1. $x - 0.\dot{5} = \frac{1}{2}$ 에서 x 의 값을 소수로 나타내어라.

① 1 ② 1.05 ③ $1.\dot{0}\dot{5}$ ④ $1.0\dot{5}$ ⑤ $1.\dot{0}0\dot{5}$

해설

$x - 0.\dot{5} = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2} + 0.\dot{5} = \frac{1}{2} + \frac{5}{9} = \frac{19}{18} = 1.0\dot{5}$

2. $0.\dot{2}x + 0.\dot{5} = 1$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$0.\dot{2}x + 0.\dot{5} = 1$

$\frac{2}{9}x + \frac{5}{9} = 1$

$\frac{2}{9}x = \frac{4}{9}$

$\therefore\ x = 2$

3. 다음은 분수 $\frac{3}{80}$을 유한소수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수는?

$$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times \square}{2^4 \times 5 \times \square} = \frac{375}{10000} = 0.0375$$

① 3　② 5　③ 3^2　④ 5^2　⑤ 5^3

해설

$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times 5^3}{2^4 \times 5 \times 5^3} = \frac{375}{10000} = 0.0375$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수는 5^3 이다.

4. $\frac{46}{22}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

① 9 ② 09 ③ 90 ④ 090 ⑤ 9090

해설

$\frac{46}{22} = 2.\dot{0}\dot{9}$

5. 다음 분수 $\frac{3}{7}$을 소수 나타낼 때, 110번째 자리의 수는?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{3}{7} = 0.428571428571\cdots = 0.\dot{4}2857\dot{1}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$110 = 6 \times 18 + 2$ 이므로 소수점 아래 110번째 자리의 숫자는 2 이다.

6. $x = 2.43737\cdots$ 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $2.4\dot{3}\dot{7}$ 로 나타낸다.

② 순환마디가 37 이다.

③ 유리수이다.

④ $1000x - 100x = 2413$ 이다.

⑤ 순환하는 무한소수이다.

해설

① $2.4\dot{3}\dot{7}$ 로 나타낸다.
② 순환마디가 37 이다.
③ 유리수이다.
④ $1000x - 10x = 2413$ 이다.
⑤ 순환하는 무한소수이다.

7. $A + \frac{1}{2} = 0.\dot{5}$ 일 때, A 의 값은?

① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ 9

해설

$A = \frac{5}{9} - \frac{1}{2}$

$A = \frac{10-9}{18} = \frac{1}{18}$

8. 순환소수 $0.3\dot{7}$에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

① 15　② 35　③ 45　④ 50　⑤ 90

해설

$0.3\dot{7} = \frac{37-3}{90} = \frac{17}{45}$이므로 어떤 자연수는 45의 배수이어야 한다.
따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45 , 90이다.

9. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

① $-\frac{7}{30}$　② $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5}$　③ $\frac{7}{125}$
④ $\frac{5}{2 \times 3^2}$　⑤ $\frac{4}{18}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

② $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2 \times 5}$, ③ $\frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$

이므로 유한소수이다.

10. A 가 자연수일 때, $\frac{35}{84} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{35}{84} = \frac{5 \times 7}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2^2 \times 3}$

$\therefore\ A = 3$

11. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}\dot{7}$
② $3.\dot{0}\dot{2}$
③ $0.3\dot{4}$
④ $1.5\dot{1}\dot{3}$
⑤ $3.\dot{2}1\dot{3}$

12. 다음 분수를 순환소수로 나타낼 때, 순환마디 개수가 가장 많은 것은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{3}{11}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, 1 개

② $\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}$, 6 개

③ $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$, 1 개

④ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}\dot{7}$, 2 개

⑤ $\frac{4}{9} = 0.\dot{4}$, 1 개

따라서 순환마디 개수가 가장 많은 것은 ②이다.

13. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

① $2.\dot{9}$ ② $4.\dot{6}$ ③ $5.\dot{0}\dot{9}$ ④ $1.\dot{9}$ ⑤ $3.\dot{4}$

해설

①$2.\dot{9} = \frac{29-2}{9} = \frac{27}{9} = 3$ (정수)

② $4.\dot{6} = \frac{46-4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$

③ $5.\dot{0}\dot{9} = \frac{509-5}{99} = \frac{504}{99} = \frac{56}{11}$

④ $1.\dot{9} = \frac{19-1}{9} = \frac{18}{9} = 2$ (정수)

⑤ $3.\dot{4} = \frac{34-3}{9} = \frac{31}{9}$

14. 분수 $\frac{2}{13}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{2}{13} = 0.153846153846\cdots = 0.\dot{1}5384\dot{6}$ 이므로 $50 \div 6 = 8 \cdots 2$ 이다.
따라서 소수점 아래 50 번째 숫자는 5 이다.

15. 다음 수 중에서 가장 큰 수는?

① $3.4\dot{9}$ ② $3.\dot{4}\dot{9}$ ③ $3.\dot{5}$ ④ $3.\dot{5}0\dot{9}$ ⑤ $3.\dot{5}\dot{4}$

해설

① $3.499999\cdots$
② $3.494949\cdots$
③ $3.555555\cdots$
④ $3.509509\cdots$
⑤ $3.545454\cdots$

16. 어떤 자연수에 $1.\dot{3}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.3 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$x \times 1.\dot{3} - x \times 1.3 = 0.5$

$x \times \left(\frac{12}{9} - \frac{13}{10}\right) = x \times \frac{1}{30} = 0.5$

$x = 15$

17. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 이린이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{1}$ 이 되었고, 나연이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.1\dot{4}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A를 구하면?

① $\frac{10}{99}$ ② $\frac{11}{99}$ ③ $\frac{12}{99}$ ④ $\frac{13}{99}$ ⑤ $\frac{14}{99}$

해설

이린 : $0.\dot{3}\dot{1} = \frac{31}{99}$,

나연 : $0.1\dot{4} = \frac{14-1}{90} = \frac{13}{90}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{나연이가 본 분자})}{(\text{이린이가 본 분모})} = \frac{13}{99} = A$ 이다.

18. 다음 두 조건을 만족하는 자연수 x는 모두 몇 개인가?

i) $1 \le x \le 100$ ii) $\frac{x}{210}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

① 4개 ② 6개 ③ 8개 ④ 14개 ⑤ 33개

해설

$\frac{x}{210} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 이므로 $x = 21$ 의 배수이다.
따라서 21, 42, 63, 84 의 4 개이다.

19. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{11}{10}$

해설

$x = \dfrac{1}{9}$, $\dfrac{1}{x} = 9$

(준식) $= 1 + \dfrac{1}{1+9} = \dfrac{11}{10}$

20. 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$ 를 기약분수로 나타내어라. (단, a, b는 한 자리의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{33}$

해설

$0.\dot{a}\dot{b} = \frac{10a+b}{99} = \frac{13}{33}$

$\therefore\ 10a + b = 39\ \cdots$ ①

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a = 3$, $b = 9$

$\therefore\ 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{9}\dot{3} = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$

21. $\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 에서 $\frac{1}{5} < \frac{a}{9} \leq \frac{2}{3}$, $\frac{9}{45} < \frac{5a}{45} \leq \frac{30}{45}$ 이므로

$9 < 5a \leq 30$, $\frac{9}{5} < a \leq 6$

$\therefore\ a = 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

22. 분수 $\frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{y}$ 이다. x가 100 이하의 자연수일 때, $x-y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수가 된다.

$\frac{x}{180} = \frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}$, x는 9의 배수이어야 한다.

유한소수이면서 기약분수의 분자가 9가 되는

$x = 3^2 \times 9 = 81$

$\frac{3^2 \times 9}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{2^2 \times 5}$ 이므로 $y = 20$

$\therefore\ x - y = 81 - 20 = 61$