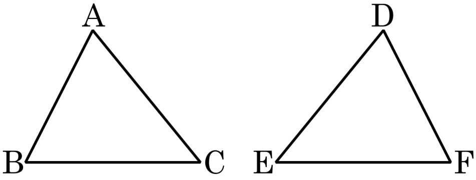
① $\angle A$ 가 두 변 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 끼인각이 아니므로 삼각형은 하나로 결정되지 않는다.

③ 삼각형의 두 변의 길이의 합은 다른 한 변의 길이보다 커야한다.

그러나 $8 + 3 = 11$ 이므로 작도를 하면 삼각형이 결정되지 않는다.

⑤ 세 각의 크기가 주어지면 모양은 결정되지만 크기는 결정되지 않는다.

23. 다음 그림에서 $\angle B = \angle F$, $\angle C = \angle E$ 이다. 두 삼각형이 합동이기 위한 나머지 한 조건이 될 수 없는 것을 모두 고르면?



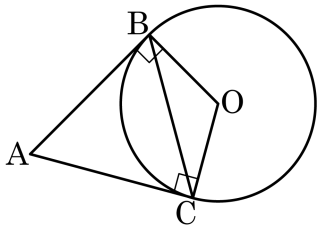
① $\angle B = \angle E$　　② $\overline{BC} = \overline{FE}$　　③ $\overline{AC} = \overline{DE}$

④ $\angle A = \angle D$　　⑤ $\overline{AB} = \overline{DF}$

해설

두 삼각형이 합동이 될 조건은 두 각의 크기가 같으므로 그 두 각을 양 끝 각으로 하는 대응변의 길이가 같으면 된다.
이때 두 각의 크기가 같은 삼각형은 나머지 한 각의 크기도 같으므로 두 삼각형이 합동이기 위한 나머지 한 조건이 될 수 있는 것은 ② , ③ , ⑤ 이다.

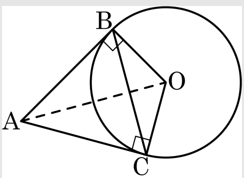
24. 정삼각형 ABC 와 반지름이 6 인 원 O 는 그림과 같이 두 점에서 만난다. $\angle ABO$ 와 $\angle ACO$ 의 크기가 $90°$ 일 때, 선분 OB 와 선분 OC , 호 BC 로 둘러싸인 부채꼴의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12π

해설



$\triangle ABO$ 와 $\triangle ACO$

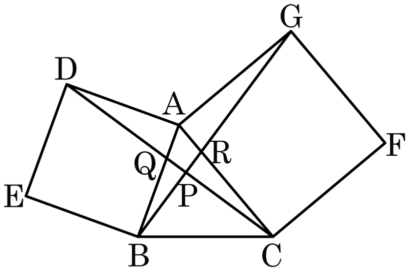
$\overline{AO}$ 는 공통, $\angle ABO = \angle ACO = 90°$, $\overline{OB} = \overline{OC}$

따라서 $\triangle ABO \equiv \triangle ACO$ (RHS 합동)

$\angle BOC = 360° - (60° + 90° \times 2) = 120°$

(부채꼴 BCO 의 넓이) $= 6 \times 6 \times \pi \times \dfrac{120°}{360°} = 12\pi$

25. 아래 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외부에 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형 ADEB, ACFG 를 그리고, $\overline{CD}$ 와 $\overline{BG}$ 의 교점을 P 라고 할 때, $\angle BPC$ 의 값을 구하여라.

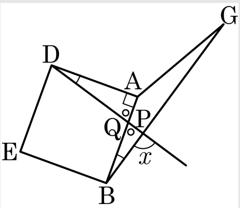


▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

$\angle BPC$를 x하자. $\triangle ADQ$ 와 $\triangle PBQ$ 에서



$\angle AQD = \angle BQP$ (맞꼭지각)

$\angle ADQ + \angle DAQ = \angle QBP + \angle QPB$

$\angle ADQ = \angle QBP$ 이므로,

$\angle DAQ = \angle QPB = 90°$

$\therefore x = 90$