

1. 전체집합 U 와 그 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 다음 중 $B - A$ 의 설명은?

① $x \in A$ 그리고 $x \notin B$

② $x \in B$ 그리고 $x \notin A$

③ $x \in A$ 그리고 $x \in B$

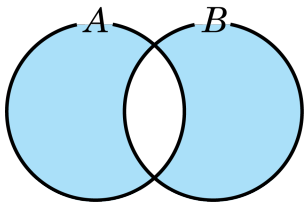
④ $x \in A$ 또는 $x \in B$

⑤ $x \in U$ 그리고 $x \notin A$

해설

$B - A = \{x | x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① {1, 2}
- ② {2, 3}
- ③ {1, 3, 4}
- ④ {1, 3, 4, 6}
- ⑤ {1, 3, 5, 6}

해설

따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 {1, 3, 5, 6} 이다.

3. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $A \cup \emptyset = A$

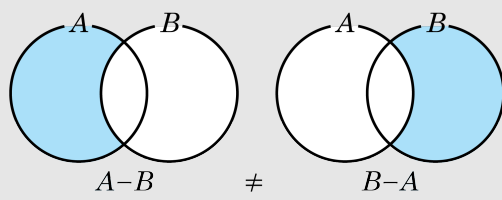
③ $A^c = U - A$

④ $A - B = A - (A \cap B)$

⑤ $A - B = B - A$

해설

⑤ 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



$\therefore A - B \neq B - A$

4. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳은 것으로만 짝지어 진 것은?

- $\neg (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
- $\sqsubset A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
- $\ominus A - B = A \cap B^c$
- $\oplus (A \cup B)^c = A^c \cup B^c$

- ① $\neg, \sqsubset$

② $\neg, \ominus$

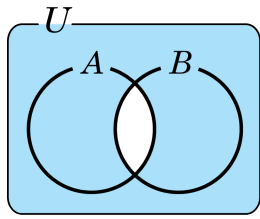
③ $\sqsubset, \ominus$
- ④ $\sqsubset, \oplus$

⑤ $\ominus, \oplus$

해설

- $\sqsubset A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $\ominus (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

5. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 20$, $n(A) = 15$, $n(A - B) = 7$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12개

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은
 $(A \cap B)^c = U - (A \cap B)$ 이다.
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ 이므로
 $n(A \cap B) = 15 - 7 = 8$ 이다.
따라서 $n(U) - n(A \cap B) = 20 - 8 = 12$ 이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 30$, $n(B) = 20$, $n(A \cap B) = 7$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = n(A) + 20 - 7$$

$$\therefore n(A) = 17$$

7. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 한라산은 제주도에 있다.
- ② 독도는 섬이 아니다.
- ③ 19 는 짝수이다.
- ④ 수학 책은 두껍다.
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

참인 명제 : ①, ⑤
거짓인 명제 : ②, ③
④의 경우 두껍다는 기준이 모호하므로 명제가 아니다.

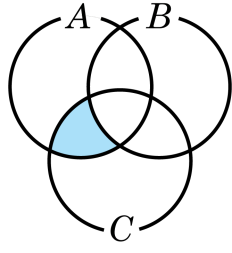
8. 다음 중 명제가 아닌 것을 모두 고르면?

- ① 무궁화 꽃은 아름답다.
- ② 한국의 수도는 서울이다.
- ③ $1 + 2 < 5$
- ④ $x + 1 = 4$
- ⑤ 대학에 가고 싶다.

해설

①, ⑤ 감탄문, 희망사항, 명령, 주관적인 견해 등은 참, 거짓을 판단할 수 없으므로 명제가 아니다. ②, ③ 참인 명제이다. ④ $x = 3$ 인 경우는 참이지만 $x \neq 3$ 인 경우는 거짓이다. 따라서 x 의 값에 따라 참, 거짓이 달라지므로 명제가 아니다.

9. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $A \cup B \cup C$
- ② $C - (A \cup B)$
- ③ $(A \cup C) - B$
- ④ $(B \cup C) - A$
- ⑤ $(A \cap C) - B$

해설

①

②

③

④

10. 두 집합 $n(A) = 15, n(B) = 11, n(A \cap B) = 6$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 15 - 6 = 9$$

11. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 60$, $n(A) = 37$, $n(A \cap B) = 22$, $n(A^c \cap B^c) = 5$ 일 때, $n(B)$ 를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 40개

해설

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A^c \cap B^c) = 60 - 5 = 55$$
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{ 에서 } n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B) = 55 - 37 + 22 = 40$$

12. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

- ① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = -3$
- ③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

- ① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x + y)^2 = (x - y)^2$
 $\Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \Leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
- ⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

13. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

14. 집합 $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{0, 6, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $n(A) = 2$

② $n(\emptyset) = 0$

③ $n(\{0, 2, 4\} - \{0, 6, 9\}) = 2$

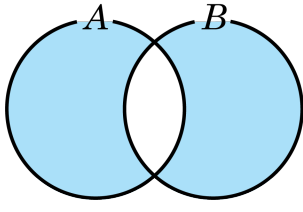
④ $n(A \cup B) = 6$

⑤ $n(A) + n(B) = 5$

해설

$$n(\{0, 2, 4\} - \{0, 6, 9\}) = n(\{2, 4\}) = 2$$

15. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 6, 9, 10, 13\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 모든 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

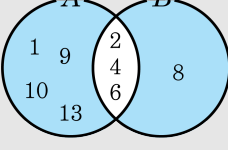
▷ 정답 : 41

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다.

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1, 8, 9, 10, 13\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은

$1 + 8 + 9 + 10 + 13 = 41$ 이다.

16. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

- ㉠ $A \cup B = A$
- ㉡ $A \cap B = A$
- ㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- ㉣ $n(A) = n(A \cap B)$
- ㉤ $n(A - B) = n(B - A)$
- ㉥ $n(A) - n(B) = 0$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$
㉢ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$
㉤ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

17. 두 집합 $A = \{1, a, a + 2\}$, $B = \{a - 1, 5, 2 \times a\}$ 에 대하여 $A - B = \{3\}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$A - B = \{3\}$ 이므로 $3 \in A$ 이다.

(1) $a = 3$ 일 때, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 5, 6\}$ 이고 $A - B = \{3\}$ 이다.

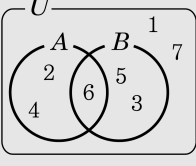
(2) $a + 2 = 3$ 일 때, $A = \{1, 3\}$, $B = \{0, 2, 5\}$ 이므로 $A - B = \{1, 3\}$ 이다.

따라서 (1), (2) 에서 $a = 3$ 이다.

18. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 8 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 4\}, B - A = \{3, 5\}, A^c \cap B^c = \{1, 7\}$ 일 때, 집합 B 는?
- ① $\{3, 5\}$ ② $\{3, 6\}$ ③ $\{3, 6, 7\}$
④ $\{5, 6\}$ ⑤ $\{3, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{1, 7\} = (A \cup B)^c$ 이므로 집합 $B = \{3, 5, 6\}$ 이다.



19. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 7, 9\}, B = \{3, 9\}$ 에 대하여
 $B \cup X = X, (A - B) \cap X = \{7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.
(단, X 는 U 의 부분집합이다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$\{3, 9\} \cup X = X, \{1, 7\} \cap X = \{7\}$ 이므로
 $\{3, 9\} \subset X, 1 \notin X, 7 \in X$ 이다. 따라서 $\{3, 7, 9\} \subset X \subset \{3, 5, 7, 9\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^1 = 2(\text{개})$ 이다.

20. 임의의 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것은?

- ① $(A - B) - C = A - (B \cup C)$
- ② $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cup C)$
- ③ $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cap C)$
- ④ $A - (B - C) = (A - B) \cup (A - C)$
- ⑤ $(A^c - B)^c = A \cup B$

해설

- ① $(A - B) - C = (A \cap B^c) \cap C^c$
 $= A \cap (B^c \cap C^c)$
 $= A \cap (B \cup C)^c$
 $= A - (B \cup C) \quad \therefore (\text{참})$
- ② $(A - B) \cap (A - C) = (A \cap B^c) \cap (A \cap C^c)$
 $= A \cap (B^c \cap C^c)$
 $= A \cap (B \cup C)^c$
 $= A - (B \cup C) \quad \therefore (\text{참})$
- ③ $(A - B) \cup (A - C) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$
 $= A \cap (B^c \cup C^c)$
 $= A \cap (B \cap C)^c$
 $= A - (B \cap C) \quad \therefore (\text{참})$
- ④ $A - (B - C) = A \cap (B \cap C^c)^c$
 $= A \cap (B^c \cup C)$
 $= (A \cap B^c) \cup (A \cap C)$
 $= (A - B) \cup (A \cap C) \quad \therefore (\text{거짓})$
- ⑤ $(A^c - B)^c = (A^c \cap B^c)^c$
 $= A \cup B \quad \therefore (\text{참})$

21. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ 라 할 때, 집합 $A - B^c$ 의 원소의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$n(A) = n(A_6) = 16$$

$$n(B) = n(A_8) = 12$$

$$\begin{aligned} n(A - B^c) &= n(A \cap B) \\ &= n(A_6 \cap A_8) \\ &= n(A_{24}) = 4 \end{aligned}$$

22. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 라고 정의할 때, 항상 성립한다고 할 수 없는 것은?

① $A * B = B * A$

② $A * \phi = A^c$

③ $A * U = U$

④ $A * A^c = \phi$

⑤ $A * B = A^c * B^c$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad A * U &= (A \cap U) \cup (A \cup U)^c \\ &= A \cup U^c = A \cup \phi = A \end{aligned}$$

23. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 5\text{의 배수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 120 \text{ 이하의 } 8\text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 36 개

▶ 정답 : 36개

해설

$n(A) = 24$, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 3$ 이므로
 $n(A \cup B) = 24 + 15 - 3 = 36$

24. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 36, n(A - B) = 15, n(B) = 15, n(A \cap B) = 3$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$n(A) - n(A \cap B) = n(A - B)$ 이므로
 $n(A) = n(A \cap B) + n(A - B)$
 $= 3 + 15 = 18$ 이다.
따라서 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 18 + 15 - 3 = 33 - 3$
 $= 30$ 이다.
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 36 - 30 = 6$ 이다.

25. 경진이가 사는 아파트에는 중학생이 모두 30 명 있다. 토요일에는 아파트로 찾아오는 이동 도서관을 이용하는데, 이동 도서관에는 가, 나 두 코너가 마련되어 있다. 토요일에 가 코너를 이용하는 학생은 18 명, 나 코너를 이용하는 학생은 10명, 두 코너를 모두 이용하는 학생은 7명이라고 한다. 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 9 명

▷ 정답 : 9명

해설

아파트에 사는 중학생을 전체집합 U , 토요일에 이동 도서관의 가 코너를 이용하는 학생의 집합을 A , 나 코너를 이용하는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 30, n(A) = 18, n(B) = 10, n(A \cap B) = 7$$
$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 18 + 10 - 7 \\ &= 21 \end{aligned}$$

따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 21 = 9 \text{ (명)}$$

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

U

A

B

11

7

3

9

따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는 9명이다.

26. 다음 두 조건 p, q 에 대하여 ‘ $\sim p$ 또는 q ’의 부정은?

$$p : -1 < x \leq 3, \quad q : 0 < x \leq 2$$

- ① $-1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$
- ② $-1 < x < 0$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
- ③ $-1 < x \leq 3$
- ④ $0 < x \leq 2$
- ⑤ x 는 모든 실수

해설

$\sim(\sim p \text{ 또는 } q) \leftrightarrow p$ 이고 $\sim q$ 그런데
 $\sim q : x \leq 0$ 또는 $x > 2$ 이므로 p 이고 $\sim q$
 $\leftrightarrow (-1 < x \leq 3)$ 이고 $(x \leq 0 \text{ 또는 } x > 2)$
 $\leftrightarrow (-1 < x \leq 3 \text{ 이고 } x \leq 0)$ 또는 $(-1 < x \leq 3 \text{ 이고 } x > 2)$
 $\leftrightarrow -1 < x \leq 0$ 또는 $2 < x \leq 3$

27. 「모든 중학생은 고등학교에 진학한다」의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 중학생이 아니면 고등학교에 진학하지 않는다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

28. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 두 조건 $p : x^2 = 3x$, $q : x \geq 2$ 에 대하여 조건 ‘ p 이고 $\sim q$ ’를 만족하는 집합은?

- ① $\{0\}$ ② $\{1\}$ ③ $\{3\}$ ④ $\{0, 1\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{0, 3\}, Q = \{2, 3, 4, 5\}$

‘ p 이고 $\sim q$ ’ 를 만족하는 집합은 $P \cap Q^c$

$\therefore P \cap Q^c = P - Q = \{0\}$

29. $p(x) : x > 0$, $q(x) : x < 1$ 일 때, ' $p(x)$ 이고 $q(x)$ '의 진리집합을
바르게 구한 것은?

① $\{x \mid x > 0\}$

② $\{x \mid 0 < x < 1\}$

③ $\{x \mid x > 1\}$

④ $\{x \mid x < 0 \text{ 또는 } x > 1\}$

⑤ $\{x \mid x < 1\}$

해설

$p(x) : x > 0$, $q(x) : x < 1$ 이므로 $p(x)$ 이고 $q(x)$ 이면 $x > 0$ 이고
 $x < 1$ 이다.

즉, $\{x \mid 0 < x < 1\}$

30. 다음 명제 중에서 참인 것의 개수는?

- ㉠ 정수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.

㉡ $xy \neq 6$ 이면 $x \neq 2$ 이거나 $y \neq 3$ 이다.

㉢ x, y 가 실수일 때, $x + y > 0$ 이면 $x > -1$ 또는 $y > 1$ 이다.

㉣ $x + y$ 가 유리수이면 x, y 중 적어도 하나는 유리수이다.

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

㉠, ㉡, ㉣의 경우 그 대우를 적어 보면
㉠의 대우: 정수 n 에 대하여, n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.
㉡의 대우: $x = 2$ 이고 $y = 3$ 이면 $xy = 6$ 이다.
㉣의 대우: x, y 가 실수일 때, $x \leq -1$ 이고 $y \leq 1$ 이면 $x + y \leq 0$ 이다. 이것은 모두 참임을 알 수 있다.
㉢의 반례: $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 이면 $x + y$ 가 유리수지만 x, y 는 모두 무리수이다.

31. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자.
명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, $\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q^c$ 와 같은 것은?

① $\emptyset$ ② U ③ P ④ Q ⑤ Q^c

해설

명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로

$$P \subset Q^c$$

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q^c$$

$$= \{P \cap (Q \cap Q^c)\} \cap Q^c$$

$$= (P \cap U) \cap Q^c$$

$$= P \cap Q^c = P$$

32. 다음 조건을 p 라 할 때, 모든 실수 x 에 대하여 p 가 참인 것을 모두 고르면?

① $|x| = x$

② $x^2 = 1$

③ $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$

④ $x^2 \geq 0$

⑤ $x^2 + 1 > 2x$

해설

① 모든 실수 x 에 대하여 $|x| = x$ (거짓)

$x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$, $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이다.

② 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 = 1$ (거짓)

$x = \pm 1$ 일 때만 $x^2 = 1$ 이다.

③ 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ (참)

④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ (참)

⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 1 > 2x$ (거짓) $x^2 + 1 - 2x = (x-1)^2 \geq 0$ 이므로 $x \neq 1$ 인 x 에 대해서만 $x^2 + 1 > 2x$ 이다.

33. 다음 중 참인 명제는?

- ① 2는 홀수이다.
- ② $\sqrt{2}$ 는 유리수이다.
- ③ 99는 100보다 작다.
- ④ $\emptyset$ 은 무한집합이다.
- ⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 > 0$ 이다.

해설

③ 99는 100보다 작은 것이 사실이므로 참이다.

34. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하고, 명제 ‘ p 이면 q 이다.’가 거짓임을 보이기 위해 반례를 찾으려고 한다. 다음 중 그 반례가 속하는 집합은?

- ① $P - Q$ ② $Q - P$ ③ $P \cap Q$
④ $P^c \cap Q^c$ ⑤ $Q \cup P^c$

해설

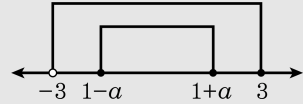
명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓이면 $P \not\subset Q$ 이고, 반례는 조건 p 는 만족하지만 조건 q 는 만족하지 않는 것이므로 $x \in P$ 이고 $x \notin Q$ 인 x 가 속하는 집합을 찾으면 된다. 즉, 반례는 집합 $P - Q$ 의 원소 중에서 찾으면 된다.

35. 명제 ' $|x-1| \leq a$ 이면 $|x| < 3$ 이다.'가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위는?
(단, x, y 는 실수이고, $a > 0$)

- ① $0 < a \leq 2$ ② $0 < a < 2$ ③ $0 < a \leq 4$
④ $0 < a < 4$ ⑤ $0 < a < 5$

해설

$|x-1| \leq a$ 에서 $-a \leq x-1 \leq a \therefore 1-a \leq x \leq 1+a$ $|x| < 3$ 에서 $-3 < x < 3$ 따라서 주어진 명제가 참이 되려면,



위의 그림에서 $1-a > -3$ 그리고 $1+a < 3 \therefore a < 4$ 그리고 $a < 2 \therefore a < 2$ 그런데 $0 < a$ 이므로, $0 < a < 2$

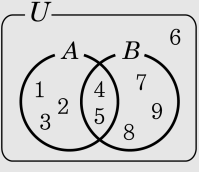
36. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^C \cup B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B - A = \{7, 8, 9\}$, $A^c \cap B^c = \{6\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.
따라서 $n(A) = 5$ 이다.



37. 두 집합 $A = \{5, 2a + 1, 11\}$, $B = \{6 - a, 3a - 2, 13\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7\}$ 일 때, $B - A$ 는?

① $\{5, 7, 11\}$

② $\{3, 7, 13\}$

③ $\{5, 11\}$

④ $\{3, 13\}$

⑤ $\{7\}$

해설

$A - B = \{7\}$ 이므로 $7 \in A$, $7 \in B$ 이다.

$$2a + 1 = 7 \quad \therefore a = 3$$

$$B = \{6 - 3, 3 \times 3 - 2, 13\} = \{3, 7, 13\}$$

$$B - A = \{3, 13\}$$

38. 전체집합 U 의 서로 다른 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $A \cap A^c = U$

② $(B^c)^c = A$
- ③ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

④ $A - B = B^c \cap A$
- ⑤ $A \subset B$ 이면 $B - A = \emptyset$

해설

① $A \cap A^c = \phi$

② $(B^c)^c = B \neq A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A - B = \emptyset$

39. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기의 연산 과정 중 처음으로 잘못된 곳을 골라라.

보기

$$A^c - B^c = A^c \cap (B^c)^c = A^c \cap B = B - A = (A \cup B) - B$$

㉠

㉡

㉢

㉣

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$B - A = (A \cup B) - A$ 이다. 따라서 잘못된 곳은 ㉣ $B - A = (A \cup B) - B$ 이다.

40. 전체 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$ 일 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $A \cap B = \{7\}$
- ㉡ $A \cap B^c = \{1, 3, 7, 11\}$
- ㉢ $A^c \cap B = \{13\}$
- ㉣ $A^c \cup B^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$
- ㉤ $A^c \cap B^c = \{5, 9, 15\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$,
 $A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$
㉡ $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 11\}$
㉢ $A^c \cap B = B - A = \{13\}$
㉣ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$
㉤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 9, 15\}$

41. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{1, 7\}$, $A^c \cap B = \{4, 6\}$ 일 때 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면?

- ① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{2, 3, 5, 6\}$ ③ $\{2, 3, 5, 7\}$
④ $\{2, 3, 6\}$ ⑤ $\{2, 3, 7\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$,
 $A^c \cap B^c = \{1, 7\} = (A \cup B)^c$ 에서 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
 $A^c \cap B = \{4, 6\} = B \cap A^c = B - A$ 에서 B 에만 속하는 원소가 4, 6이므로
집합 A 의 원소는 2, 3, 5 이고 따라서 $A = \{2, 3, 5\}$ 이다.

42. 두 자리 자연수 중 k 의 배수인 것 전체의 집합을 $A_k(k = 1, 2, 3, \dots)$ 라 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_3 \cup A_4)$ 의 원소의 개수는?

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_4) = (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4) = A_6 \cup A_4$$

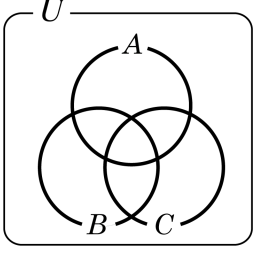
$$10 \leq 6n < 100 \text{ 에서 } 2 \leq n \leq 16 \therefore n(A_6) = 15$$

$$10 \leq 4n < 100 \text{ 에서 } 3 \leq n < 25 \therefore n(A_4) = 22$$

$$10 \leq 12n < 100 \text{ 에서 } 1 \leq n \leq 8 \therefore n(A_{12}) = 8$$

$$\text{그러므로 } n(A_6 \cup A_4) = 15 + 22 - 8 = 29$$

43. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \oslash Q$ 를 $P \oslash Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \oslash A$ 의 값을 구하면?



- ① A ② B ③ C ④ $\emptyset$ ⑤ $A - B$

해설

$P \oslash Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로
 $A \oslash A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A$ 이다.

44. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $n((A \cup B) \cap (A \cap B)^c) = 0$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$n((A \cup B) \cap (A \cap B)^c) = 0$ 이라는 것은 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c$ 가 공집합이라는 것을 뜻한다.

$$(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \emptyset$$

$$\rightarrow A = B$$

따라서, 집합 B 의 원소의 합은 16

45. 임의의 두 집합 A, B 에 대하여 연산 $\star$ 를 $A \star B = (A \cup B) - (A \cap B)$ 라고 정의할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \star U = A$
- ② $A \star A = \emptyset$
- ③ $\{a, b\} \star \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- ④ $(A \cap B) \star (A \cap C) = A \cap (B \star C)$
- ⑤ $\emptyset \star A = A$

해설

- ① $A \star U = (A \cup U) - (A \cap U) = U - A = A^c$
- ② $A \star A = (A \cup A) - (A \cap A) = A - A = \emptyset$
- ③ $\{a, b\} \star \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$
- ④ $(A \cap B) \star (A \cap C) = A \cap (B \star C)$
- ⑤ $\emptyset \star A = (\emptyset \cup A) - (\emptyset \cap A) = A - \emptyset = A$

46. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 15, n(B) = 8, n(C) = 7, n(A \cap B) = 3, n(B \cup C) = 12, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

$A(15)$

12

$B(8)$

3

$C(7)$

4

3

2

3

$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$

47. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 하면 $P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참인 명제가 아닌 것은?

- ① $r \rightarrow p$
- ② $\sim p \rightarrow \sim q$
- ③ $\sim p \rightarrow \sim r$
- ④ $\sim r \rightarrow \sim p$
- ⑤ $\sim q \rightarrow \sim r$

해설

$P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 이면
 $Q \subset P, R \subset Q$ 이므로 $q \rightarrow p, r \rightarrow q$ 가 참
 $R \subset Q \subset P$ 이므로 $r \rightarrow p$ 가 참
 $Q \subset P, R \subset Q$ 이면 $Q^c \supset P^c, R^c \supset Q^c$ 이므로 $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$ 이 참

해설

'주어진 명제가 참일 때, 그 대우도 참'을 이용하여 $q \rightarrow p, r \rightarrow q$ 가 참이면 $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$ 가 참임을 쉽게 판단할 수 있다.

48. 두 조건 $p: |x-k| \leq 1$, $q: -7 \leq x \leq 3$ 에서 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, k 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

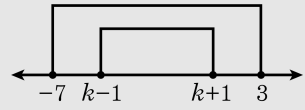
① -12 ② -4 ③ 8 ④ 4 ⑤ 12

해설

$$p: |x-k| \leq 1 \text{에서 } -1 \leq x-k \leq 1$$

$$\therefore k-1 \leq x \leq k+1 \cdots \text{㉠}$$

$p \rightarrow q$ 가 참이면 ㉠이 $q: -7 \leq x \leq 3$ 에 포함되어야 한다.
수직선에 나타내면



$$k-1 \geq -7 \therefore k \geq -6$$

$$k+1 \leq 3 \therefore k \leq 2$$

따라서 k 의 최솟값은 -6, k 의 최댓값은 2 이다.

$$\therefore -6 + 2 = -4$$

49. 두 집합 $A = \left\{ 4, 3a, \frac{3}{a} + 1 \right\}$, $B = \{a, a + 1, 4a - 3\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 2는 A 의 원소이다.

(i) $3a = 2$ 이면 $a = \frac{2}{3}$

$A = \left\{ \frac{11}{9}, 2, 4 \right\}$, $B = \left\{ -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{5}{3} \right\}$

$A - B = A$ 이므로 문제의 조건과 맞지 않는다.

(ii) $\frac{a}{3} + 1 = 2$ 이면 $a = 3$

$A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{3, 4, 9\}$

$A - B = \{2\}$ 이므로 문제의 조건에 적합

$\therefore a = 3$

50. 집합 P 에 대하여 $P[x]$ 를
(1) $x \in P$ 이면 $P[x] = \{-x + 1, 0, x - 1\}$
(2) $x \notin P$ 이면 $P[x] = \{1, x, x^2\}$ 이라고 정의한다.
두 집합 $A = \{x|x \text{는 소수인 자연수}\}$, $B = \{3x - 1|x \text{는 자연수}\}$ 일 때,
집합 $(A - B)[2] \cup (B - A)[8]$ 의 원소의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = \{x|x \text{는 소수인 자연수}\} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \dots\}$
 $B = \{3x - 1|x \text{는 자연수}\} = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, \dots\}$
 $2 \notin A - B$ 이므로 $(A - B)[2] = \{1, 2, 4\}$ 이고,
 $8 \in B - A$ 이므로 $(B - A)[8] = \{-7, 0, 7\}$ 이다.
따라서
 $(A - B)[2] \cup (B - A)[8] = \{-7, 0, 1, 2, 4, 7\}$ 이고,
원소의 총합은 7이다.