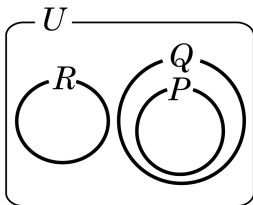


1. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, 이들 사이의 포함 관계는 다음 그림과 같다. 다음 명제 중 거짓인 것은?



① $r \rightarrow \sim q$

② $r \rightarrow \sim p$

③ $p \rightarrow \sim r$

④ $\sim q \rightarrow \sim p$

⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

명제의 참, 거짓은 각각의 조건을 만족하는 집합의 포함 관계로 판별할 수 있다.

- ① $R \subset Q^c$ 이므로 $r \rightarrow \sim q$ 는 참이다.
- ② $R \subset P^c$ 이므로 $r \rightarrow \sim p$ 는 참이다.
- ③ $P \subset R^c$ 이므로 $p \rightarrow \sim r$ 는 참이다.
- ④ $Q^c \subset P^c$ 이므로 $\sim q \rightarrow \sim p$ 는 참이다.
- ⑤ $P \not\subset Q^c$ 이므로 $p \rightarrow \sim q$ 는 거짓이다.

2. 실수 전체집합에 대하여 세 조건 p, q, r 이 아래와 같을 때 다음 중 참인 명제는?

$$p : x > 1, \quad q : 1 < x < 2, \quad r : x < 2$$

① $p \rightarrow q$

② $p \rightarrow r$

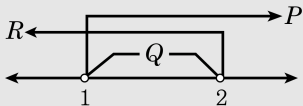
③ $q \rightarrow r$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $\sim r \rightarrow \sim p$

해설

$$p : x > 1, \quad q : 1 < x < 2, \quad r : x < 2$$



$\therefore Q \subset P, Q \subset R$ 이므로 $q \rightarrow p, q \rightarrow r$ (참)

3. 전체집합을 $U = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 전체집합 U 에 대하여 다음 중 참인 명제는?

- ① 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ 이다.
- ② 임의의 x, y 에 대하여 $x + y \leq 1$ 이다.
- ③ 어떠한 x 에 대하여도 $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.
- ④ 적당한 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$ 이다.
- ⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x 가 존재한다.

해설

- ① 반례 : $x = 0$ 일 때 $x^2 = 0$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ② 반례 : $x = y = 1$ 일 때 $x + y = 2 \geq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ③ 모든 x 에 대하여 $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
- ④ 모든 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 \leq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ⑤ 모든 x 에 대하여 $x^2 + x \geq x^3$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

4. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

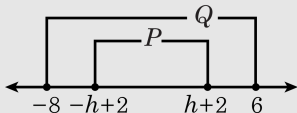
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \leftrightarrow h \leq 10, \quad h + 2 \leq 6 \leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$\therefore h$ 의 최댓값은 4

5. 다음 중 명제 ' $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

$x + y \geq 2, xy \geq 1$ 는 만족하지만, $x \geq 1, y \geq 1$ 은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x = 100, y = \frac{1}{2}$ 일 때, 거짓이다.

6. 다음 중 거짓인 명제는?

① 모든 소수는 약수를 2개 가진다.

② 어떤 소수는 홀수가 아니다.

③ 모든 실수 a 에 대하여 $a^2 > 0$ 이다.

④ a, b 가 유리수이면 $a + b$ 도 유리수이다.

⑤ 중산고등학교 1 학년 학생들은 수학 공부를 열심히 한다.

해설

③ 0도 실수에 포함되므로 거짓이다.

7. 다음 중 명제 ' $ab = |ab|$ 이면 $a \geq 0$ 이고 $b \geq 0$ 이다.'가 거짓임을 보여주는 반례로 알맞은 것은?

① $a = 2, b = 2$

② $a = -3, b = -1$

③ $a = \frac{1}{2}, b = 1$

④ $a = -1, b = 1$

⑤ $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{3}$

해설

$a = -3, b = -1$ 이면 $ab = |ab|$ 이지만 $a \geq 0, b \geq 0$ 은 아니다.

8. x, y, z 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 의 부정과 동치인 것은?

① $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$

② x, y, z 는 서로 다르다.

③ $x \neq y$ 이고 $y \neq z$

④ $(x-y)(y-z)(z-x) > 0$

⑤ x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 이면 $x = y = z$ 이므로 이것의 부정은
 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$

즉, x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.