

1. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식 $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{9}{a}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

2. x, y 가 실수이고 $x^2 + y^2 = 10$ 일 때 $x + 3y$ 의 최댓값은?

① 5

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

3. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right) \left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.



답:

4. a, b 가 양수일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

5. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

6. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)



답:

7. 양수 x 에 대하여 $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최솟값은?

① $2\sqrt{3}$

② $2\sqrt[3]{3}$

③ 6

④ 8

⑤ 10

8. 양수 x 에 대하여 $\frac{x^2 + 2x + 2}{x}$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 가질 때,
 $-2a + b + 1$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

9. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

10. 실수 x, y, z 에 대하여 $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

11. m 이 실수 일 때, $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하시오.

(단, $m \neq 0$)



답: _____

12. 0 이 아닌 실수 a 에 대하여 $(6a + \frac{1}{a})(24a + \frac{1}{a})$ 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

13. $x > 2$ 일 때, $x - 2 + \frac{4}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 0

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

14. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ 를 만족하는 실수 x, y, z 에 대하여 $x + 2y + 3z$ 의 최대값을 구하면?

① 14

② 17

③ $7\sqrt{2}$

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $3\sqrt{3}$

15. a, b, x, y 가 실수이고 $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ -5

16. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고 $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의
최댓값은?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

17. 실수 x, y 에 대하여 $3x + 4y = 5$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 8

18. $x > 0, y > 0, z > 0$ 이고 $x + y + z = 10$ 일 때, $\sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 3\sqrt{z}$ 의 최댓값을 구하면?

① $\sqrt{35}$

② $2\sqrt{35}$

③ $3\sqrt{35}$

④ $4\sqrt{35}$

⑤ $5\sqrt{35}$

19. $a^2 + b^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$ 일 때, $ax + by$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 ?

① $-4 \leq ax + by \leq 4$

② $-9 \leq ax + by \leq 9$

③ $-6 \leq ax + by \leq 6$

④ $0 \leq ax + by \leq 36$

⑤ $-36 \leq ax + by \leq 36$

20. 네 실수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d=8$, $a^2+b^2+c^2+d^2=124$ 가 성립할 때, 실수 d 의 최솟값 m 과 최댓값 M 의 합 $m+M$ 의 값은?

① -7

② -3

③ 0

④ 1

⑤ 4

21. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때

$\left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.



답:

22. $x > -1$ 일 때 $x + \frac{1}{x+1}$ 의 최솟값을 m , 그 때의 x 의 값을 k 라 할 때 $m + k$ 의 값을 구하여라.



답: _____

23. $x > 2$ 일 때, $x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값을 구하여라.



답:

24. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ (k 는 실수)이 허근을 가질 때, $f(k) =$

$k + 1 + \frac{1}{k-1}$ 의 최솟값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

25. $x > 2$ 일 때, $2x - 3 + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값을 a , 그 때의 x 의 값을 b 라 할 때, $a + 2b$ 의 값을 구하면?

① $5 + \sqrt{2}$

② $5 + 2\sqrt{2}$

③ $5 + 3\sqrt{2}$

④ $5 + 4\sqrt{2}$

⑤ $5 + 6\sqrt{2}$

26. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{1}{4y}\right) \left(\frac{1}{x} + 8y\right)$ 의 최솟값을 다음과 같이 구하였다. 이 과정에서 최초로 잘못된 부분과 옳은 답을 구하면?

$$\left(x + \frac{1}{4y}\right) \left(\frac{1}{x} + 8y\right) \geq 2\sqrt{\frac{x}{4y}} \times 2\sqrt{\frac{8y}{x}} : (가)$$

$$\left(\because x + \frac{1}{4y} \geq 2\sqrt{x \times \frac{1}{4y}}, : (나)\right.$$

$$\left.\frac{1}{x} + 8y \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \times 8y} : (다)\right)$$

따라서 최솟값은 $4\sqrt{2} : (라)$

① (가), $4\sqrt{2} + 3$

② (나), $2 + 2\sqrt{2}$

③ (다), $3 + 2\sqrt{2}$

④ (라), $4 + 3\sqrt{2}$

⑤ (가), $3 + 2\sqrt{2}$

27. 다음은 양수 x, y, z 가 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 을 만족할 때, $P = \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z}$ 의 최솟값을 구하는 과정이다.

$$\begin{aligned}
 P^2 &= \frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2} + 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{y^2 z^2}{x^2} + \frac{z^2 x^2}{y^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{z^2 x^2}{y^2} + \frac{x^2 y^2}{z^2} \right) + \\
 &\quad \frac{1}{2} \left(\frac{x^2 y^2}{z^2} + \frac{y^2 z^2}{x^2} \right) + 2(x^2 + y^2 + z^2) \\
 \therefore P^2 &\geq (가)
 \end{aligned}$$

따라서, P 의 최솟값은 (나) 이고,
 등호는 $x = y = z =$ (다) 일 때, 성립한다.

위

의 과정에서 (가)~(다)에 각각 알맞은 것은?

- ① $2, \sqrt{2}, \frac{1}{3}$ ② $9, 3, \frac{1}{\sqrt{3}}$ ③ $3, \sqrt{3}, \frac{1}{3}$
 ④ $3, \sqrt{3}, \frac{1}{\sqrt{3}}$ ⑤ $2, \sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{3}}$

28. 좌표평면 위의 점 $A(3, 2)$ 를 지나는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$)

이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle OBC$ 의 넓이의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.)

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ $2\sqrt{6}$

29. 세 양수 a, b, c 가 $abc = 1$ 을 만족할 때, 이 사실로부터 추론할 수 있는 것을 보기에서 모두 고르면?

I. $a + b + c \geq 3$

II. $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$

III. $ab + bc + ca \geq 3$

IV. $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \geq 8$

① I, II

② I, III

③ III, IV

④ I, III, IV

⑤ I, II, III, IV

30. 다음은 a, b, c, d, x, y, z, w 가 실수일 때, 부등식 $(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + w^2) \geq (ax + by + cz + dw)^2$ 이 성립함을 증명하는 과정의 일부이다. ㉠, ㉡ 부분에 들어갈 기호가 순서대로 적당한 것은?

[증명] 모든 실수 t 에 대하여 다음 부등식이 성립한다.

$$(at - x)^2 + (bt - y)^2 + (ct - z)^2 + (dt - w)^2 \quad \boxed{\text{㉠}} \quad 0$$

이것을 t 에 관하여 정리하면

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2)t^2 - 2(ax + by + cz + dw)t + (x^2 + y^2 + z^2 + w^2) \quad \boxed{\text{㉡}} \quad 0$$

따라서 항상 성립하기 위해서는

$$(ax + by + cz + dw)^2 - (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)(x^2 + y^2 + z^2 + w^2) \quad \boxed{\text{㉢}} \quad 0 \dots\dots (\text{이하 생략})$$

① $>, <$

② $\geq, <$

③ $\leq, >$

④ $\leq, \geq$

⑤ $\geq, \leq$