

1. 다음은 5명이 가지고 있는 노트 개수의 편차를 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-3	-1	2	0	2

- (1) 분산을 구하여라.
(2) 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 3.6

▷ 정답 : (2) $\sqrt{3.6}$

해설

$$\begin{aligned}(1) (\text{분산}) &= \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 0^2 + 2^2}{5} \\ &= \frac{9 + 1 + 4 + 4}{5} = \frac{18}{5} = 3.6\end{aligned}$$

$$(2) (\text{표준편차}) = \sqrt{3.6}$$

2. 5개의 변량 3, 5, 9, 6, x 의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + 9 + 6 + x}{5} = 6$$

$$23 + x = 30$$

$$\therefore x = 7$$

변량의 편차는 -3, -1, 3, 0, 1이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

3. 다음은 1반 ~ 5반의 다섯 반에 대한 기말고사 영어 성적의 편차를 나타낸 표이다.

이 자료의 분산을 구하여라.

학급(반)	1	2	3	4	5
편차(점)	-2	-1	2	0	1

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(\text{분산}) = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

4. 50 개의 변량 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{48}, a_{49}, a_{50}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200$ 이고, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2 = 1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200 \text{ 이므로 평균은}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}}{50} = \frac{200}{50} = 4$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1 - 4, a_2 - 4, a_3 - 4, \dots, a_{48} - 4, a_{49} - 4, a_{50} - 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{50} \{ (a_1 - 4)^2 + (a_2 - 4)^2 + (a_3 - 4)^2 + \dots + (a_{48} - 4)^2 + (a_{49} - 4)^2 + (a_{50} - 4)^2 \} \\ &= \frac{1}{50} \{ (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2) - 8(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}) + 4^2 \times 50 \} \\ &= \frac{1400 - 8 \times 200 + 16 \times 50}{50} = 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

5. 다음 물음에 답하여라.

- (1) x, y, z 의 표준편차가 4일 때, $2x + 3, 2y + 3, 2z + 3$ 의 표준편차를 구하여라.
- (2) a, b, c 의 표준편차가 5일 때, $3a + 1, 3b + 1, 3c + 1$ 의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 8

▷ 정답 : (2) 15

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$ 이고 표준편차는 $|a|s$ 이다.

(1) $|2| \cdot 4 = 8$

(2) $|3| \cdot 5 = 15$

6. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $2a, 2b, 2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2 배이다.
- ㉡ $a+2, b+2, c+2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2 만큼 크다.
- ㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4 배이다.
- ㉣ $3a, 3b, 3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3 배만큼 크다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a+1, 2b+1, 2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2 배이다.

7. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$ 이다.

8. 다섯 개의 변량 4, 3, a , b , 8의 평균이 6 이고, 분산이 4 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 100

② 105

③ 111

④ 120

⑤ 125

해설

다섯 개의 변량 4, 3, a , b , 8의 평균이 6 이므로

$$\frac{4 + 3 + a + b + 8}{5} = 6, a + b + 15 = 30$$

$$\therefore a + b = 15 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(4-6)^2 + (3-6)^2 + (a-6)^2 + (b-6)^2 + (8-6)^2}{5} = 4$$

$$\frac{4 + 9 + a^2 - 12a + 36 + b^2 - 12b + 36 + 4}{5} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 12(a+b) + 89}{5} = 4$$

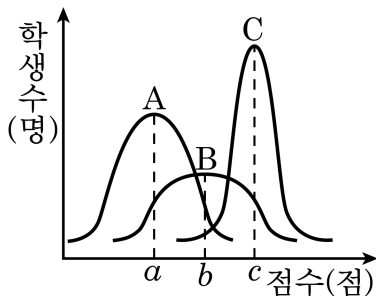
$$a^2 + b^2 - 12(a+b) + 89 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 12(a+b) = -69 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 12(a+b) - 69 = 12 \times 15 - 69 = 111$$

9. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

10. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2.1 $=\sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$ $=\sqrt{\frac{10}{9}}$ $=\sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

11. 다음 중 [보기] 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

- ㉠ 1 부터 20 까지의 자연수
- ㉡ 1 부터 20 까지의 짝수
- ㉢ 1 부터 20 까지의 홀수

- ① ㉠ > ㉡ = ㉢ ② ㉡ < ㉠ = ㉢ ③ ㉠ < ㉡ = ㉢
- ④ ㉡ > ㉠ = ㉢ ⑤ ㉠ = ㉡ = ㉢

해설

㉡ 와 ㉢ 의 표준편차는 같고, ㉠의 표준편차는 이들보다 크다.

12. 다음은 학생 10 명의 하루 공부시간을 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.

공부시간(시간)	학생 수(명)
0 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	5
2 ^{이상} ~ 4 ^{미만}	2
4 ^{이상} ~ 6 ^{미만}	1
6 ^{이상} ~ 8 ^{미만}	2
합계	10

- (1) 평균
(2) 분산
(3) 표준편차

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 3 시간

▷ 정답 : (2) 5.6 시간

▷ 정답 : (3) $\sqrt{5.6}$

해설

- (1) 공부시간의 평균은

$$\frac{1 \times 5 + 3 \times 2 + 5 \times 1 + 7 \times 2}{10} \\ = \frac{5 + 6 + 5 + 14}{10} = \frac{30}{10} = 3(\text{시간})$$

- (2) 공부시간의 분산은

$$\frac{(1-3)^2 \times 5 + (3-3)^2 \times 2}{10} \\ + \frac{(5-3)^2 \times 1 + (7-3)^2 \times 2}{10} \\ = \frac{20 + 0 + 4 + 32}{10} = \frac{56}{10} = 5.6$$

- (3) 공부시간의 표준편차는 $\sqrt{5.6}$

13. 다음은 학생 8명의 수학 점수를 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.

계급 (점)	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	3
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

- (1) 평균
- (2) 분산
- (3) 표준편차

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 70 점

▷ 정답 : (2) 100

▷ 정답 : (3) 10

해설

- (1) 공부시간의 평균은

$$\frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{180 + 210 + 80 + 90}{8} = \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

- (2) 공부시간의 분산은

$$\frac{(60 - 70)^2 \times 3 + (70 - 70)^2 \times 3}{8}$$

$$+ \frac{(80 - 70)^2 \times 1 + (90 - 70)^2 \times 1}{8}$$

$$= \frac{300 + 0 + 100 + 400}{8} = \frac{800}{8} = 100$$

- (3) 공부시간의 표준편차는 $\sqrt{100} = 10$

14. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

〈정호〉

1	2	3
4	5	6
7	8	9

〈제기〉

1	2	3
4	5	6
7	8	9

〈범진〉

1	2	3
4	5	6
7	8	9

〈성규〉

▶ 답 :

▷ 정답 : 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

15. 다음 표는 태호와 명수의 사격 성적을 조사한 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

횟수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	9	9	9	9	9	9	9	9	9

<태호>

횟수	1	2	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	10	8	9	8	9	10	9	8	9

<명수>

보기

- ㉠ 태호의 표준편차는 0 이다.
- ㉡ 평균적으로 명수가 더 잘 맞췄다.
- ㉢ 태호는 10 점을 맞춘 적이 없다.
- ㉣ 명수의 성적이 더 균일하다.
- ㉤ 태호는 9 점 아래로 받아 본적이 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ 평균적으로 명수가 더 잘 맞췄다. ⇒ 평균적으로 태호가 더 잘 맞췄다.

㉣ 명수의 성적이 더 균일하다. ⇒ 태호의 성적이 더 균일하다.